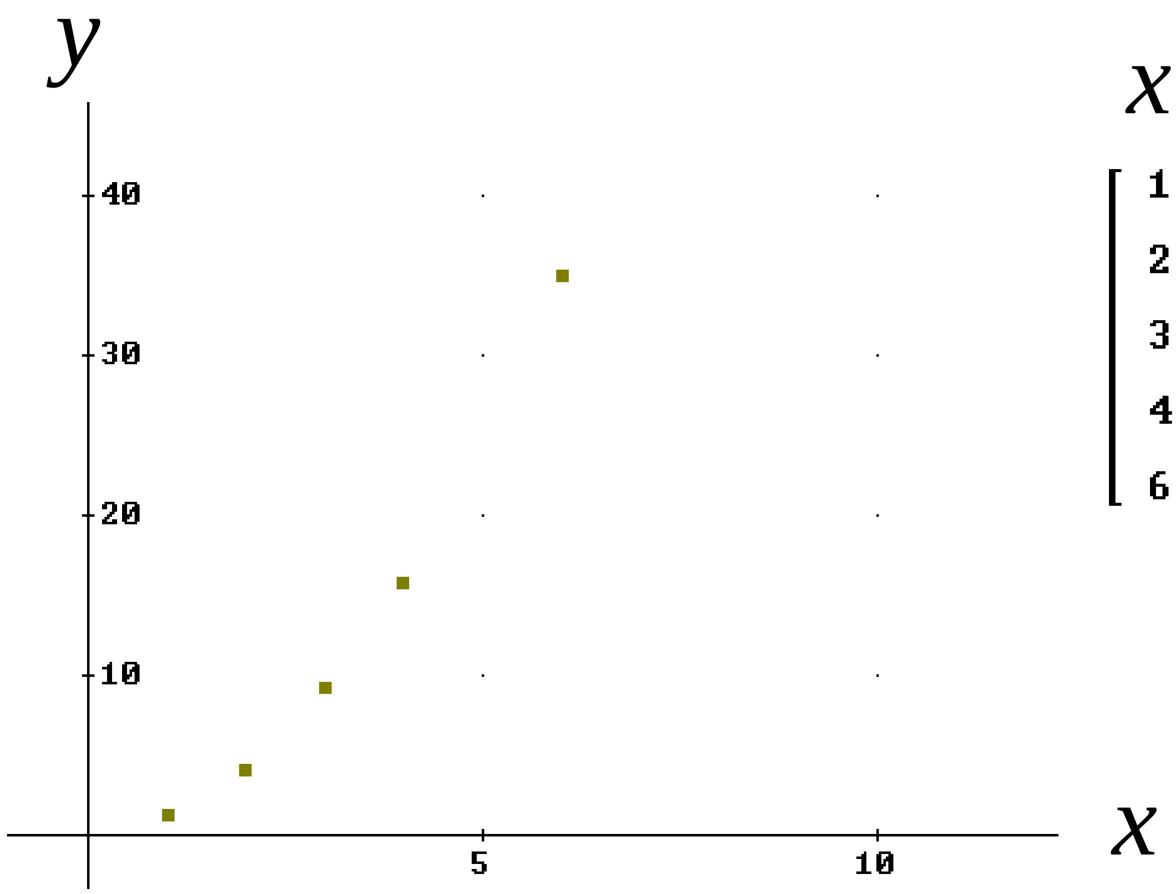
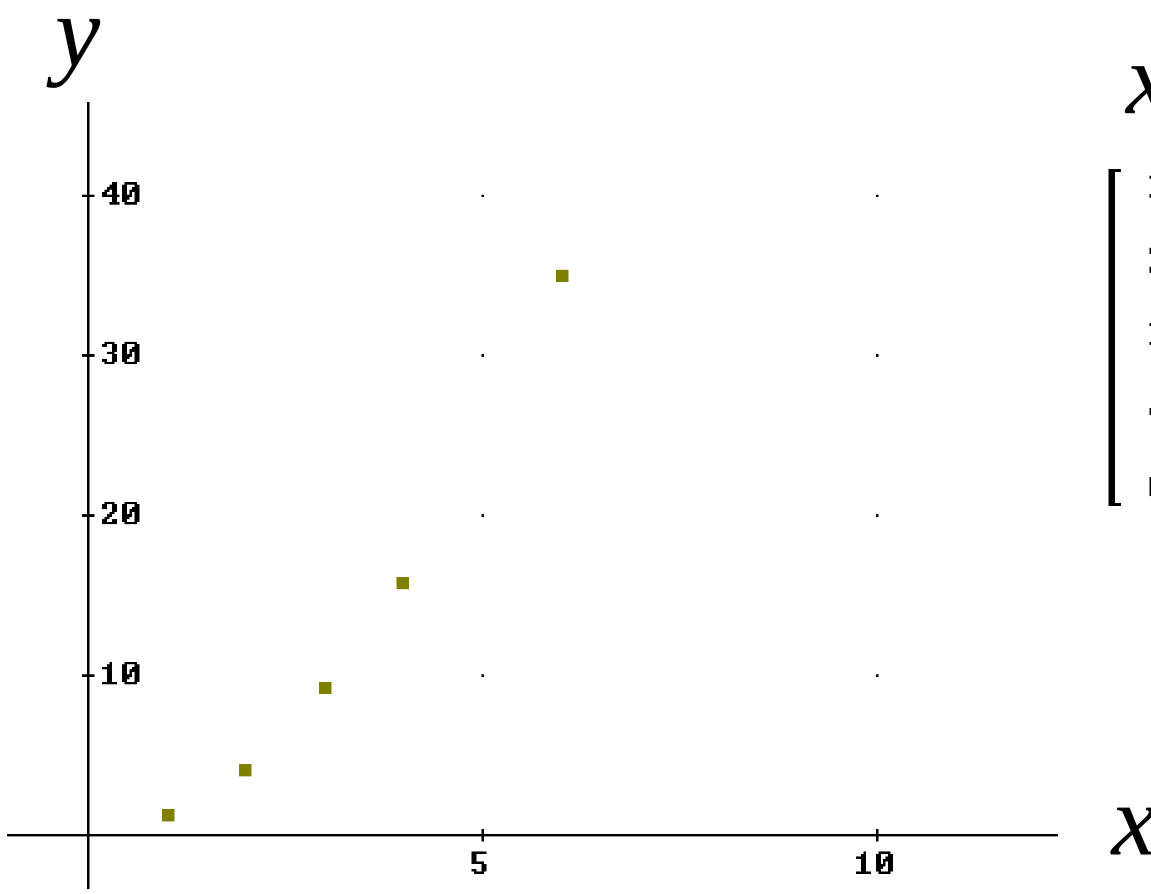
Tenemos datos, pero no tenemos la función (el modelo).
¿Qué hacemos)



