



Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias Básicas

PAUTA PRIMERA PRUEBA ÁLGEBRA I

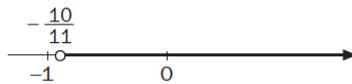
Resolver cada ítem según corresponda:

- I. Represente gráficamente y por intervalo las soluciones de **solo dos** de los siguientes tres ejercicios:

a) $\frac{x}{2} - \frac{3x}{5} < x + 1$

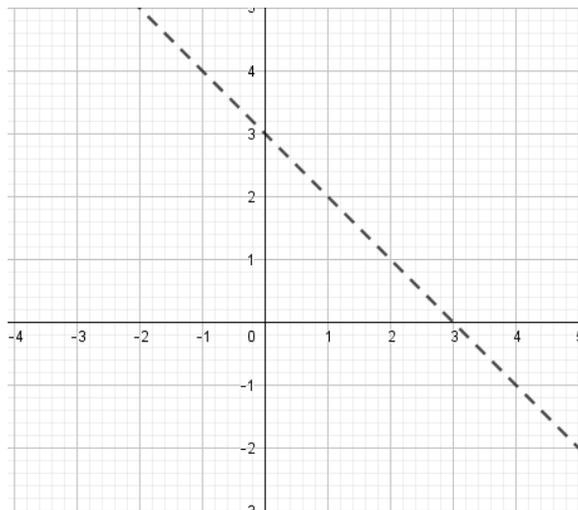
$$\begin{aligned} \frac{x}{2} - \frac{3x}{5} < x + 1 &\Rightarrow \frac{5x - 6x}{10} (10) < (x + 1)(10) \Rightarrow -x < 10x + 10 \\ &\Rightarrow -x - 10x < 10x + 10 - 10x \Rightarrow -11x \left(\frac{-1}{11}\right) < 10 \left(\frac{-1}{11}\right) \\ &\Rightarrow x < -\frac{10}{11} \end{aligned}$$

Por lo tanto, $S = \left(-\frac{10}{11}; +\infty\right)$ y



b) $x + y > 3$

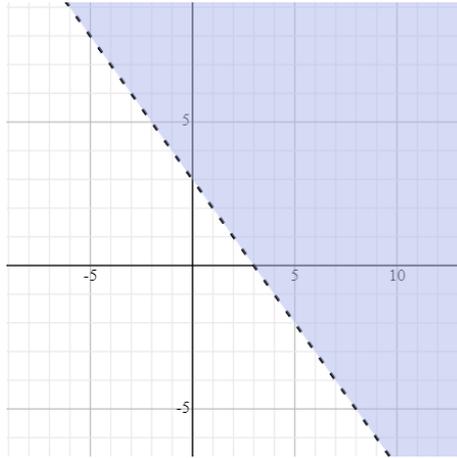
Si $x = 0 \Rightarrow y = 3$ y si $y = 0 \Rightarrow x = 3$ se tiene la gráfica de la recta $x + y = 3$



PAUTA PRIMERA PRUEBA ÁLGEBRA I – 25 de abril de 2018

Verificar punto:

Sea el punto $(0,0)$ que pertenece al semiplano bajo la recta $(x + y < 3)$, al reemplazar en inecuación se tiene $0 + 0 < 3$, por lo que el semiplano solución es al cual no corresponde este punto (sector pintado) $x + y > 3$



$$c) \begin{cases} -3 < x < 3 \\ x^2 > 1 \end{cases}$$

$$i) S_1 = (-3; 3)$$

$$ii) x^2 > 1 \Rightarrow x^2 - 1 > 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 1) > 0$$

Luego, los puntos críticos y tabla de signos se obtienen de la siguiente manera

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \quad ; \quad x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
	-5	0	3	
$x - 1$	$-$	$-$	$+$	
$x + 1$	$-$	$+$	$+$	
$(x - 1)(x + 1)$	$+$	$-$	$+$	

$$\text{Así, } S_2 = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

$$\text{Por lo tanto, la solución general es } S = S_1 \cap S_2 = (-3; -1) \cup (1; 3)$$

