Primera prueba de Matemáticas II

Eliseo Martínez *

16 de mayo de 2018

Resumen

Se entrega para cada estándar definido en la rúbrica un ejercicio que debe responder el estudiante de cálculo diferencial e integral en el currículum de Ingeniería Comercial. Cada ejercicio tiene dos valores en su respuesta: 0 si la respuesta es incorrecta o incompleta, 1 si la respuesta es correcta. De otra forma solo se puntualiza con un punto el ejercicio correcto. Y así se sabrá fehacientemente en que estándar falla el alumno, y así iniciar un proceso de corrección, por parte del alumno, en próximas evaluciones de reparación

1. Primer estándar: Trigonometría

1. Debe reconocer que las proyecciones de un punto ubicado en la circunferencia de radio 1 centrada en el origen es la base de toda la trigonometría.
   - De la Figura 1 calcule el valor del coseno y la tangente del ángulo α
2. Debe saber calcular las funciones trigonométricas de un triángulo rectángulo
   - De la Figura 2 calcule **todas** las funciones trigonométricas que usted conozca para el ángulo α y β
3. Debe reconocer los dos tipos de mediciones en los ángulo: radianes y grados sexagesimales, y saber la equivalencia entre ambos.
   - De la misma Figura 1 cálcule el valor de α tanto en radianes como en grados sexagesimal (use su calculadora).
4. Debe resolver mediante calculadora (y sin ella cuando la ecuación es sencilla) las ecuaciones del tipo $sen(a \cdot x) = b$, $cos(a \cdot x) = b$ y $tg(a \cdot x) = b$
   - Si $sen(2\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ calcule el valor de α

*Trabajo financiado por el Proyecto de Docencia: Hacer y corregir en los procesos de evaluación, 2017

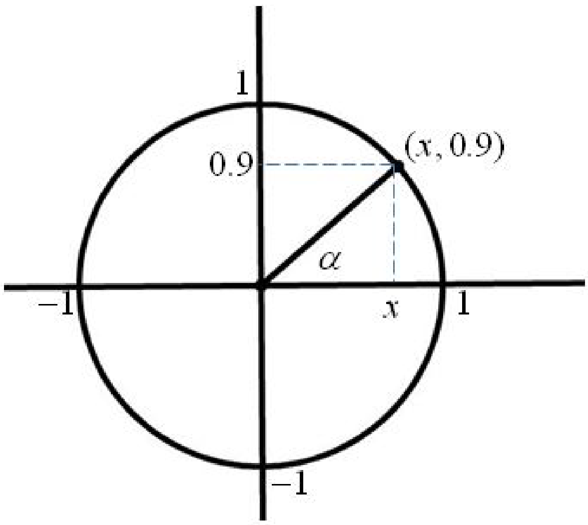

Figura 1: Circunferencia de radio 1

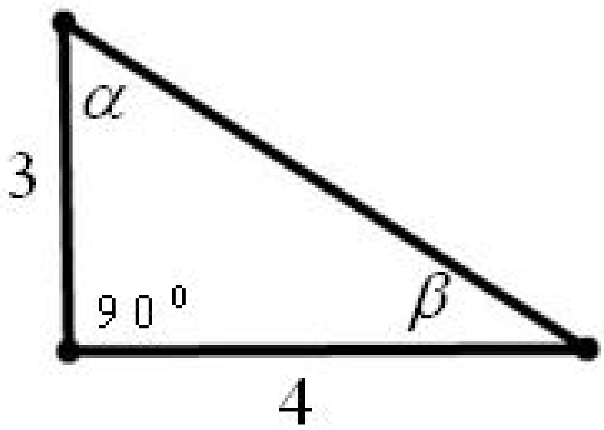

Figura 2: Triángulo rectángulo

2. Segundo estándar: función cuadrática

1. Debe leer inmediatamente toda la información obtenida en la forma estándar de la parábola $y = k(x-a)^2 + b$, y realizar un esbozo de gráfica indicando claramente todas las intersecciones con los ejes, su vértice y concavidad.