$$\begin{array}{cc} x & y \\ \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 1.2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 9.2 \\ 4 & 15.8 \\ 6 & 35 \end{bmatrix}$$

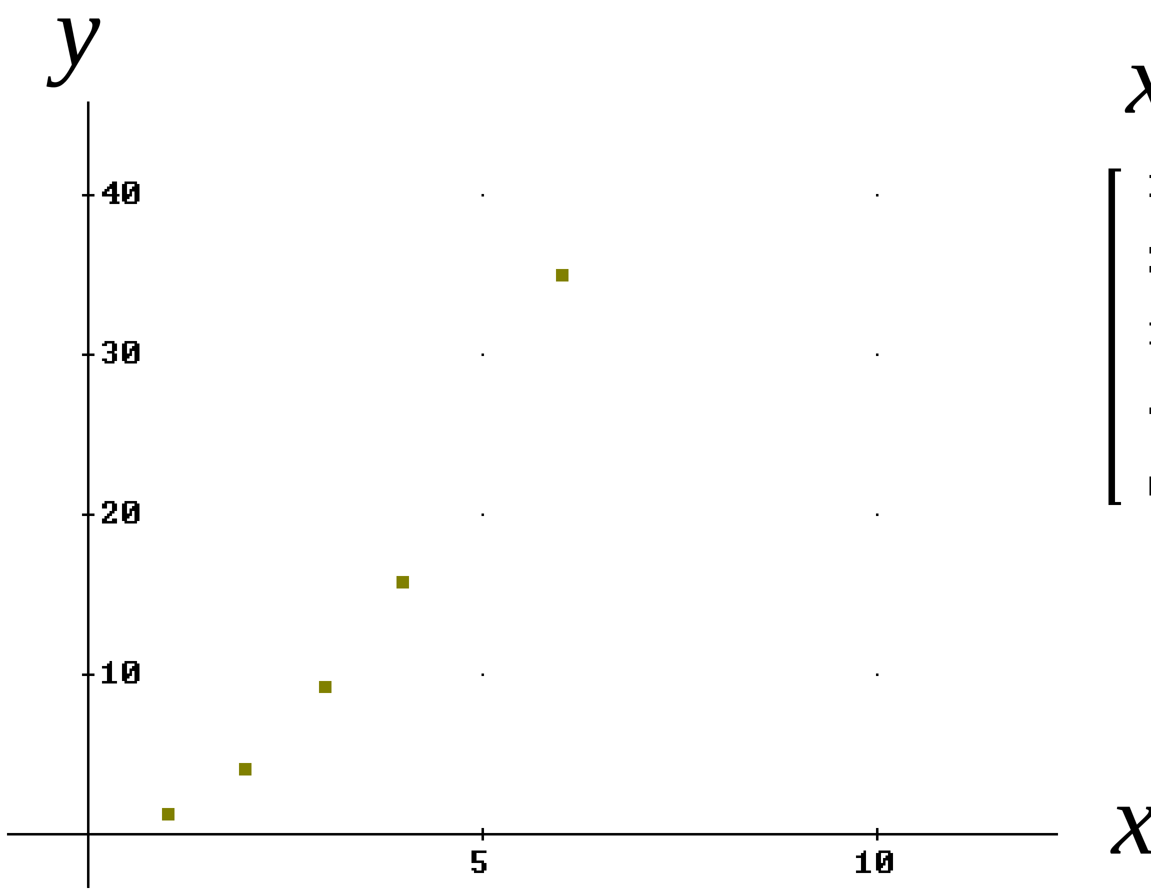
El problema es encontrar una función que se “ajuste” a los datos

La información “prima fascie” que nos entrega la gráfica es que hay una correlación positiva, esto es si “x” crece entonces “y” crece



$$\begin{array}{cc} x & y \\ \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 1.2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 9.2 \\ 4 & 15.8 \\ 6 & 35 \end{bmatrix}$$

Podemos pensar en “ajustar” una recta o una función cuadrática



$$\begin{array}{cc} x & y \\ \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 1.2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 9.2 \\ 4 & 15.8 \\ 6 & 35 \end{bmatrix}$$

¿Pero qué significa “ajustar” una función?

Supongamos que la variable y (dependiente) es explicada por la variable x (independiente). Dicho de otra forma, se dice que la variable y está en función de x

$$\begin{array}{cc} x & y \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 1.2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 9.2 \\ 4 & 15.8 \\ 6 & 35 \end{bmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{|c|c|} \hline x_1 & y_1 \\ \hline x_2 & y_2 \\ \hline \vdots & \vdots \\ \hline x_{n-1} & y_{n-1} \\ \hline x_n & y_n \\ \hline \end{array}\right)$$

