Una guía rápida para pasar de la forma normal a la forma estándar de una parábola

Eliseo Martínez*

8 de mayo de 2018

Resumen

Se entrega el algoritmo para escribir la función cuadrática $Ax^2 + Bx + C$ a la forma estándar $k(x-a)^2 + b$

1. La forma estándar $k(x-a)^2 + b$

La forma estándar entrega practicamente *prima facie*[1] toda la información de la parábola. En efecto, si la función cuadrática está en su forma estándar, esto es $k(x-a)^2 + b$ entonces

1. Si $k > 0$ la parábola tiene concavidad positiva (en forma de $\cup$), y si $k < 0$ entonces la parábola tiene concavidad negativa (en forma de $\cap$)

2. El vértice de la parábola es (a, b)

3. Si k y b tienen distinto signo, entonces la parábola corta al eje Y (tiene raíces reales), de lo contrario no tiene raíces reales y ellas son complejas.

4. Si existen las raíces reales estas son

$$x_1 = a + \sqrt{-\frac{b}{k}};\ x_2 = a - \sqrt{-\frac{b}{k}}$$

Ahora bien, por lo general la parábola se entrega en su forma normal, esto es $f(x) = Ax^2 + Bx + C$. Sin embargo, el paso a la forma estándar es relativamente sencillo. En efecto, la abcisa a del vértice está dada por

$$a = -\frac{B}{2A}$$

*Trabajo financiado por el Proyecto de Docencia: Hacer y corregir en los procesos de evaluación, 2017

[1]Locución latina que significa a *primera vista*

y en consecuencia, la ordenada b se obtiene mediante

$$b = f\Big(-\frac{B}{2A}\Big)$$

Y finalmente el valor de k es

$$k = A$$

2. Ejemplo para $3x^2 - 24x + 46$

En este caso[2], tenemos que

$$a = -\frac{-24}{2 \cdot 3} = \frac{24}{6} = 4$$

luego para el cálculo de b, tenemos

$$b = f(4) = 3 \cdot 4^2 - 24 \cdot 4 + 46 = -2$$

y puesto que $k = A = 3$, la forma estándar correspondiente es

$$f(x) = 3(x-4)^2 - 2$$

Puesto que $k = 3$ y $b = -2$ tienen distinto signo, las raíces reales de esta parábola son

$$x_1 = 4 + \sqrt{-\frac{-2}{3}}; \;\; x_2 = 4 - \sqrt{-\frac{-2}{3}}$$

es decir

$$x_1 = 4 + \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 4{,}8165; \;\; x_2 = 4 - \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 3{,}1835$$

Referencias

[1] Apuntes del curso

[2] Observe atentamente que $A = 3$, $B = -24$ y $C = 46$