

Solución a Primera Prueba INC 27 (****)

Eliseo Martínez

17 de noviembre del 2015

Primer ítem (25%)

- ¿Cuál es la medida en grados sexagesimal de un ángulo que mida $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$ radianes?

Respuesta: $\pi/4$ radianes es equivalente a 45° y $\pi/3$ radianes es equivalente a 60° , en consecuencia $\pi/4 + \pi/3$ radianes es equivalente a 105°

- ¿Cuál es la medida en radianes de un ángulo que mida 120° ?

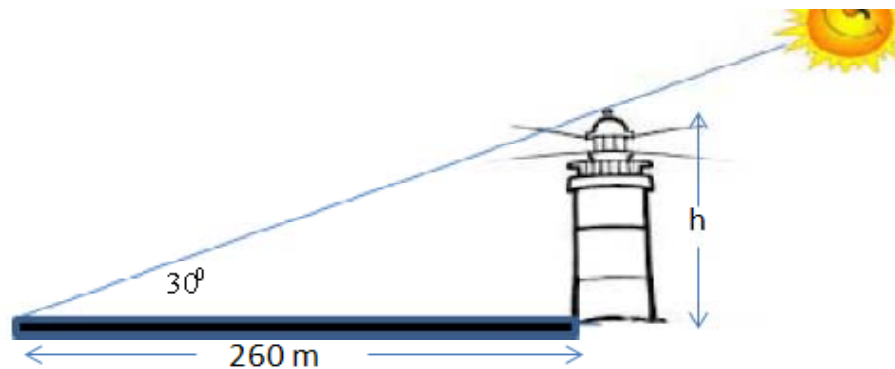
Respuesta: $120^\circ = 90^\circ + 30^\circ = \pi/2 \text{ rad} + \pi/6 \text{ rad} = 2\pi/3 \text{ radianes}$

- Se tiene un ángulo θ que "cae" en el tercer cuadrante y donde $\cos(\theta) = -\frac{1}{3}$. ¿Cuánto vale $\text{sen}(\theta)$?

• **Respuesta:** Si el ángulo está en el tercer cuadrante significa que el seno de ese ángulo es negativo. Por otro lado $\text{sen}^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$ y entonces $\text{sen}\theta = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\sqrt{\frac{8}{9}} = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$

Segundo ítem (30%)

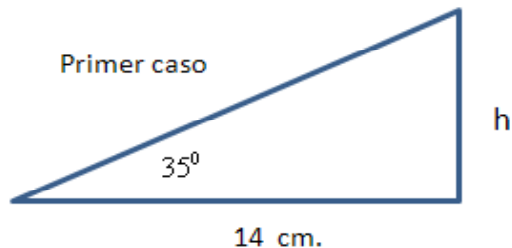
- ¿Cuál es la altura del faro de la Figura siguiente que proyecta una sombra de 300 metros cuando el sol se ha elevado 30° sobre el horizonte?



Respuesta: La altura del faro h queda determinada por la relación $\text{tg}(30^\circ) = \frac{h}{260}$. esto es $h = 260 \cdot \text{tg}(30^\circ) \approx 150.1 \text{ m}$.

- Calcule el área de un triángulo rectángulo si un cateto mide 14 centímetros y un ángulo mide 35°

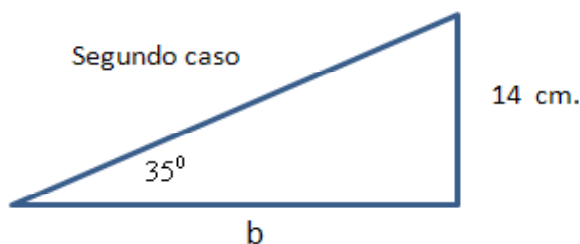
Respuesta: Primer caso,



En este caso, la altura h se encuentra mediante $h = 14 \cdot \operatorname{tg}(35^\circ)$, y en consecuencia el área del triángulo es

$$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{14 \cdot 14 \cdot \operatorname{tg}(35^\circ)}{2} \approx 68.62 \text{ cm}^2$$

El segundo caso que puede ocurrir



Y en este caso la base b se calcula mediante $b = 14 / \operatorname{tg}(35^\circ)$, y en consecuencia el área del triángulo es

$$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{14 \cdot 14}{2 \cdot \operatorname{tg}(35^\circ)} \approx 139.96 \text{ cm}^2$$

Tercer ítem (45%)

- ¿Cuánto interés debe ser invertido hoy a un tipo de interés anual del 7.5% compuesto continuamente, para que dentro de 20 años su valor sea de 28 000 dólares?

Respuesta: Recordemos que la fórmula para el cálculo del interés compuesto está dada por

$$C(t) = C(0) e^{r \cdot t}$$

donde $C(0)$ es el capital inicial, r es el interés (anual, en este caso), y t es el tiempo (medido en años en este caso). La aplicación de este modelo dado las condiciones es

$$28\,000 = C(0) e^{0.075 \cdot 20} = C(0) e^{1.5}$$

en consecuencia

$$C(0) = \frac{28\,000}{e^{1.5}} \approx 6247.6 \text{ US\$}$$

- La densidad de la población a x kilómetros del centro de una ciudad es de $D(x) = 0.9 e^{-0.06x}$ medida miles de personas por kilómetro cuadrado. a) ¿Cuál es la densidad

de población en el centro de la ciudad? b) ¿Cuál es la densidad de la población a 5 kilómetros del centro? c) Esboce la gráfica de la función modeladora indicando sus características esenciales.

Respuesta:

- a) $D(0) = 0.9$, en consecuencia la densidad es de 900 personas por kilómetro cuadrado.
b) $D(5) = 0.9 e^{-0.06 \cdot 5} \approx 0.6667$. Entonces a esa distancia la densidad poblacional es de aproximadamente 667 personas por kilómetro cuadrado.

