

Solución a Primera Prueba INC 27 (*)

Eliseo Martínez

17 de noviembre del 2015

Primer ítem (25%)

- ¿Cuál es la medida en grados sexagesimal de un ángulo que mida $\pi + \frac{\pi}{3}$ radianes?

Respuesta: π radianes es equivalente a 180^0 y $\frac{\pi}{3}$ radianes es equivalente a 60^0 , en consecuencia $\pi + \frac{\pi}{3}$ radianes es equivalente a 240^0

- ¿Cuál es la medida en radianes de un ángulo que mida 135^0 ?

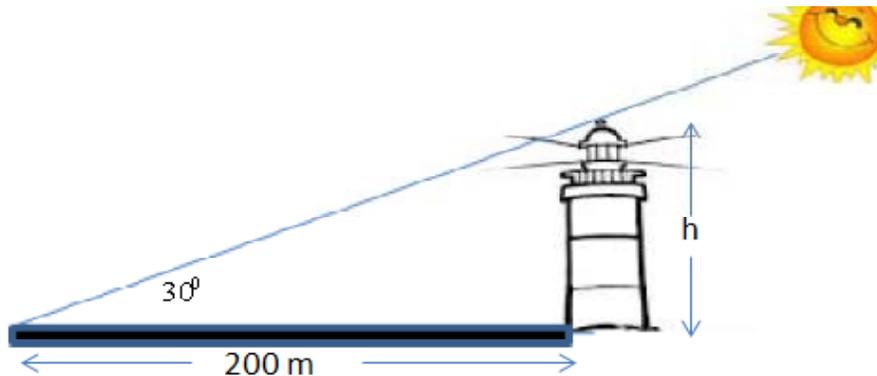
Respuesta: $135^0 = 90^0 + 45^0 = \pi/2 \text{ rad} + \pi/4 \text{ rad} = 3\pi/4 \text{ radianes}$

- Se tiene un ángulo θ que "cae" en el segundo cuadrante y donde $\text{sen}(\theta) = \frac{2}{3}$. ¿Cuánto vale $\text{cos}(\theta)$?

• **Respuesta:** Si el ángulo está en el segundo cuadrante significa que el coseno de ese ángulo es negativo. Por otro lado $\text{sen}^2(\theta) + \text{cos}^2(\theta) = 1$ y entonces $\text{cos} \theta = -\sqrt{1 - \frac{4}{9}} = -\sqrt{\frac{5}{9}} = -\frac{1}{3}\sqrt{5}$

Segundo ítem (30%)

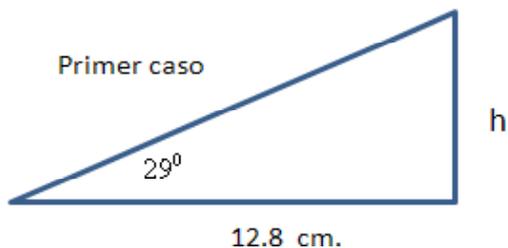
- ¿Cuál es la altura del faro de la Figura siguiente que proyecta una sombra de 200 metros cuando el sol se ha elevado 30^0 sobre el horizonte?



Respuesta: La altura del faro h queda determinada por la relación $\text{tg}(30^0) = \frac{h}{200}$. esto es $h = 200 \cdot \text{tg}(30^0) = 115.47 \text{ m}$.

- Calcule el área de un triángulo rectángulo si un cateto mide 12.8 centímetros y un ángulo mide 29^0

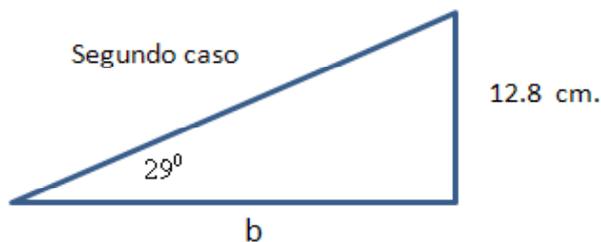
Respuesta: Primer caso,



En este caso, la altura h se encuentra mediante $h = 12.8 \cdot \operatorname{tg}(29^\circ)$, y en consecuencia el área del triángulo es

$$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{12.8 \cdot 12.8 \cdot \operatorname{tg}(29^\circ)}{2} \approx 45.41 \text{ cm}^2$$

El segundo caso que puede ocurrir



Y en este caso la base b se calcula mediante $b = 12.8 / \operatorname{tg}(29^\circ)$, y en consecuencia el área del triángulo es

$$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{12.8 \cdot 12.8}{2 \cdot \operatorname{tg}(29^\circ)} \approx 147.79 \text{ cm}^2$$

Tercer ítem (45%)

- ¿Cuánto interés debe ser invertido hoy a un tipo de interés anual del 7% compuesto continuamente, para que dentro de 20 años su valor sea de 22 000 dólares?

Respuesta: Recordemos que la fórmula para el cálculo del interés compuesto está dada por

$$C(t) = C(0) e^{r \cdot t}$$

donde $C(0)$ es el capital inicial, r es el interés (anual, en este caso), y t es el tiempo (medido en años en este caso). La aplicación de este modelo dado las condiciones es

$$22000 = C(0) e^{0.07 \cdot 20} = C(0) e^{1.4}$$

en consecuencia

$$C(0) = \frac{22000}{e^{1.4}} \approx 5425. \text{ US\$}$$

- La densidad de la población a x kilómetros del centro de una ciudad es de $D(x) = 0.7e^{-0.06x}$ medida miles de personas por kilómetro cuadrado. a) ¿Cuál es la densidad

de población en el centro de la ciudad? b) ¿Cuál es la densidad de la población a 12 kilómetros del centro? c) Esboce la gráfica de la función modeladora indicando sus características esenciales.

Respuesta:

- a) $D(0) = 0.7$, en consecuencia la densidad es de 700 personas por kilómetro cuadrado.
b) $D(12) = 0.7e^{-0.06 \cdot 12} \approx 0.3407$. Entonces a esa distancia la densidad poblacional es de aproximadamente 341 personas por kilómetro cuadrado.

