

Breve recuerdo de conjuntos

Un conjunto puede describirse por comprensión o por extensión. Por ejemplo, el conjunto de los números naturales pares menores o iguales que 10 queda descrito de la siguiente manera:

Por extensión: $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

Por comprensión: $\{x \in \mathbb{N} / x = 2j; x \leq 10\}$

El **conjunto Universal** o **Universo** es aquel que contiene todos los elementos de interés en un estudio. De particular interés será el conjunto de todos los posibles resultados de una experiencia, que será considerado como el universo y que se denotará por Ω ; el **conjunto vacío** será el conjunto que no contiene elementos y se denotará por ϕ .

La **Unión** e **Intersección** de dos conjuntos A y B están definidas por:

$$A \cap B = \{x \in \Omega / x \in A \wedge x \in B\}$$

$$A \cup B = \{x \in \Omega / x \in A \vee x \in B \vee x \in (A \cap B)\}$$

El **complemento de un conjunto A** , denotado por A^c está definido por:

$$A^c = \{x \in \Omega / x \notin A\}$$

Un conjunto A está incluido en un conjunto B , denotado por $A \subseteq B$, si y sólo si todo elemento de A está en B . Es decir:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow (\text{si } x \in A \Rightarrow x \in B)$$

El **producto cruz** o **producto cartesiano** de los conjuntos A y B esta definido por:

$$A \times B = \{(a, b) / a \in A \wedge b \in B\}$$

En general el producto cruz o cartesiano de n conjuntos se define por:

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{(a_1, a_2, \dots, a_n) / a_i \in A_i, i = 1, 2, \dots, n\}$$

Propiedades:

- $A \cup \phi = A$
- $A \cup \Omega = \Omega$
- $A \cup B = B \cup A$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$
- $A \cap \phi = \phi$
- $A \cap \Omega = A$
- $A \cap B = B \cap A$
- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cup A^c = \Omega$
- $A \cap A^c = \phi$
- $(A^c)^c = A$
- $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ Ley de De Morgan
- $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ Ley de De Morgan
- $A \cup B = (A \cap B^c) \cup (A \cap B) \cup (B \cap A^c) = A \cup (B \cap A^c)$
- $B = (A \cap B) \cup (B \cap A^c)$
- $A \subseteq \Omega$; $\phi \subseteq A$, para todo A .
- $A \cap B \subseteq A \cup B$
- $A \cap B \subseteq A$
- $A \cap B \subseteq B$
- $A \subseteq A \cup B$
- $B \subseteq A \cup B$
- El número de elementos de un conjunto A se denotará por $\# A$.
- $\#(A \cup B) = \#A + \#B - \#(A \cap B)$, si $A \cap B \neq \phi$
- $\#(A - B) = \#A - \#(A \cap B)$
- $\#(A - B) = \#A - \#B$ si $B \subset A$

Ejercicios sobre Conjuntos

1. Sean los conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d, e, f, g\}$ y $C = \{b, d, e, g\}$ Determine:

- $A - B$
- $B - A$
- $C - B$
- $(A \cup C) - B$
- $A - (B \cap C)$
- $(A \cup B) - (A \cap C)$

2. Dados los conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ y $C = \{2, 4, 5, 7\}$ Obtenga un conjunto X tal que $X \subset A$ y $A - X = B \cap C$

3. Dibuje los Diagrama de Venn para los siguientes conjuntos:

- $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$
- $A \subset B \Rightarrow B^c \subset A^c$
- $A - B \subset A^c$
- $A - B \subset B^c$

4. Escriba por extensión los siguientes conjuntos descritos por comprensión: _

- $A = \{x / x^2 - 5x - 6 = 0\}$
- $B = \{x / x \text{ es una letra de la palabra excusa}\}$
- $C = \{x / x^2 - 9 = 0 \text{ o } 2x - 1 = 9\}$

