

Un modelo de demanda y utilidad en base al precio

Eliseo Martínez*

11 de mayo de 2018

Resumen

Se desarrolla un problema basado en una demanda lineal decreciente según el precio del artículo, y se analiza la utilidad que es una función cuadrática

1. La función demanda

Supongamos que la demanda y (en unidades de artículos) de un determinado producto obedece a la función lineal

$$y = -\frac{p}{q} \cdot x + p ; 0 \leq x \leq q$$

donde p es el número máximo de unidades a ser adquiridas y q es el máximo precio que se puede poner a cada unidad. Supongamos que los valores para este modelo son $p = 6$ ($\times 1000$ unidades), y el precio máximo en el mercado de $q = 4$ ($\times 1000$ [US\$/unidad]). De modo que la ecuación que nos queda es

$$y = -\frac{3}{2} \cdot x + 6 ; 0 \leq x \leq 4 \quad (1)$$

2. La función de costo

Si el artículo tiene un costo de p_e US\$ por unidad y un costo fijo de producción de f en US\$, entonces la función de costo en la producción de y unidades es de

$$c(y) = p_e \cdot y + f ; 0 \leq y \leq p$$

Hagamos $p_e = 1$ ($\times 1000$ [US\$/unidad]) y $f = 0,5$ ($\times 1000$ [US\$]). Con estos valores la función de costo es de

$$c(y) = -\frac{3}{2} \cdot x + \frac{13}{2} ; 0 \leq y \leq 6 \quad (2)$$

*Trabajo financiado por el Proyecto de Docencia: Hacer y corregir en los procesos de evaluación, 2017

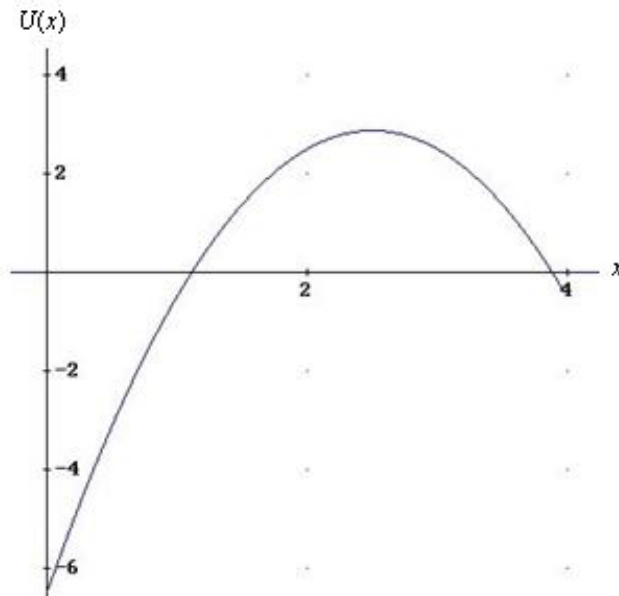


Figura 1: Gráfica de $U(x) = -\frac{3}{2} \cdot x^2 + \frac{15}{2} \cdot x - \frac{13}{2}$; $0 \leq x \leq 4$

3. La función utilidad

Si se desea vender a x dólares por unidad, entonces el ingreso total si la demanda es de y unidades será de $x \cdot y$, y en consecuencia la función de utilidad, U , será de¹

$$U(x) = x \cdot y - c(y)$$

Y con los datos anteriores nos queda la función cuadrática

$$U(x) = x \cdot \left(-\frac{3}{2} \cdot x + 6\right) - \left(-\frac{3}{2} \cdot x + \frac{13}{2}\right)$$

Esto es

$$U(x) = -\frac{3}{2} \cdot x^2 + \frac{15}{2} \cdot x - \frac{13}{2}; 0 \leq x \leq 4 \quad (3)$$

Esta función cuadrática tiene vértice en

$$\left(\frac{5}{2}; U\left(\frac{5}{2}\right)\right) = (2,5; 2,875)$$

De modo que el precio óptimo es de 2500 dólares, y así obtener una ganancia de 2875 dólares al vender 2250 unidades. (Justifique esta conclusión). Observando la Figura 1 de la función de utilidad surge la pregunta: ¿Para qué valores de x la utilidad es negativa?

¹El valor de y es función de la variable x