   - Grafique o esboce la gráfica indicando con precisión su vértice, su concavidad, la intersección con el eje vertical, y las raíces reales (si las tuviese) de la parábola $y = 2(x-1)^2 - 8$

2. Debe saber transformar a la forma estándar la función cuadrática $Ax^2 + Bx + C$

   - La función cuadrática $3x^2 + 12x + 17$ llévela a su forma estándar

3. Debe reconocer y calcular el vértice V de la parábola obteniendo la información de la forma normal $f(x) = Ax^2 + Bx + C$, esto es

$$V = \Big(-\frac{B}{2A}, f\Big(-\frac{B}{2A}\Big)\Big)$$

   - Calcular el vértice de la parábola $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$

3. Tercer estándar: aplicaciones de la trigonometría a los modelos lineales

1. Debe asociar que la pendiente de una recta es la tangente del ángulo agudo formado por la recta y el eje horizontal en el semiplano cartesiano superior.

   - Construya dos rectas, ambas que pasen por el punto $(1, 2)$ y una de ellas sea creciente y la otra decreciente.

2. Debe calcular la recta que pasa por los puntos $(0, a)$ y $(b, 0)$, reconociendo el signo de la pendiente y determinando si es una función lineal creciente y decreciente.

   - Construya la recta que pasa por los puntos $(0, 20)$ y $(9, 0)$

3. Debe calcular la ecuación de una recta en su forma estándar $y = m \cdot x + b$ dado dos puntos de esta recta. (Y, posteriormente, asociar esta idea a los fundamentos del cálculo de la Derivada)

   - Calcule la recta que pasa por los puntos $(3; 3)$ y $(3,01; 3,01)$

4. Cuarto estándar: Modelos lineales y cuadráticos en economía

1. Debe modelar la relación lineal entre precio y demanda de un producto, dado dos puntos (p_1, q_1) y (p_2, q_2), siendo p_i precios por unidad y q_i cantidad de artículos demandados.

   - Suponga que la relación entre precio de un producto (x) y la demanda (cantidad de unidades demandadas, y) es una relación lineal negativa, esto es a mayor precio menor demanda y a menor precio mayor demanda. Suponga que la máxima demanda es de 20 artículos, esto es si el precio es practicamente 0 habría una demanda de 20 unidades, y para un precio igual o superior a 9$ la gente no compra por ser excesivamente caro, es decir la demanda es cero. Construya el modelo para esta situación.

2. Debe saber modelar la relación lineal entre el producto a elaborar y el costo de elaboración, costo variable, y considerando además un costo fijo.

   - Suponga que para el mismo producto anterior el precio de costo para elaborar un producto es de 2$ por unidad, y a esto, independiente del número de productos, existe un costo fijo de 3$. Construya un modelo lineal para la función de costo en función del precio de venta de cada producto $c(x)$

3. Debe saber calcular la función de utilidad como la diferencia entre el ingreso por la venta del producto demandado y el costo de producción de los artículos, y reconocer la función cuadrática que modela a esta utilidad.

   - Si la utilidad, U, es la diferencia entre el ingeso de venta y el costo de producción, construya la función de utilidad en función del precio de venta x

4. Debe asociar el cálculo del precio óptimo como el vértice de la parábola que modela la utilidad, y de este modo utilizar el segundo estándar.

   - Para la función de utilidad anterior, calcule el precio óptimo para obtener la máxima utilidad. Le informamos que la función de utilidad, $U(x)$ es
   $$U(x) = -\frac{20}{9}x^2 + \frac{220}{9}x - \frac{387}{9}$$
   pero usted debe llegar a ella mediante razonamiento y manipulación algebraica.

5. Quinto estándar: Cálculo de la derivada de una función cuadrática

1. Dada la función cuadrática $f(x) = Ax^2+Bx+C$ debe saber interpretar los valores de $f(x+h)$, $f(x+h)-f(x)$ y el valor de $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ asociándolo al cálculo de la tangente que pasa por los puntos $(x, f(x))$ y $(x+h, f(x+h))$

   - Para la función $f(x) = 4x^2 + 5x - 1$ calcule

   $$lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$$

2. Debe calcular el valor de

   $$lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

   para cualquier función cuadrática $f(x)$, y descubrir la fórmula de regularidad que emerge.

   - Para la función $f(x) = Ax^2 + Bx + C$ calcule

   $$lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$