

Aplicación del Producto Cruz en Física: Momento de una Fuerza

Prof. Eliseo Martínez

Problema

Una fuerza $\vec{F} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 1\hat{k})\text{ N}$ actúa en el punto P cuya posición relativa desde el origen está dada por el vector:

$$\vec{r} = (2\hat{i} - 1\hat{j} + 4\hat{k})\text{ m}$$

Calcule el momento (o torque) $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ respecto del origen.

Solución

El momento de una fuerza se calcula mediante el producto vectorial:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Utilizamos el determinante de una matriz de 3 filas:

$$\begin{aligned}\vec{\tau} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} \\ \Rightarrow \vec{\tau} &= \hat{i} \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - \hat{j} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + \hat{k} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(1 - 8) - \hat{j}(-2 - 12) + \hat{k}(4 + 3) = -7\hat{i} + 14\hat{j} + 7\hat{k} \\ \vec{\tau} &= (-7, 14, 7) \text{ N}\cdot\text{m}\end{aligned}$$

Interpretación

El vector $\vec{\tau}$ representa un torque cuya dirección es perpendicular al plano formado por $\vec{r}$ y $\vec{F}$, siguiendo la regla de la mano derecha. La magnitud del torque es:

$$\|\vec{\tau}\| = \sqrt{(-7)^2 + 14^2 + 7^2} = \sqrt{49 + 196 + 49} = \sqrt{294} \approx 17,15 \text{ N}\cdot\text{m}$$