$$y = f(x)$$

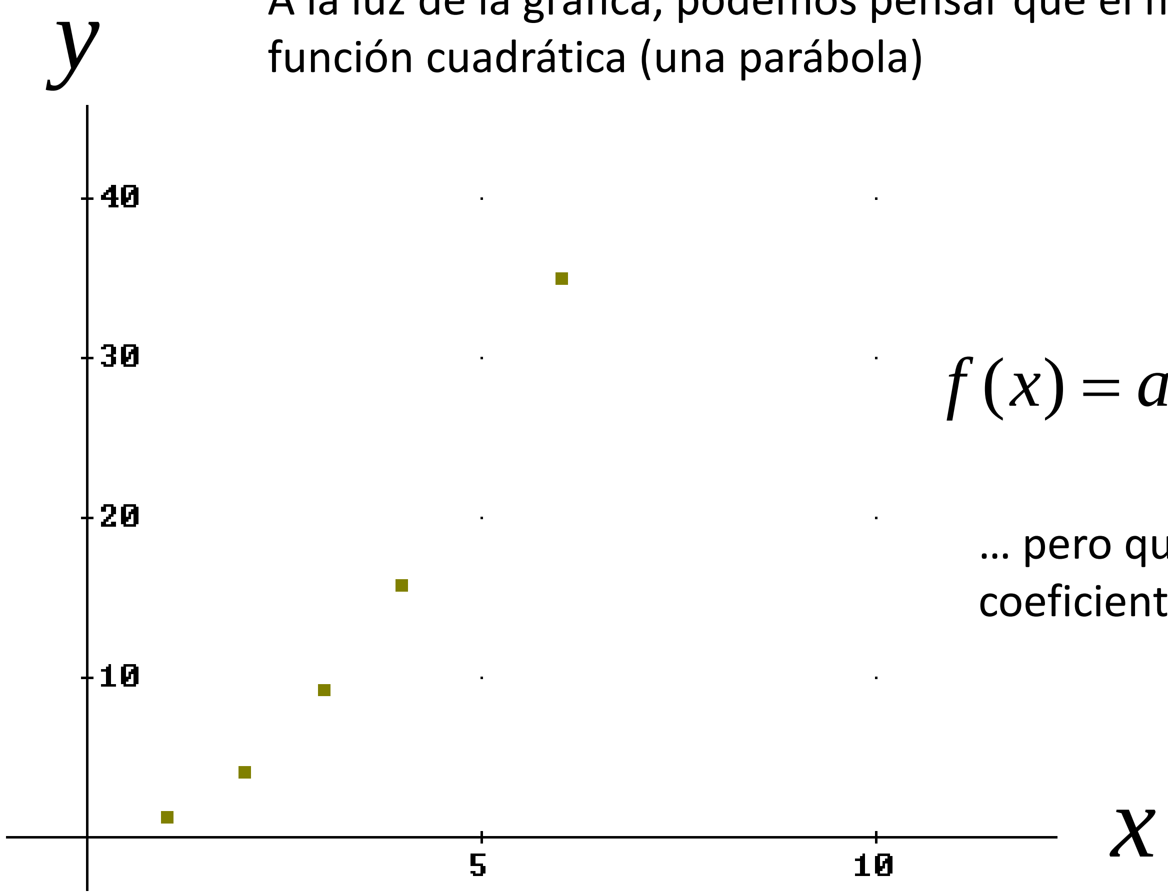
Este es el modelo que queremos ajustar. Y el ajuste será bueno si

$$\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - f(x_i) \right)^2$$

… este valor es mínimo, muy pequeño, puesto que

$$f(x_i) = \hat{y}_i \neq y_i$$

A la luz de la gráfica, podemos pensar que el modelo de ajuste es una función cuadrática (una parábola)



$$f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$$

… pero qué valores tienen los coeficientes *a*, *b* y *c*

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - f(x_i)\right)^2$$

Recuerden que esta expresión debe ser pequeña, Esto significa, encontrar los valores de *a*, *b* y *c* de forma tal que esta expresión

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - (a\,x_i^{\;2} + b\,x_i + x)\right)^2$$

sea mínima

$$g(a,b,c) = \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - (a\,x_i^{\;2} + b\,x_i + c)\right)^2$$

De otra forma, encontrar el mínimo para esta función, es decir los valores de *a*, *b* y *c* que minimizan esa función

$$g(a,b,c)=\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-(a\,x_i^{\,2}+b\,x_i+c)\right)^2$$

La técnica de encontrar un mínimo (una terna) es la clásica, esto es…

$$\frac{\partial\, g(a,b,c)}{\partial\, a}=0$$

$$\frac{\partial\, g(a,b,c)}{\partial\, b}=0$$

$$\frac{\partial\, g(a,b,c)}{\partial\, c}=0$$

… y resolver estas ecuaciones (llamadas ecuaciones normales)

$$\#1: \begin{bmatrix} 1 & 1.2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 9.2 \\ 4 & 15.8 \\ 6 & 35 \end{bmatrix}$$

Los datos

$$\#2: \quad \text{Datos} := \begin{bmatrix} 1 & 1.2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 9.2 \\ 4 & 15.8 \\ 6 & 35 \end{bmatrix}$$

Guardamos los datos en una letra

```
#3:   x(i) := ELEMENT(Datos, i, 1)
#4:   y(i) := ELEMENT(Datos, i, 2)
```

Esta instrucción guarda los elementos de la primera columna en x(i)