5. Sea $E = \{a, \{a\}\}$. Diga cuales de las proposiciones de más abajo son verdaderas:

- $a \in E$
- $\{a\} \in E$
- $a \subset E$
- $\{a\} \subset E$
- $\emptyset \in E$
- $\emptyset \subset E$

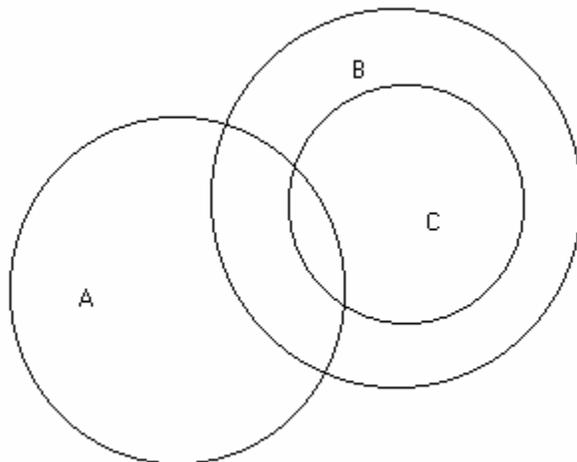
6. Dado los conjuntos A y B tales que $\# A = 4$, $\# B = 5$ y $\# A \cap B = 3$, determine el número de subconjuntos de $A \cup B$

7. La tabla siguiente muestra la distribución de personas según **hábito de fumar**, **padecer bronquitis**, y **presión sistólica**.

	HABITO DE FUMAR			
	SI		NO	
	Presión Sistólica		Presión Sistólica	
Bronquitis	ALTA	NORMAL	ALTA	NORMAL
SI	400	300	150	100
NO	200	50	40	30

- Determine el número de personas que fuman o tienen bronquitis
- De las personas fumadoras; ¿cuántas tiene presión sistólica alta o no tienen bronquitis?
- De las personas con bronquitis; ¿cuántas tiene presión sistólica alta o son fumadoras?

8. En una escuela que tiene 415 alumnos, 221 estudian inglés, 163 estudian francés y 52 estudian ambas lenguas. ¿Cuántos alumnos estudian inglés o francés?, ¿Cuántos alumnos no estudian ninguna de las dos lenguas?.
9. Considere los conjuntos dibujados en el gráfico y además sabiendo que $\#(A \cup B) = 24$, $\#(A \cap B) = 4$, $\#(B \cup C) = 16$, $\#(A - C) = 11$, $\#(B - C) = 10$ se pide calcular:



- $\#(A - B)$
- $\#(A \cap B \cap C)$
- $\#(B - (C \cup A))$
- $\#((A \cap B) - C)$
- $\#(B - (A \cap B))$

10. Una población consume tres tipo de jabón : A, B y C. Hecha una investigación de mercado , conociéndose los resultados de la tabla siguiente,.

Marca	A	B	C	A y B	B y C	C y A	A, B y C	Ninguna de la tres
Nº de consumidores	109	203	162	25	41	28	5	115

Responda:

- El número de personas consultadas
 - El número de personas que sólo consumen la marca A
 - El número de personas que no consumen las marcas A o C.
 - El número de personas que consumen al menos dos marcas.
11. De todos los empleados de una firma, 30% optaron por un plan de asistencia médica. La firma tiene la casa matriz en la capital y sólo dos filiales, una en Antofagasta y la otra en Calama. 45% de los empleados trabajan en la casa matriz y 20% de los empleados trabajan en la filial de Antofagasta. Sabiendo que el 20% de los empleados de la capital optaron por el plan de asistencia médica y que 35% de los empleados de la filial de Antofagasta lo hicieron ¿cuál es el porcentaje de los empleados de la filial de Calama que optaron por el plan?
12. En una cierta comunidad hay individuos de tres razas: blanca, negra, y amarilla. Sabiendo que 70 son blancos, 350 son negros y 50% son amarillos, responda:
- ¿Cuántos individuos tiene la comunidad?
 - ¿Cuántos individuos son amarillos?