II. **Simplificando** si fuese necesario, resuelva la siguiente inecuación:

$$\frac{(x^2 - 25) \cdot (x + 3) \cdot (x - 2)}{(x - 5) \cdot (x + 7) \cdot (x - 1)} > 0$$

Aplicando producto notable, se tiene

$$\frac{(x - 5) \cdot (x + 5) \cdot (x + 3) \cdot (x - 2)}{(x - 5) \cdot (x + 7) \cdot (x - 1)} = \frac{(x + 5) \cdot (x + 3) \cdot (x - 2)}{(x + 7) \cdot (x - 1)}$$

Luego, los puntos críticos y tabla de signos se obtienen de la siguiente manera

$$x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \quad ; \quad x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \quad ; \quad x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7 \quad ; \quad x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

	$-\infty$	-7	-5	-3	1	2	$+\infty$
	-10	-6	-4	0	1.5	4	
$x + 5$	-	-	+	+	+	+	
$x + 3$	-	-	-	+	+	+	
$x - 2$	-	-	-	-	-	+	
$x + 7$	-	+	+	+	+	+	
$x - 1$	-	-	-	-	+	+	
$\frac{(x + 5) \cdot (x + 3) \cdot (x - 2)}{(x + 7) \cdot (x - 1)}$	-	+	-	+	-	+	

Por lo tanto, la solución es $S = (-7; -5) \cup (-3; 1) \cup (2; \infty)$

III. Sea $\left| \frac{x-3}{x+5} \right| < 2$:

a) Escriba la desigualdad completa, aplicando valor absoluto.

$$-2 < \frac{x - 3}{x + 5} < 2$$

b) Por separado, represente de forma gráfica la solución de cada inecuación de a).

$$\begin{aligned} \text{i) } \frac{x-3}{x+5} > -2 &\Rightarrow \frac{x-3}{x+5} + 2 > -2 + 2 \Rightarrow \frac{x-3}{x+5} + \frac{2(x+5)}{x+5} > 0 \\ &\Rightarrow \frac{x-3+2x+10}{x+5} > 0 \Rightarrow \frac{3x+7}{x+5} > 0 \end{aligned}$$

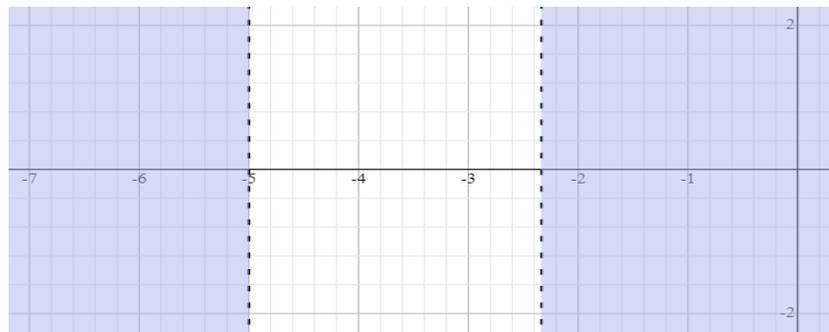
PAUTA PRIMERA PRUEBA ÁLGEBRA I – 25 de abril de 2018

Luego, los puntos críticos y tabla de signos se obtienen de la siguiente manera

$$3x + 7 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{3} ; x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$$

	$-\infty$	-5	$-\frac{7}{3}$	$+\infty$
	-10	-3	0	
$3x + 7$	-	-	+	
$x + 5$	-	+	+	
$(3x + 7)(x + 5)$	+	-	+	

$$\text{Así, } S_1 = (-\infty; -5) \cup \left(-\frac{7}{3}; +\infty\right)$$



$$\begin{aligned} \text{ii) } \frac{x-3}{x+5} < 2 &\Rightarrow \frac{x-3}{x+5} - 2 < 2 - 2 \Rightarrow \frac{x-3}{x+5} - \frac{2(x+5)}{x+5} < 0 \\ &\Rightarrow \frac{x-3-2x-10}{x+5} < 0 \Rightarrow \frac{-(x+13)}{x+5} < 0 \Rightarrow \frac{x+13}{x+5} > 0 \end{aligned}$$