Esta instrucción guarda los elementos de la segunda columna en y(i)

$$\#5: \quad (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$$

$$\#6: \quad \sum_{i=1}^{5} (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$$

$$\#7: \quad \frac{d}{da} \sum_{i=1}^{5} (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$$

$$\#8: \quad \frac{d}{db} \sum_{i=1}^{5} (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$$

$$\#9: \quad \frac{d}{dc} \sum_{i=1}^{5} (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$$

$$(y_i - (a\,x_i^{\,2} + b\,x + c))^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} \Big(y_i - (a\,x_i^{\,2} + b\,x_i + x) \Big)^2$$

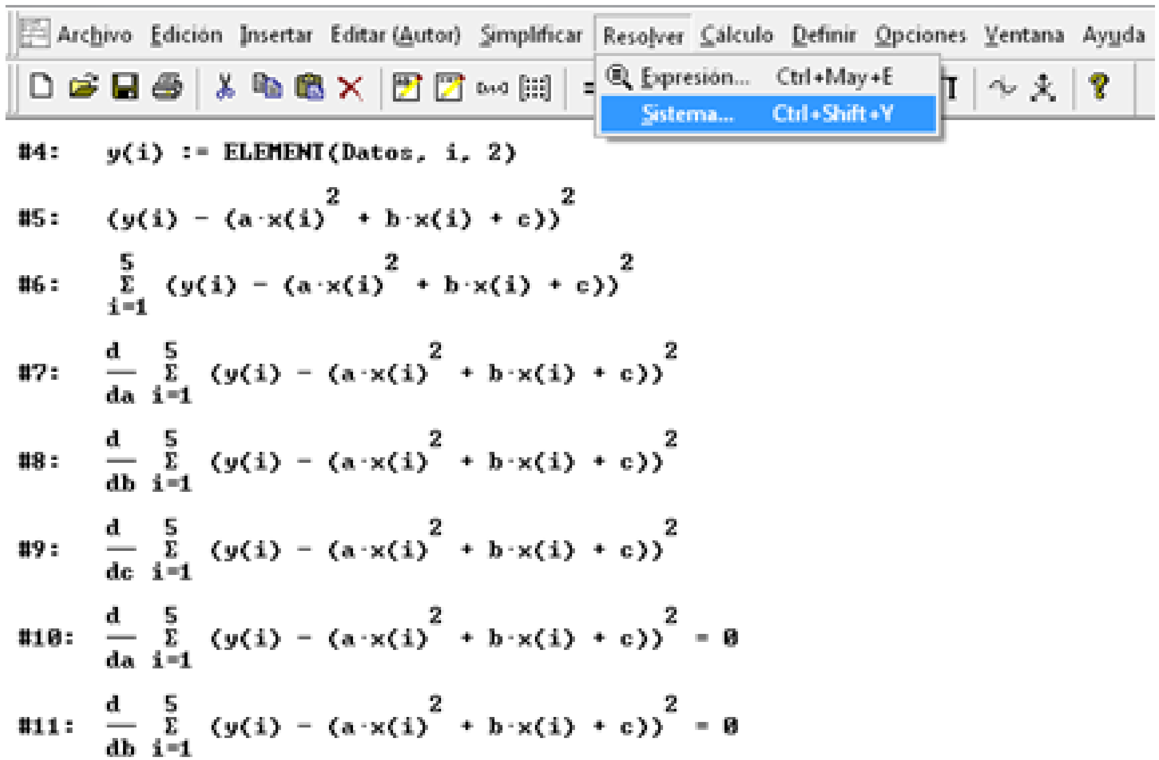
#7, #8, #9 son simplemente las derivadas respecto de cada coeficiente

$$\#10: \quad \frac{d}{da} \sum_{i=1}^{5} \left(y(i) - \left(a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c\right)\right)^2 = 0$$

$$\#11: \quad \frac{d}{db} \sum_{i=1}^{5} \left(y(i) - \left(a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c\right)\right)^2 = 0$$

