

$f(x)$

## Interpolación polinómica en la forma de Lagrange

|          |          |
|----------|----------|
| $a_1$    | $f(a_1)$ |
| $a_2$    | $f(a_2)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| $a_j$    | $f(a_j)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| $a_n$    | $f(a_n)$ |

Tabulación en que solo se conocen esos valores de la función  $f(x)$

|          |          |
|----------|----------|
| $a_1$    | $f(a_1)$ |
| $a_2$    | $f(a_2)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| $a_j$    | $f(a_j)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| $a_n$    | $f(a_n)$ |

Consideremos un  $x$  "metido" entre los valores de  $a_j$ , ¿Qué valor le asignaremos a  $f(x)$ ?

Vamos a construir un polinomio de grado  $n - 1$ , de tal manera que este polinomio evaluado en  $a_j$  tenga como valor precisamente  $f(a_j)$

## Interpolación polinómica en la forma de Lagrange

|          |          |
|----------|----------|
| $a_1$    | $f(a_1)$ |
| $a_2$    | $f(a_2)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| $a_j$    | $f(a_j)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| $a_n$    | $f(a_n)$ |

Construyamos el siguiente polinomio para un valor de  $j$ :

$$\prod_{i \neq j}^n (x - a_i) = (x - a_1) \cdots (x - a_{j-1})(x - a_{j+1}) \cdots (x - a_n)$$

Que es un polinomio de grado  $(n - 1)$  con  $(n - 1)$  raíces

Ahora construiremos  $n$  polinomios (de Lagrange)

$$l_j(x) = \frac{\prod_{i \neq j}^n (x - a_i)}{\prod_{i \neq j}^n (a_j - a_i)} = \frac{(x - a_1) \cdots (x - a_{j-1})(x - a_{j+1}) \cdots (x - a_n)}{(a_j - a_1) \cdots (a_j - a_{j-1})(a_j - a_{j+1}) \cdots (a_j - a_n)}; \quad j = 1, \dots, n$$

$$l_j(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = a_j \\ 0 & \text{si } x = a_i \text{ con } i \neq j \end{cases}$$

$$L_n(x) = \sum_{j=1}^n f(a_j) l_j(x)$$

## Interpolación polinómica en la forma de Lagrange

$$L_n(x) = \sum_{j=1}^n f(a_j) l_j(x)$$

Propiedad principal

|          |          |
|----------|----------|
| $a_1$    | $f(a_1)$ |
| $a_2$    | $f(a_2)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| $a_j$    | $f(a_j)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| $a_n$    | $f(a_n)$ |

|          |          |
|----------|----------|
| $L(a_1)$ | $f(a_1)$ |
| $L(a_2)$ | $f(a_2)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| $L(a_j)$ | $f(a_j)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| $L(a_n)$ | $f(a_n)$ |

# Interpolación polinómica en la forma de Lagrange

## Ejemplo

|     |           |     |           |           |
|-----|-----------|-----|-----------|-----------|
| a   | f(a)      |     |           |           |
| 0,4 | -0,916291 |     | $l_1(x)$  | 1         |
| 0,5 | -0,693147 |     | $l_2(x)$  | 0         |
| 0,7 | -0,356675 |     | $l_3(x)$  | 0         |
| 0,8 | -0,223144 |     | $l_4(x)$  | 0         |
|     |           | x   | L(x)      | $L_n(x)$  |
|     |           | 0,4 | -0,916291 | -0,916291 |