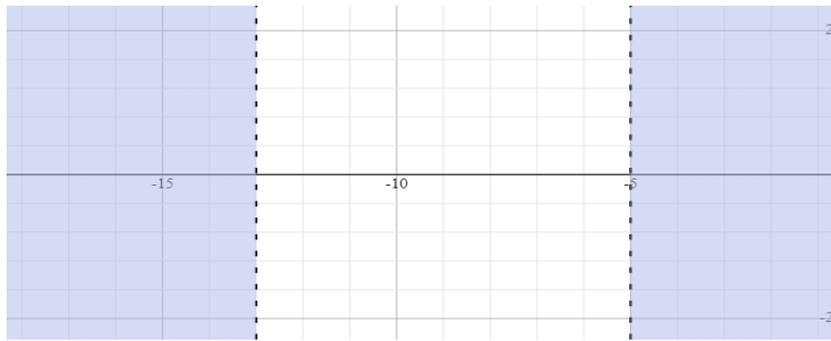
Luego, los puntos críticos y tabla de signos se obtienen de la siguiente manera

$$x + 13 = 0 \Rightarrow x = -13 ; x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$$

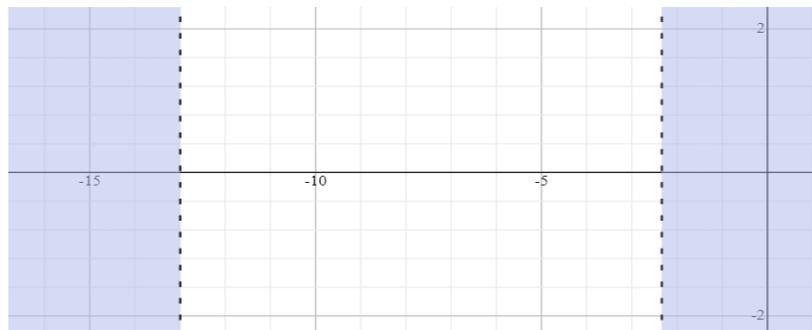
	$-\infty$	-13	-5	$+\infty$
	-20	-10	0	
$x + 13$	-	+	+	
$x + 5$	-	-	+	
$\frac{x + 13}{x + 5}$	+	-	+	

$$\text{Así, } S_2 = (-\infty; -13) \cup (-5; +\infty)$$

PAUTA PRIMERA PRUEBA ÁLGEBRA I – 25 de abril de 2018



- c) Represente de forma gráfica y por intervalo, la solución completa de inecuación en valor absoluto.



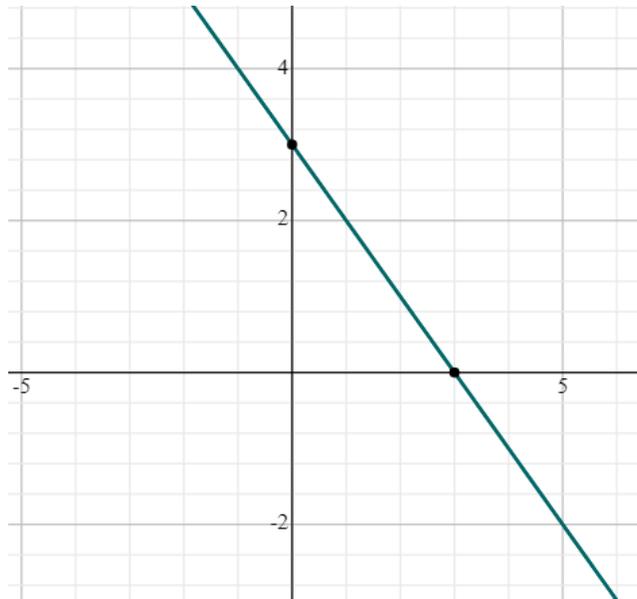
La solución completa es dada por $S = (-\infty; -13) \cup \left(-\frac{7}{3}; +\infty\right)$

