

TALLER 9
2° CONTROL PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA

Problema N° 1

La vida útil X (en días), de cierta componente, es una variable aleatoria continua con distribución exponencial de parámetro igual a 0.1 es decir su función de densidad es dada por:

$$f_X(t) = \begin{cases} 0.1 e^{-0.1t} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

- a) Determine la función de distribución acumulada de X .
- b) Determine la varianza de X .
- c) Si el costo para el usuario por usar este componente se rige por la siguiente regla:
 - i) El uso es gratuito durante la primera semana de operación:
 - ii) A partir de la primera semana se paga \$2000 por día mientras el componente este en operación.

Determine la probabilidad de que el usuario gaste más de \$10000 y menos de \$15000 por el uso del componente.

Problema N° 2

Sea X la duración de un instrumento electrónico (medido en meses), cuya función de densidad está dada por:

$$f_X(t) = \begin{cases} K & \text{si } 0 \leq t \leq 1 \\ 2K(t+1) & \text{si } 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{c.o.c.} \end{cases}$$

El fabricante clasifica los artículos, según su duración, en tres categorías:

Categoría A: $X \geq \frac{3}{2}$; Categoría B: $\frac{1}{3} < X < \frac{3}{2}$; Categoría C: $X \leq \frac{1}{3}$

- a) Hallar el valor de K para que f_X sea función de densidad de probabilidades.
- b) Determine F_X .
- c) Si se eligen artículos independientemente hasta obtener 4 artículos de la categoría C. Determine la probabilidad de tener que elegir a lo menos 6 artículos.
- d) Si se elige una muestra independientemente de 8 artículos. Determine la probabilidad de que 4 sean de la categoría A.
- e) Si se envía un pedido de 100 artículos y del pedido se selecciona 10 artículos sin reemplazo, ¿Cuál es la probabilidad de que a lo menos 2 sean de la categoría C?

Problema N° 3

Para medir las velocidades del aire, se usa un tubo (conocido como el tubo estático de Pitot) que nos permite medir la diferencia de presión. Esta diferencia de presión está dada por $P = \frac{1}{2} d V^2$ donde " d " es la densidad del aire (constante) y V es la velocidad del viento (en K.p.h.).

Si V es una variable aleatoria con distribución uniforme en el intervalo $[10,20]$ es decir su función de densidad es dada por

$$f_V(v) = \begin{cases} \frac{1}{10} & \text{si } 10 < v < 20 \\ 0 & \text{c.o.c.} \end{cases}$$

- a) Determine la función de distribución acumulada de V
- b) Calcule la presión esperada del aire si la densidad es igual a 2.