Segundo trabajo de evaluación QFMT-14, 1^{er} semestre 2024

Grupo 12

1 de julio de 2025

Resumen

Realice con sumo cuidado las respuestas a este trabajo. Como es habitual debe agregar ordenadamente sus respuestas en su archivo de grupo. Las gráficas y tablas solicitadas las puede realizar con un software adecuado y agregarla en forma conveniente en su trabajo indicando título y unidades correctas. Si todas sus respuestas están correcta usted tiene la calificación de A, significando que aprobó todos los estándares exigidos en esta unidad, de lo contrario tendrá una calificación momentánea de R, significando con esto que debe reparar el error cometido (que se le indicará con precisión en la revisión). Este trabajo debe ser entregado en día 11 de julio antes de las 11 horas.

1. La función $y = \frac{k}{x}$

La ley de los gases ideales establece que $PV = nRT$, donde P es la presión, V es el volumen, n el número de moles, R la constante universal de los gases, y T la temperatura absoluta. Si n, R y T se mantienen constantes, entonces se cumple que:

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{k}{V}$$

Esta es una función de tipo inversa, $y = \frac{k}{x}$. A continuación se presentan problemas que aplican esta relación en contextos químicos y experimentales.

1.1. Relación presión-volumen de un gas confinado

Se mantiene una cantidad fija de un gas ideal a temperatura constante. Inicialmente, el gas ocupa un volumen de $2\,\mathbf{L}$ bajo una presión de $1{,}2\,\mathbf{atm}$.

a) Encuentra la constante $k = nRT$.

b) Expresa la presión como función del volumen.

c) Determina la presión cuando el volumen se reduce a $1{,}4\,\mathbf{L}$.

d) Grafica la función presión-volumen $P(V) = \frac{k}{V}$ para $V \in [1, 4]$.

1.2. Aplicación en cámaras de oxígeno

En una cámara hiperbárica para tratamiento con oxígeno, se usa una cantidad fija de gas a temperatura constante. Si la presión en la cámara es de $3{,}2\,\mathbf{atm}$ y el volumen es de $1{,}0\,\mathbf{m}^3$:

a) Determina el producto PV.

b) Si se aumenta el volumen de la cámara a $1{,}7\,\mathbf{m}^3$, ¿cuál será la nueva presión?

c) Explica si la relación presión-volumen es lineal o hiperbólica.

1.3. Preparación de mezcla gaseosa

Se prepara una mezcla de gases en un recipiente de volumen variable, manteniendo constante la temperatura y el número de moles.

a) Completa la siguiente tabla usando la relación $P = \frac{k}{V}$, con $k = 22\,\mathbf{atm} \cdot \mathbf{L}$:

Volumen (L)	1	2	3	4	6	8
Presión (atm)	____	____	____	____	____	____

b) ¿Qué tipo de gráfico resulta si se grafica P en función de V?

c) ¿Qué sucede con la presión cuando se duplica el volumen?

2. El modelo exponencial

- Dominar un modelo exponencial de absorción y eliminación de droga.
- Dominar el modelo exponencial de crecimiento.
- Dominar el modelo exponencial de decrecimiento.
- Utilizando logaritmo debe saber resolver una ecuación exponencial
- Debe dominar el modelo de decaimiento.
- Debe dominar el modelo de absorción.

2.1. Modelo de absorción y eliminación de droga

Consideremos el siguiente modelo de absorción y eliminación de una droga en el cuerpo:

$$C(t) = \frac{D}{V}\left(\frac{k_a}{k_a - k_e}\right)\left(e^{-k_e t} - e^{-k_a t}\right)$$

donde:

- $C(t)$ es la concentración de la droga en el tiempo t,
- D es la dosis administrada (mg),
- V es el volumen de distribución (L),
- k_a es la constante de absorción (h^{-1}),
- k_e es la constante de eliminación (h^{-1}),
- t es el tiempo (horas).

Dado:

1 $D = 500 \quad mg$,

2 $V = 24 \quad L$,

3 $k_a = 0{,}6 \quad h^{-1}$,

4 $k_e = 0{,}1 \quad h^{-1}$

Describa el modelo y responda las siguientes preguntas:
1. ¿Cuál es la unidad de $C(t)$?
2. ¿Cuál es la concentración máxima de la droga en el cuerpo según el modelo, y en qué momento ocurre?
3. ¿Qué sucede con la concentración de la droga a medida que el tiempo avanza? ¿Es posible que la concentración siga aumentando indefinidamente?
4. ¿Cómo afectaría una dosis más alta o un cambio en el volumen de distribución V a la concentración de la droga en el cuerpo?
5. Si se reduce la constante de eliminación k_e, por ejemplo, debido a una disfunción hepática, ¿cómo cambiaría la concentración de la droga a lo largo del tiempo?

2.2. Modelo de decaimiento radiactivo

El modelo exponencial de decaimiento describe cómo se reduce la cantidad de un elemento radiactivo con el tiempo:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

donde:

- $N(t)$ es la cantidad de material radiactivo en el tiempo t,
- N_0 es la cantidad inicial de material,
- λ es la constante de decaimiento,
- t es el tiempo.

