

# Solución a Primera Prueba INC 27 (\*\*)

Eliseo Martínez

17 de noviembre del 2015

## Primer ítem (25%)

- ¿Cuál es la medida en grados sexagesimal de un ángulo que mida  $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$  radianes?

**Respuesta:**  $\pi/2$  radianes es equivalente a  $90^0$  y  $\pi/3$  radianes es equivalente a  $60^0$ , en consecuencia  $\pi/2 + \pi/3$  radianes es equivalente a  $150^0$

- ¿Cuál es la medida en radianes de un ángulo que mida  $150^0$ ?

**Respuesta:**  $150^0 = 90^0 + 60^0 = \pi/2 \text{ rad} + \pi/3 \text{ rad} = 5\pi/6 \text{ radianes}$

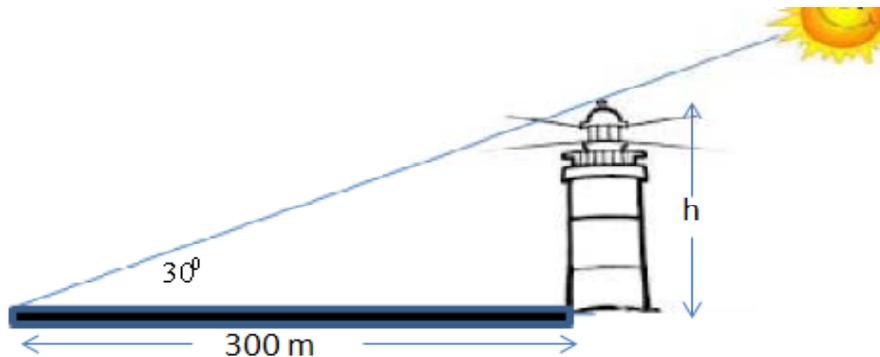
- Se tiene un ángulo  $\theta$  que "cae" en el segundo cuadrante y donde  $\text{sen}(\theta) = \frac{1}{3}$ . ¿Cuánto vale  $\text{cos}(\theta)$ ?

- **Respuesta:** Si el ángulo está en el segundo cuadrante significa que el coseno de ese ángulo es negativo. Por otro lado  $\text{sen}^2(\theta) + \text{cos}^2(\theta) = 1$  y entonces  $\text{cos} \theta = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} =$

$$-\sqrt{\frac{8}{9}} = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$$

## Segundo ítem (30%)

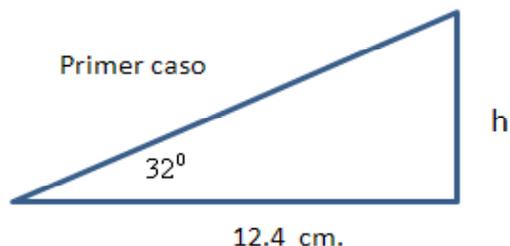
- ¿Cuál es la altura del faro de la Figura siguiente que proyecta una sombra de 300 metros cuando el sol se ha elevado  $30^0$  sobre el horizonte?



**Respuesta:** La altura del faro  $h$  queda determinada por la relación  $\text{tg}(30^0) = \frac{h}{300}$ . esto es  $h = 300 \cdot \text{tg}(30^0) \approx 173.20 \text{ m}$ .

- Calcule el área de un triángulo rectángulo si un cateto mide 12.4 centímetros y un ángulo mide  $32^0$

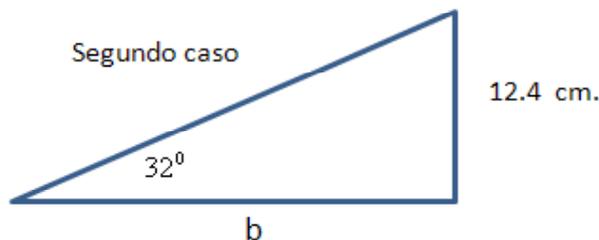
**Respuesta:** Primer caso,



En este caso, la altura  $h$  se encuentra mediante  $h = 12.4 \cdot \operatorname{tg}(32^\circ)$ , y en consecuencia el área del triángulo es

$$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{12.4 \cdot 12.4 \cdot \operatorname{tg}(32^\circ)}{2} \approx 48.04 \text{ cm}^2$$

El segundo caso que puede ocurrir



Y en este caso la base  $b$  se calcula mediante  $b = 12.4 / \operatorname{tg}(32^\circ)$ , y en consecuencia el área del triángulo es

$$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{12.4 \cdot 12.4}{2 \cdot \operatorname{tg}(32^\circ)} \approx 123. \text{ cm}^2$$

**Tercer ítem (45%)**

- ¿Cuánto interés debe ser invertido hoy a un tipo de interés anual del 6% compuesto continuamente, para que dentro de 15 años su valor sea de 20 000 dólares?

**Respuesta:** Recordemos que la fórmula para el cálculo del interés compuesto está dada por

$$C(t) = C(0) e^{r \cdot t}$$

donde  $C(0)$  es el capital inicial,  $r$  es el interés (anual, en este caso), y  $t$  es el tiempo (medido en años en este caso). La aplicación de este modelo dado las condiciones es

$$20\,000 = C(0) e^{0.06 \cdot 15} = C(0) e^{0.9}$$

en consecuencia

$$C(0) = \frac{20\,000}{e^{0.9}} \approx 8131.4. \text{ US\$}$$

- La densidad de la población a  $x$  kilómetros del centro de una ciudad es de  $D(x) = 0.8e^{-0.07x}$  medida miles de personas por kilómetro cuadrado. a) ¿Cuál es la densidad de población en el centro de la ciudad? b) ¿Cuál es la densidad de la población a 10 kilómetros del centro? c) Esboce la gráfica de la función modeladora indicando sus características esenciales.

**Respuesta:**

- a)  $D(0) = 0.8$ , en consecuencia la densidad es de 800 personas por kilómetro cuadrado.  
 b)  $D(10) = 0.8e^{-0.07 \cdot 10} \approx 0.3972$ . Entonces a esa distancia la densidad poblacional es de aproximadamente 397 personas por kilómetro cuadrado.

