

# Trabajo Evaluativo: Vectores, Rectas y Planos en el Espacio

Asignatura: Matemáticas para Química y Farmacia

25 de julio del 2025

## Instrucciones Generales

- Trabajo grupal.
- Plazo de entrega: 01 de agosto del 2025.
- Cada respuesta debe estar desarrollada con orden, justificación y buena presentación.
- Si el trabajo está completamente correcto, obtendrán una calificación de **A**.
- Si presenta uno o más errores (aunque sean menores), se calificará con **R** y tendrán 3 días adicionales para corregir y lograr una **A**.

## Sección A: Vectores en el espacio tridimensional

1. Sean los vectores  $\vec{u} = (1, 3, -2)$  y  $\vec{v} = (4, -1, 5)$ .
  - (a) Calculen la magnitud de  $\vec{u}$  y de  $\vec{v}$ .
  - (b) Calculen el producto punto  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .
  - (c) Determinen el ángulo entre los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ .
  - (d) Verifiquen si los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{w} = (2, 6, -4)$  son perpendiculares o paralelos.
  - (e) Calculen el producto cruz  $\vec{u} \times \vec{v}$ .

## Sección B: Rectas en el espacio

1. Dados los puntos  $A = (2, 1, -1)$  y  $B = (5, -2, 0)$ , respondan:
  - (a) Encuentren la ecuación vectorial de la recta que pasa por  $A$  y  $B$ .
  - (b) Determinen si el punto  $P = (8, -5, 1)$  pertenece a la recta.
  - (c) Encuentren un punto distinto de  $A$  y  $B$  que también pertenezca a la recta.
  - (d) Escriban una recta que sea paralela a la anterior y pase por el punto  $(0, 0, 0)$ .
  - (e) Escriban una recta perpendicular a la anterior que pase por el punto  $(1, 1, 1)$ .

## Sección C: Aplicaciones en Química y Farmacia

1. En una molécula tridimensional, los enlaces de tres átomos forman vectores desde el átomo central. Supongan que los vectores son:

$$\vec{a} = (1, 2, -1), \quad \vec{b} = (-2, 1, 3)$$

- (a) Calculen el ángulo entre los enlaces representados por  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$ .
- (b) Verifiquen si son ortogonales.
- (c) ¿Cuál sería el vector perpendicular a ambos enlaces? (interpreten su sentido con relación al plano molecular).

## Sección D: Planos en el espacio

1. Sean los puntos  $A = (1, 0, 1)$ ,  $B = (2, 1, 3)$  y  $C = (0, 1, 0)$ .
  - (a) Encuentren la ecuación del plano que contiene a los tres puntos.
  - (b) Verifiquen si el punto  $P = (3, 2, 5)$  pertenece a ese plano.
  - (c) Encuentren una recta que sea perpendicular al plano y que pase por el punto  $B$ .
  - (d) Escriban otro plano que sea paralelo al anterior pero que pase por el punto  $(0, 0, 0)$ .
  - (e) Encuentre un plano que contenga a los puntos  $A$  y  $B$  y que no contenga a  $C$ .
2. Encuentren la recta de intersección entre los planos:

$$\Pi_1 : 2x - y + z = 1, \quad \Pi_2 : x + y + 2z = 4$$

## Sección E: Aplicación Final

**Problema integrador aplicado a la Química:** Supongan que los átomos  $A$ ,  $B$  y  $C$  forman parte de una estructura cristalina en el espacio tridimensional, y que sus posiciones están dadas por los puntos:

$$A = (0, 0, 0), \quad B = (2, 1, 0), \quad C = (1, 1, 2)$$

1. Encuentren la ecuación del plano que contiene a estos tres átomos.
2. Supongan que una molécula  $M$  se ubica en  $(1, 1, 1)$ . ¿Pertenece al mismo plano que los tres átomos?
3. Encuentren otros tres planos distintos que también contengan a los puntos  $A$  y  $B$ , justificando la elección de un tercer punto no colineal.
4. ¿Qué puede interpretarse geoméricamente sobre los posibles planos que contienen a una cadena lineal de átomos?