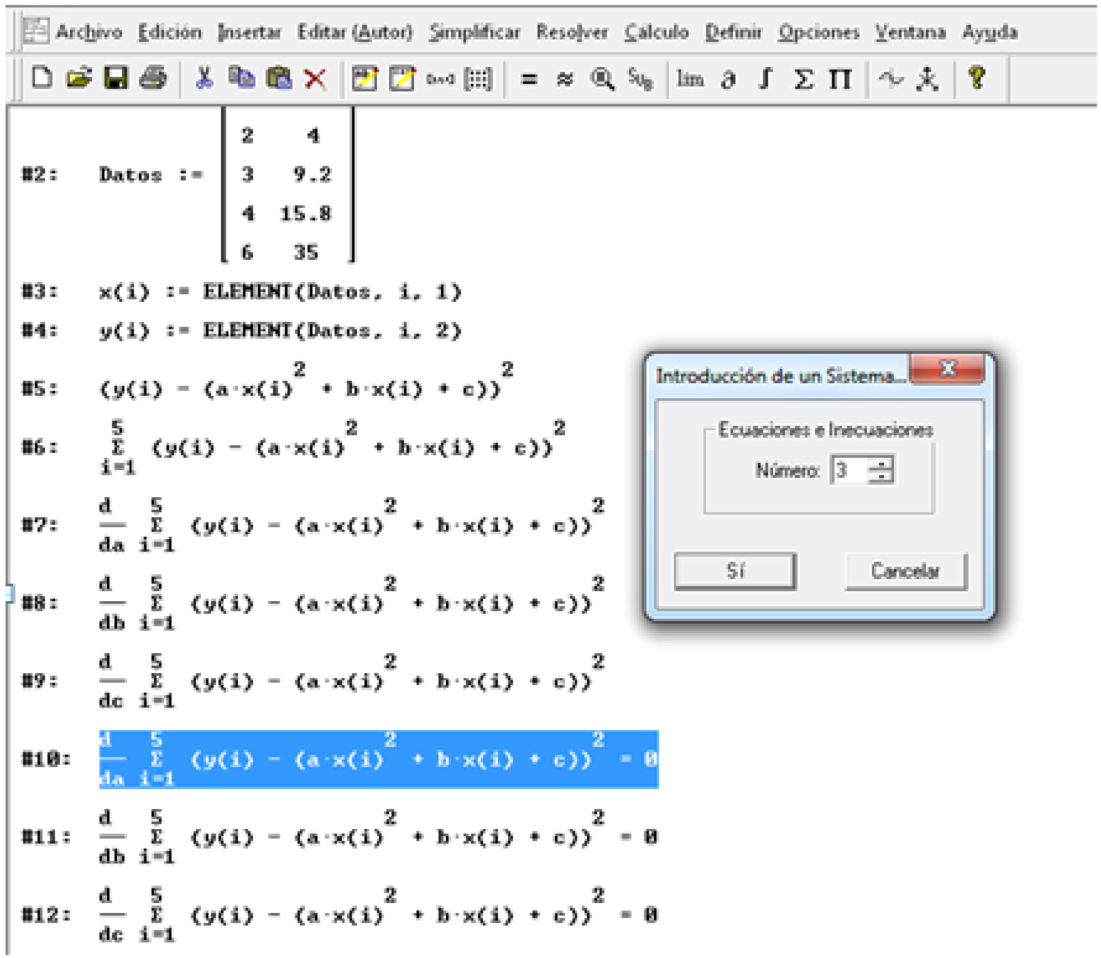
$$\#12: \quad \frac{d}{dc} \sum_{i=1}^{5} \left(y(i) - \left(a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c\right)\right)^2 = 0$$

Igualamos a cero estas derivadas (sin resolver las derivadas… ¿para qué?)