IV. Sea el sistema
$$\begin{cases} x + y \leq 3 \\ 2x - y \geq -1 \end{cases}$$

- a) Hallar recta $L_1: x + y = 3$. (Graficar)

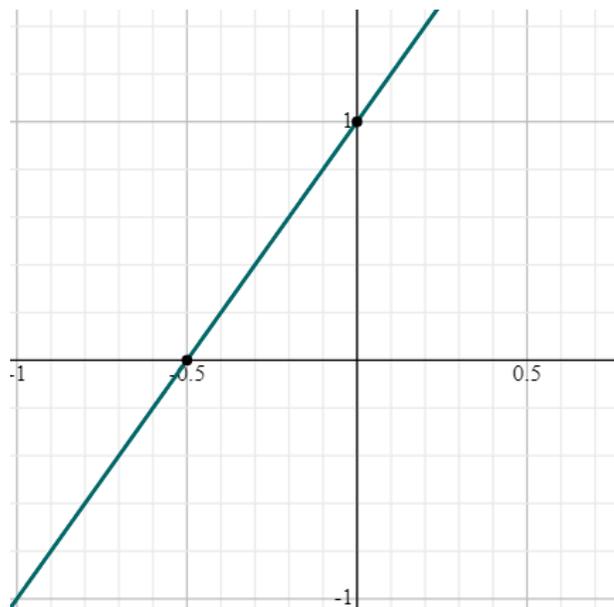
Si $x = 0 \Rightarrow y = 3$; $y = 0 \Rightarrow x = 3$

PAUTA PRIMERA PRUEBA ÁLGEBRA I – 25 de abril de 2018



b) Hallar recta $L_2: 2x - y = -1$. (Graficar)

$$\text{Si } x = 0 \Rightarrow y = 1; y = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$



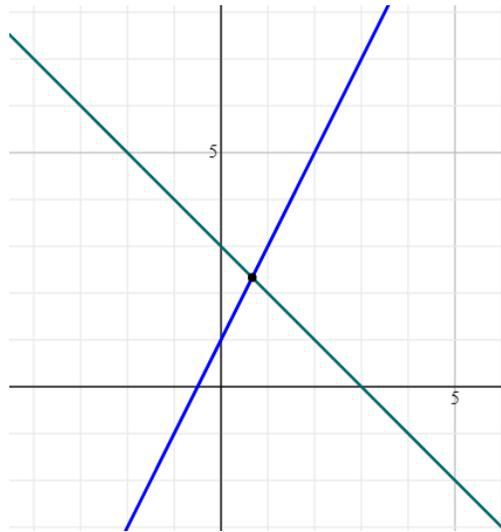
c) Encuentre punto de intersección de L_1 con L_2 , resolviendo el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$

Aplicando método de reducción, se tiene

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = -1 \end{cases} \Rightarrow 3x + 0y = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3} = 0.67$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} + y = 3 \Rightarrow y = 3 \cdot \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{7}{3} = 2.33$$

Así, el punto de intersección es dado por $(x, y) = \left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$



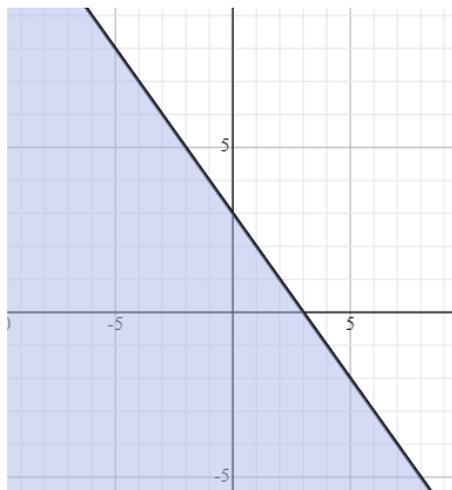
d) Resuelva el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} x + y \leq 3 \\ 2x - y \geq -1 \end{cases}$$

