

La Clase sobre $x(2 - x)$

Eliseo Martínez*

25 de abril de 2018

Resumen

Se estudia la parábola $x(2 - x)x$ para introducir el concepto de razón de cambio. La primera parte corresponde a que analicen esta función y encuentren sus elementos fundamentales como las raíces y su vértice. Una vez realizado esto, se asociará, restringiendo su dominio al intervalo $(0, 2)$, se introducirá el concepto del cociente de Newton asociado a la tangente del ángulo que define la pendiente de la recta tangente a esa parábola.

1. La parábola $y = x(2 - x)$

Se entregará esta función cuadrática al alumno y se le pedirá que la escriba en su forma estándar. Esperamos el siguiente razonamiento: Las raíces de esta función son $x = 0$ y $x = 2$, por lo tanto la abcisa del vértice de esta parábola está en su punto medio, esto es $x = 1$, y en consecuencia la ordenada de este vértice es $y = 1(2 - 1) = 1$, de modo que la forma estándar es

$$y = x(2 - x) = -(x - 1)^2 + 1 \quad (1)$$

Se le pedirá al alumno que esboce su gráfica, que debe lucir como se indica en la Figura 1.

Se pedirá al alumno que, restringido a los valores $0 \leq x \leq 2$, determine la región donde la función es creciente y la función es decreciente. Sobre este problema se le pedirá al alumno que entregue una definición formal o en términos matemáticos para que una función cualquiera, $f(x)$ sea creciente en un determinado dominio.

Para la misma función que esta vez denotaremos por $f(x) = x(2 - x)$ se les pedirá que calculen $f(0,6)$ y $f(0,5)$, y se les pedirá que digan cuánto fue el crecimiento en el intervalo $[0,5; 0,6]$.

Se realizará la misma pregunta pero esta vez para $f(0,6)$ y $f(0,58)$

Se espera que se familiaricen con la expresión $f(0,6) - f(0,58)$ y realicen los diferentes cálculos que se pedirán. Se les mostrará el gráfico de la Figura 2, y se les pedirá cuál fue el crecimiento en el intervalo $[x_0, x_0 + h]$

*Trabajo financiado por el Proyecto de Docencia: Hacer y corregir en los procesos de evaluación, 2017

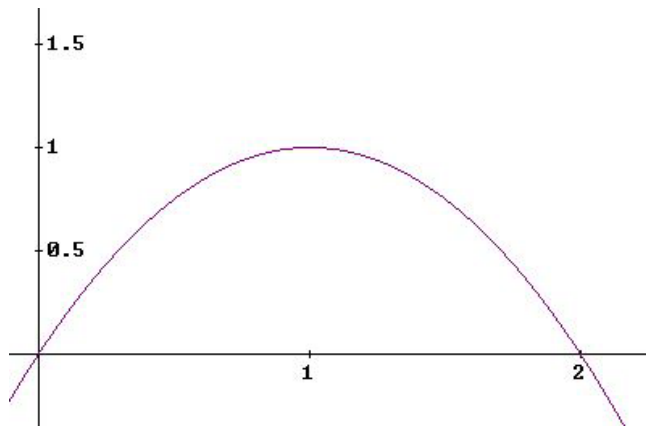


Figura 1: Gráfica de $y = x(2 - x)x$

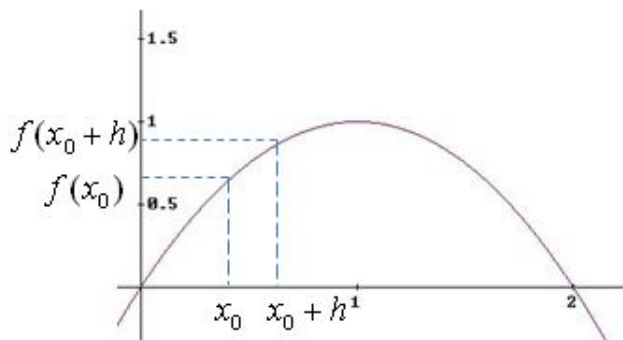


Figura 2: Calculo de $f(x_0 + h) - f(x_0)$

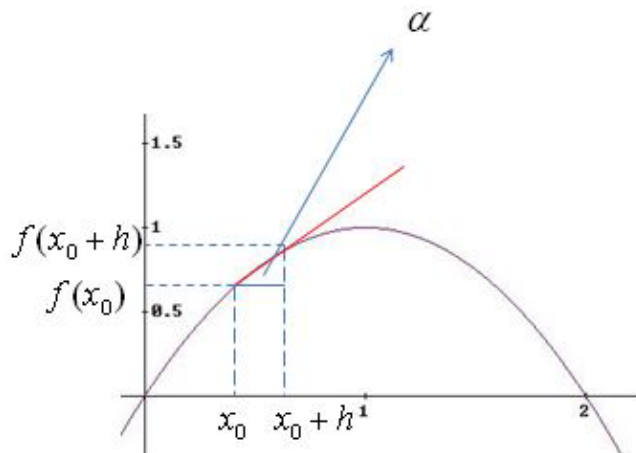


Figura 3: Calcular el valor de α

Se les mostrará la Figura 3 y se les preguntará el valor de la tangente del ángulo α . Se espera, con su respuesta, definir la pendiente como

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \quad (2)$$

y realicen el cálculo. Se terminará la sesión con el cálculo de la expresión anterior cuando $h \rightarrow 0$, y se les preguntará por el significado de α . Finalmente se introduce el concepto de pendiente (asociado a cualquier recta $y = mx + b$). Cerrar la clase, haciendo un repaso de las conclusiones.

Referencias

- [1] Apuntes del curso