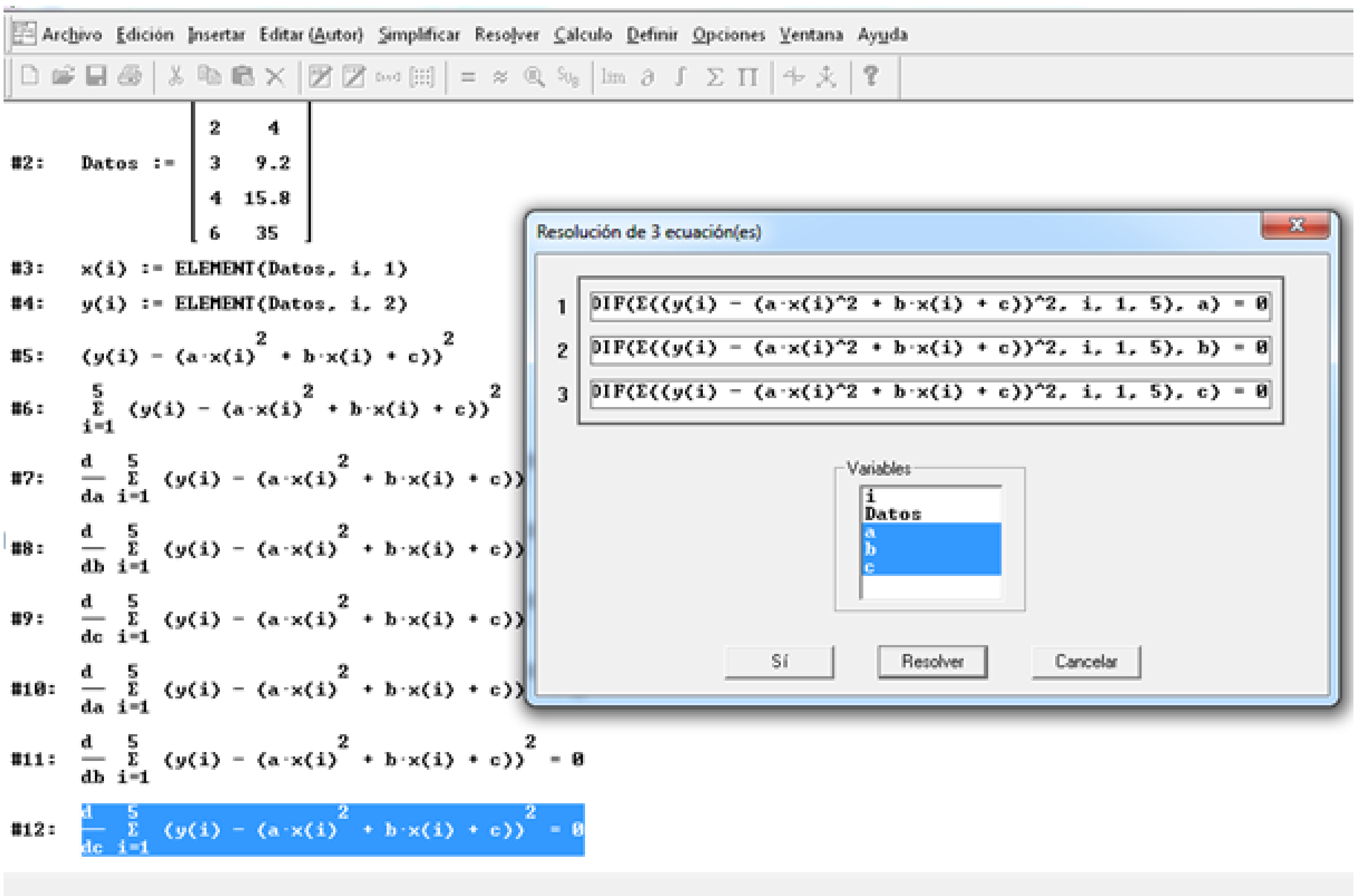


Elegimos el menú Resolver y el submenú Sistema

En esta caja de diálogo anunciamos que nuestro sistema tiene tres ecuaciones (en #10 hasta #12), y oprimimos la opción Sí



En esta caja de diálogo, introducimos las ecuaciones (con el clásico F3), y marcamos en la zona de variables nuestras incógnitas *a*, *b* y *c*.



Aparecerá esta expresión, y sobre ella oprimimos el signo de "aproximación"

$$\#13:\ \mathrm{SOLVE}\left(\left[\frac{d}{da}\sum_{i=1}^{5}(y(i)-(a\cdot x(i)^2+b\cdot x(i)+c))^2=0,\ \frac{d}{db}\sum_{i=1}^{5}(y(i)-(a\cdot x(i)^2+b\cdot x(i)+c))^2=0,\ \frac{d}{dc}\sum_{i=1}^{5}(y(i)-(a\cdot x(i)^2+b\cdot x(i)+c))^2=0\right],\ [a,\ b,\ c]\right)$$

