

Ejercicios sobre rectas tangentes y razones de cambios

Manuel Barahona y Eliseo Martínez

Diciembre 2015

Exercise 0.1 *Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^4 - 3x^2 + 2$, en el punto $x = 0$.*

Exercise 0.2 *Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^3$, en el punto $x = 1$*

Exercise 0.3 *¿En qué puntos, si los hay, tiene la curva $y = x^4 - 3x^2 + 2$ tangentes horizontales?*

Exercise 0.4 *Grafique la función $y = -x^2 + 6x - 5$ y halle las rectas tangentes a los puntos donde la curva corta al eje X y donde la tangente es paralela a dicho eje.*

Exercise 0.5 *El área de un cuadrado de lado x es $A = x^2$. Hallar la razón de cambio del área respecto del lado cuando $x = 4$. Interprete el resultado.*

Exercise 0.6 *El volumen de un cubo de arista x es $V = x^3$. Hallar la razón de cambio del volumen respecto de la arista cuando $x = 2$. Interprete el resultado*

Exercise 0.7 *Halle las ecuaciones de las rectas tangentes al gráfico de la función $y = x^2 - 4x + 25$ que pasan por el origen.*

Exercise 0.8 *Halle los valores de a, b y c tales que el gráfico de la función $y = ax^2 + bx + c$ interseque al eje X en los puntos $(0, 0)$ y $(5, 0)$ y tenga una tangente con pendiente 1 cuando $x = 2$.*

Exercise 0.9 Halle los valores de a y b tales que el punto más bajo del gráfico de la función $f(x) = ax^2 + bx$ sea $(3, 8)$.

Exercise 0.10 Se estima que dentro de t años la tirada de un periódico local será de $C(t) = 100t^2 + 400t + 5000$. a) Obtenga una expresión para el ritmo al que estará cambiando la tirada dentro de t años. b) ¿A qué ritmo estará cambiando la tirada dentro de 5 años? c) ¿En cuánto cambiará realmente la tirada durante el sexto año?

Exercise 0.11 Las ganancias anuales brutas de una cierta compañía se estima que será de $G(t) = 0.1t^2 + 10t + 20$ en miles de dólares, t años después de su constitución, que es en 2015. a) ¿A qué ritmo estarán creciendo las ganancias anuales brutas de la compañía en el 2019? b) ¿A qué razón porcentual estarán creciendo las ganancias en ese mismo año?

Exercise 0.12 Los registros de bienes raíces indican que t años después del 2015, el impuesto (en promedio) de una casa de tres dormitorios en la ciudad de Tranquilayegua será de $I(t) = 20t^2 + 40t + 600$ dólares. a) ¿A qué ritmo estará creciendo el impuesto sobre la propiedad en el año 2021? b) ¿A qué razón porcentual estará creciendo el impuesto sobre la propiedad en ese mismo año?

Exercise 0.13 Suponga que el costo total de producción C , medido en miles de dólares, de una cierta fábrica es función del número de q unidades producidas, el cual, a la vez, es función del número t de horas durante las cuales está operando la fábrica. a) ¿Qué cantidad estará representada por la derivada $\frac{dC}{dq}$ y en qué unidades está medida esta cantidad? b) ¿Qué cantidad está representada por la derivada $\frac{dq}{dt}$ y en qué unidades está medida esta cantidad? c) ¿Qué cantidad está representada por $\frac{dC}{dq} \frac{dq}{dt}$ y en qué unidades está medida esta cantidad?

Exercise 0.14 Determine la razón a la que aumenta el área de un círculo cuando su radio mide 10 cms. y está aumentando a razón de $2\pi \left[\frac{\text{cm}}{\text{seg}} \right]$

Exercise 0.15 ¿A qué razón decrece el radio de un círculo con respecto al tiempo, cuando su área mide $75\pi \text{ cm}^2$ y disminuye a razón de $2\pi \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{seg}} \right]$?

Exercise 0.16 ¿A qué razón decrece el área de un triángulo equilátero cuando su arista mide 10 cm. y disminuye a razón de $2 \left[\frac{\text{cm}}{\text{seg}} \right]$?

Exercise 0.17 *Si se está bombeando aire a un balón esférico de modo que su radio, r , aumenta a razón constante de $\frac{dr}{dt} = 1 \left[\frac{cm}{seg} \right]$. ¿Cuál es la razón de cambio con el tiempo, en $\left[\frac{cm^3}{seg} \right]$, del volumen del balón, cuando su radio r mide 10 cms.?*