Tercera prueba de Cálculo Vectorial, primer semestre 2023

Eliseo Martínez

22 de junio del 2022.

Resumen

Usted tiene hasta el 12 de junio del 2023 para desarrollar correctamente esta prueba para su entrega.

Cada ítem tiene un puntaje de 0 a 1. Puntaje 1 si está correctamente resuelto, puntaje 0 si no está correctamente resuelto, y en consecuencia se le dará un tiempo para que haga las correcciones. El desarrollo de sus respuestas debe ser en forma manuscrita, y si hubiese algún gráfico de apoyo a su respuesta lo puede adjuntar adecuadamente. Debe poner sus respuestas en su archivador.

1. Preliminares

En lo que venga de ahora en adelante usted trabajará con el campo vectorial bidimensional

$$\vec{F}(x, y) = [y, x^2] \quad (1)$$

2. Flujos de línea

Calcule la forma general de los flujos de línea (*streamlines*) de como usted lo sabe, la familia obedece a la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{dx}{P(x, y)} = \frac{dy}{Q(x, y)} \quad \text{donde} \quad F(x, y) = [P(x, y), Q(x, y)] \quad (2)$$

El campo (2) entrega la ecuación diferencial de la forma

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q(x, y)}{P(x, y)} = \frac{Q(x)}{P(y)} \quad (3)$$

donde usted puede resolverla mediante cualquier procedimiento computacional. Debe realizar lo siguiente

1. Entregar las líneas de flujo asociadas al campo vectorial (1)

2. Dibujar con un software las líneas de flujo
3. Sobre cada línea de flujo debe usted dibujar con un software el campo vectorial
4. Ambas gráficas deben estar en un mismo plano cartesiano.

3. Teorema de Green

Para la región R que está acotada por la curva

$$x^2 + y^2 = 1 \tag{4}$$

verifique el Teorema de Green, esto es

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_R \left(\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial P(x,y)}{\partial y} \right) dx dy \tag{5}$$

realizando ambas integrales en (5), donde $\vec{r}$ es una representación paramétrica de la curva en (4). Esta vez, debe entregar ambos desarrollos en forma manuscrita, no se permitirá pantallazos.