Aplicación de la función cuadrática en Química y Farmacia

Eliseo Martínez

25 de abril, 2025

1 Estabilidad de un Fármaco

La concentración de un principio activo en una solución farmacéutica varía con el tiempo según el modelo cuadrático:

$$C(t) = -0.05t^2 + 0.6t + 5$$

donde $C(t)$ representa la concentración (en mg/mL) al cabo de t semanas de almacenamiento. Lleve esta función cuadrática a su forma *agradable*.

1.1 Preguntas

1. ¿Cuál es la concentración inicial del fármaco?
2. ¿Después de cuántas semanas se alcanza la concentración máxima? ¿Cuál es ese valor?
3. ¿Durante qué intervalo de tiempo la concentración es mayor que 6 mg/mL?
4. Si la concentración mínima efectiva es de 3 mg/mL, ¿cuál es el tiempo máximo que puede almacenarse este medicamento sin perder efectividad?

1.2 Sugerencia

Grafique la función $C(t)$ para $t \in [0, 15]$ y utilice la gráfica para verificar sus respuestas.

2 Optimización de una formulación farmacéutica

En el desarrollo de un comprimido, se evalúa cómo influye la cantidad de un excipiente (en mg) sobre la velocidad de disolución del principio activo. A partir de los datos experimentales se obtiene el siguiente modelo:

$$V(x) = -0.2x^2 + 3.2x + 40$$

donde $V(x)$ representa la velocidad de disolución (en % liberado por minuto) y x es la cantidad de excipiente en mg.

2.1 Preguntas

1. ¿Qué velocidad de disolución se obtiene si no se utiliza excipiente?
2. ¿Cuál es la cantidad óptima de excipiente para maximizar la velocidad de disolución?
3. ¿Cuál es la velocidad máxima alcanzada?
4. ¿Para qué valores de x la velocidad de disolución es mayor a 60% por minuto?

2.2 Sugerencia

Grafique la función $V(x)$ para $x \in [0, 20]$ y use la gráfica para interpretar sus resultados.

3 Aplicación de la Función Cuadrática: Titulación Ácido-Base

¿Qué es una titulación ácido-base?

La titulación ácido-base es un procedimiento experimental utilizado en Química para determinar la concentración de una disolución desconocida (generalmente un ácido o una base) mediante la adición controlada de otra disolución de concentración conocida, llamada *titulante*. A medida que se añade el titulante, el pH de la mezcla varía, y este cambio puede representarse gráficamente en una *curva de titulación*.

Una titulación típica presenta un cambio gradual del pH, seguido por una variación brusca en las cercanías del punto de equivalencia, y luego un nuevo comportamiento más suave. En ciertas etapas del proceso, la relación entre el pH y el volumen del titulante agregado puede aproximarse mediante una función cuadrática.

Ejemplo de modelamiento con una función cuadrática:

En una etapa intermedia de la titulación de una base débil con un ácido fuerte, la variación del pH respecto al volumen V (en mL) de ácido agregado puede modelarse con la siguiente función cuadrática:

$$\text{pH}(V) = -0,02V^2 + 0,6V + 3$$

- ¿Qué indica el coeficiente negativo del término cuadrático?
- ¿Cuál es el volumen en el que el pH alcanza su valor máximo durante esta etapa?
- ¿Qué valor tiene ese pH máximo?

Este modelo simplificado permite a los estudiantes visualizar el comportamiento del sistema químico, explorar las características de una parábola (como el vértice), y comprender cómo las funciones cuadráticas pueden describir fenómenos reales fuera del aula de Matemáticas.

4 Titulación ácido-base: aproximación cuadrática

En una titulación ácido-base, se observa experimentalmente que en un intervalo cercano al punto de equivalencia, el pH del medio se comporta aproximadamente como:

$$\text{pH}(V) = -0.04V^2 + 0.8V + 2$$

donde V representa el volumen de titulante agregado (en mL) y $\text{pH}(V)$ el valor del pH resultante.

4.1 Preguntas

1. ¿Cuál es el pH inicial, antes de comenzar a agregar titulante?
2. ¿A qué volumen agregado se alcanza el pH máximo dentro de este intervalo?
3. ¿Cuál es el valor máximo del pH antes del punto de equivalencia?
4. ¿Para qué valores de V el pH es mayor que 5?

4.2 Sugerencia

Grafique la función $\text{pH}(V)$ para $V \in [0, 20]$ y determine gráficamente los puntos pedidos.

5 Última problema crucial

De todos los modelos cuadráticos anteriores, entregue las unidades involucradas incluyendo, por supuesto, las constantes.