i) $x + y \leq 3$

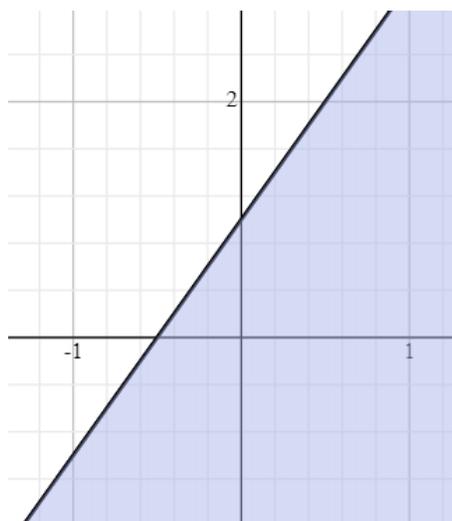
En a) se tiene recta graficada, por lo cual elegimos el punto $(0,0)$ que pertenece al semiplano bajo la recta. Al reemplazar en inecuación se tiene $0 + 0 \leq 3$, por lo que el semiplano solución es al cual corresponde este punto (sector pintado) $x + y \leq 3$.

PAUTA PRIMERA PRUEBA ÁLGEBRA I – 25 de abril de 2018



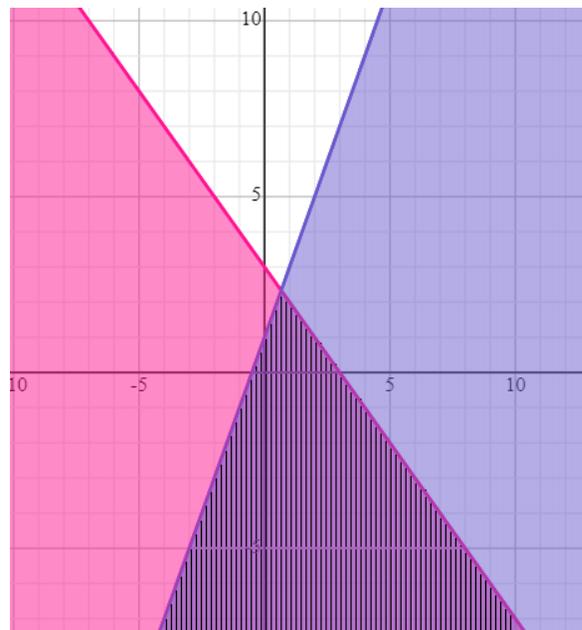
ii) $2x - y \geq -1$

En b) se tiene recta graficada, por lo cual elegimos el punto (0,0) que pertenece al semiplano bajo la recta. Al reemplazar en inecuación se tiene $0 + 0 \geq -1$, por lo que el semiplano solución es al cual corresponde este punto (sector pintado) $2x - y \geq -1$.



Por lo tanto, la solución del sistema es la intersección de ambas soluciones anteriores.

PAUTA PRIMERA PRUEBA ÁLGEBRA I – 25 de abril de 2018



V. Un artesano fabrica un cierto número de piezas para una máquina, sea este número x :

a) Si vende 70 de estas piezas y le quedan por vender más de la mitad. Escriba la desigualdad que representa.

$$x - 70 > \frac{x}{2}$$

b) Luego fabrica 6 más y vende otras 36, quedando menos de 42 piezas por vender. Escriba la desigualdad que representa.

$$x - 70 + 6 - 36 < 42$$

c) Resuelva inecuación a).

$$x - 70 + 70 > \frac{x}{2} + 70 \Rightarrow x - \frac{x}{2} > 70 + \frac{x}{2} - \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x}{2}(2) > 70(2) \Rightarrow x > 140$$

d) Resuelva inecuación b).

$$x - 70 + 6 - 36 < 42 \Rightarrow x - 100 + 100 < 42 + 100 \Rightarrow x < 142$$

PAUTA PRIMERA PRUEBA ÁLGEBRA I – 25 de abril de 2018

- e) Considerando las soluciones anteriores y que el número de piezas debe ser entero. ¿Cuál es el número inicial de piezas fabricados?

El número de piezas está en el intervalo $(140,142)$, por lo tanto es igual a 141 piezas.