Y aparecerán los valores que hacen mínima la expresión

$$\sum_{i=1}^{n}\Big(y_i-(a\,x_i{}^2+b\,x_i+x)\Big)^2$$

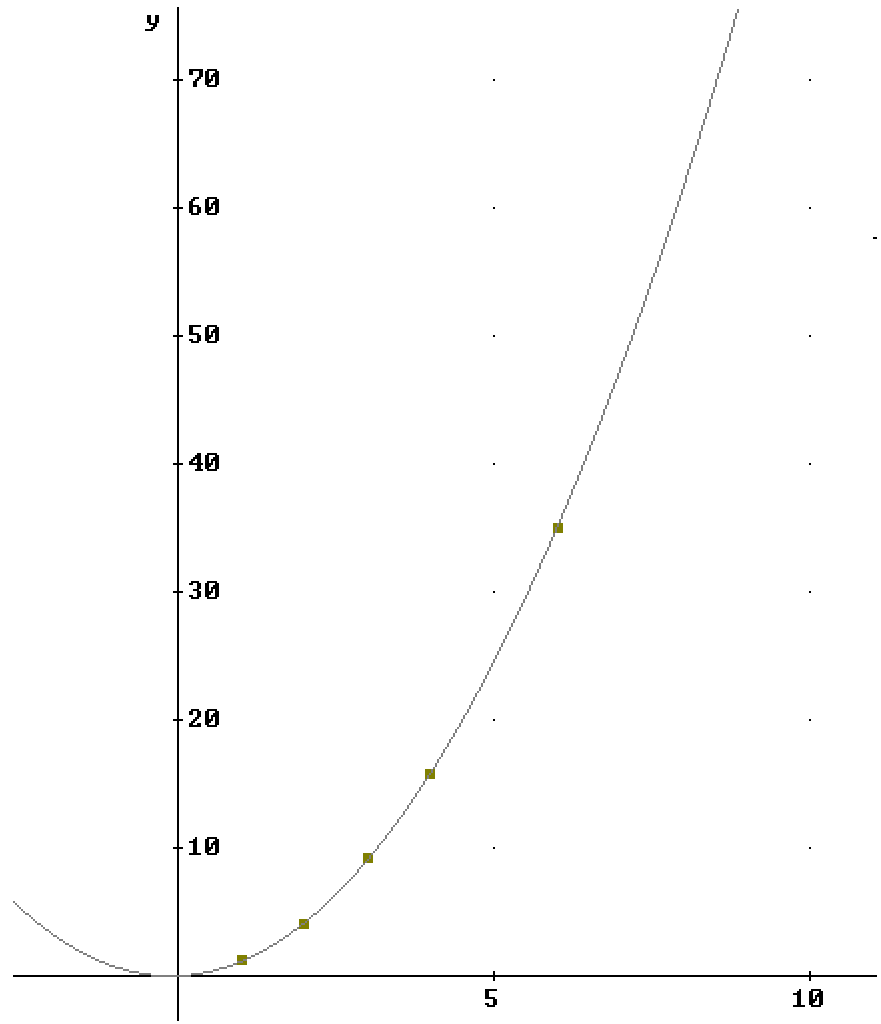
$$[a = 0.9378497790 \wedge b = 0.2076583210 \wedge c = -0.004123711340]$$

De modo que la función cuadrática que modela según este criterio es

$$0.937849779\cdot z^2 + 0.207658321\cdot z - 0.00412371134$$

Nota: cambiamos la letra por "z" ya que las "x" está ocupada.

$$0.937849779 \cdot z^{2} + 0.207658321 \cdot z - 0.00412371134$$



… y las últimas instrucciones para observar la belleza del modelo

$$0.937849779 \cdot z^2 + 0.207658321 \cdot z - 0.00412371134$$

$$g(z) := 0.937849779 \cdot z^2 + 0.207658321 \cdot z - 0.00412371134$$

```
VECTOR([x(i), y(i), g(x(i))], i, 1, 5)
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 1.2 & 1.141384388 \\ 2 & 4 & 4.162592046 \\ 3 & 9.2 & 9.059499262 \\ 4 & 15.8 & 15.83210603 \\ 6 & 35 & 35.00441825 \end{bmatrix}$$

No obstante, lo más desesperante que nos entrega la tecnología es que usted con una sola instrucción, consigue el mismo resultado…

#19: $\text{FIT}\left(\left[z,\ a\cdot z^2 + b\cdot z + c\right],\ \text{Datos}\right)$

#20: $0.9378497790\cdot z^2 + 0.2076583210\cdot z - 0.004123711340$

$$\text{FIT}\left(\left[z,\ a\cdot z^2 + b\cdot z + c\right],\ \text{Datos}\right)$$

La matriz de datos

El modelo o la función

La variable