A continuación, se proporciona una tabla con diferentes elementos radiactivos y sus respectivas vidas medias. Calcule la constante de decaimiento λ para cada uno.

Elemento	**Vida media** ($T_{1/2}$)
Uranio-238	4.468 mil millones de años
Carbono-14	5730 años
Potasio-40	1.25 mil millones de años
Polonio-210	138.4 días
Radón-222	3.8 días
Yodo-131	8.02 días
Plutonio-239	24,100 años
Estroncio-90	28.8 años

Preguntas:

1. Usando el modelo exponencial de decaimiento, calcule la constante de decaimiento λ para cada uno de los elementos de la tabla.
2. ¿Qué observa sobre la relación entre la vida media $T_{1/2}$ de un elemento y su constante de decaimiento λ?
3. Grafique la función decaimento para cada uno de los elementos (cuidado con las unidades de tiempo en el eje horizontal. Describa bien las unidades para cada caso)

2.3. Modelo de atenuación de rayos ionizantes

La atenuación de rayos ionizantes se describe mediante la ley de atenuación:

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

donde:

- I es la intensidad transmitida,
- I_0 es la intensidad inicial,
- μ es el coeficiente de atenuación del material (en cm^{-1}),
- x es el espesor del material (en cm).

A continuación, se proporciona una tabla con diferentes materiales y sus coeficientes de atenuación.

Material	**Coeficiente de atenuación** μ en cm^{-1}
Agua	0.1
Plomo	0.45
Acero	0.2
Polietileno	0.07
Concreto	0.15
Aluminio	0.1
Madera	0.05
Hierro	0.15

Preguntas:

1. Usando la fórmula de atenuación, calcule la intensidad de un haz de rayos gamma con una intensidad inicial de $I_0 = 1000\ mR/h$ después de que atraviesa 6 cm de cada uno de los materiales de la tabla.
2. ¿Cuál de los materiales en la tabla es más efectivo para atenuar la radiación gamma? Justifique su respuesta basándose en los resultados de sus cálculos.
3. Si se duplica el espesor de un material, ¿cómo se espera que varíe la intensidad transmitida? ¿Se puede generalizar esta observación para todos los materiales?
4. Si el coeficiente de atenuación de un material aumenta, ¿qué implicaciones tendría esto en su uso como blindaje contra la radiación?
5. En un mismo plano cartesiano grafica las diferentes intensidades de atenuación para cada material.

Definición de mR/h

- **Roentgen (R)**: Es una unidad que mide la cantidad de radiación ionizante en el aire. Un Roentgen corresponde a la cantidad de rayos X o gamma que produce una carga de 1 electrosta en 1 cm^3 de aire a 0 grados Celsius y a una presión de 760 mmHg.
- **Milirems por hora (mR/h)**: Es una subunidad de la unidad de medida del rem, que cuantifica la dosis de radiación ionizante. Un milirem es igual a una milésima de un rem. Esta unidad es comúnmente utilizada en medicina y protección radiológica para expresar la dosis de radiación.

2.4. Crecimiento poblacional de bacterias

Una colonia de bacterias se está duplicando a un ritmo constante. Supongamos que inicialmente hay 1000 bacterias, y la población se duplica cada 4 horas. La cantidad de bacterias $N(t)$ en cualquier momento t (en horas) se puede describir mediante el modelo exponencial:

$$N(t) = N_0 e^{kt}$$

donde:

- $N_0 = 1000$ es el número inicial de bacterias,
- k es la constante de crecimiento,

- t es el tiempo en horas.

Sabemos que en 3 horas la población se duplica, es decir, $N(4) = 2N_0$. Usa esta información para calcular la constante de crecimiento k, y luego responde las siguientes preguntas:

1. Calcula la constante de crecimiento k, sabiendo que la población se duplica cada 3 horas.
2. Encuentra la cantidad de bacterias después de 6 horas y después de 12 horas.
3. Si el laboratorio necesita esperar hasta que la población alcance 10^6 bacterias, ¿cuántas horas deben esperar?
4. Grafica esta evolución de bacterias (título adecuado y unidades en los ejes).

3. funciones trigonométricas

3.1. Concentración de un Reactivo Oscilante

En un experimento de laboratorio, se estudia una reacción oscilante donde la concentración de un reactivo varía periódicamente en el tiempo de acuerdo con la función:

$$C(t) = 0{,}9 + 0{,}3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$$

donde $C(t)$ es la concentración (en mol/L) en función del tiempo t (en minutos).

a) ¿Cuál es la concentración máxima y mínima del reactivo?

b) ¿Cuál es el período de oscilación?

c) Determina $C(t)$ en los siguientes tiempos:

$$t = 0, \quad t = 2{,}5, \quad t = 5, \quad t = 7{,}5 \text{ minutos.}$$

d) Grafica la función en el intervalo $t \in [0, 10]$.

e) Interpreta el significado de las oscilaciones en un contexto farmacológico (por ejemplo, un fármaco con liberación cíclica).