

Aplicaciones del Plano $Ax + By + Cz = D$ en Química y Farmacia

Prof. Eliseo Martínez

1. Introducción

En el estudio de mezclas ternarias, balances de masa o análisis de regresión en farmacocinética, es común modelar relaciones entre tres variables mediante un plano en el espacio tridimensional. La ecuación general del plano es:

$$Ax + By + Cz = D$$

donde x , y , z pueden representar masas, fracciones molares, concentraciones o proporciones de sustancias.

2. Ejercicio 1: Formulación farmacéutica con tres excipientes

Una cápsula contiene tres excipientes: lactosa (x mg), estearato de magnesio (y mg) y talco (z mg). La masa total de excipientes por cápsula debe ser exactamente 150 mg. Entonces:

$$x + y + z = 150$$

1. Determine tres combinaciones posibles de masas (x, y, z) que cumplan esta condición.
2. ¿Qué superficie representa esta ecuación en el espacio tridimensional?
3. Si se desea que haya al menos 40 mg de lactosa y 20 mg de estearato, determine un intervalo posible para la masa de talco.

Sugerencia: Represente el plano en GeoGebra 3D con la ecuación $x + y + z = 150$ y restrinja las variables a valores positivos.

Ejercicio 2: Mezcla ternaria de soluciones químicas

Se prepara una solución usando tres líquidos miscibles: etanol (x mL), propilenglicol (y mL) y agua destilada (z mL). La mezcla total debe ser de 100 mL.

La empresa farmacéutica indica que se deben respetar las proporciones: 2 partes de etanol, 1 parte de propilenglicol, 2 partes de agua. Esto implica la relación:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2} \Rightarrow x - 2y = 0, \quad x - z = 0$$

1. Use las relaciones anteriores y la condición $x + y + z = 100$ para encontrar los valores de x , y y z .
2. Verifique que el punto (x, y, z) hallado pertenece al plano.
3. ¿Qué ocurre si se usa un volumen total de 150 mL en la misma proporción? ¿A qué plano pertenece?

2.1. Soluciones

Ejercicio 1

(a) Ejemplos de combinaciones:

▪ $(x, y, z) = (50, 50, 50)$

▪ $(x, y, z) = (60, 40, 50)$

▪ $(x, y, z) = (40, 30, 80)$

(b) Representa un **plano en el espacio** que corta a los ejes x, y, z en los puntos $(150, 0, 0)$, $(0, 150, 0)$ y $(0, 0, 150)$.

(c) Si $x \geq 40$ y $y \geq 20$, entonces $z \leq 90$ (ya que $z = 150 - x - y$).

Ejercicio 2

(a) Sea $x = 2k$, entonces $y = k, z = 2k$. Total:

$$x + y + z = 2k + k + 2k = 5k = 100 \Rightarrow k = 20$$

$$\Rightarrow x = 40, \quad y = 20, \quad z = 40$$

(b) Verificación:

$$x + y + z = 40 + 20 + 40 = 100$$

$$x - 2y = 0, \quad x - z = 0$$

Todo correcto.

(c) Si el total es 150 mL: $5k = 150 \Rightarrow k = 30$

$$x = 60, \quad y = 30, \quad z = 60 \Rightarrow x + y + z = 150$$

Pertenecen al plano $x + y + z = 150$