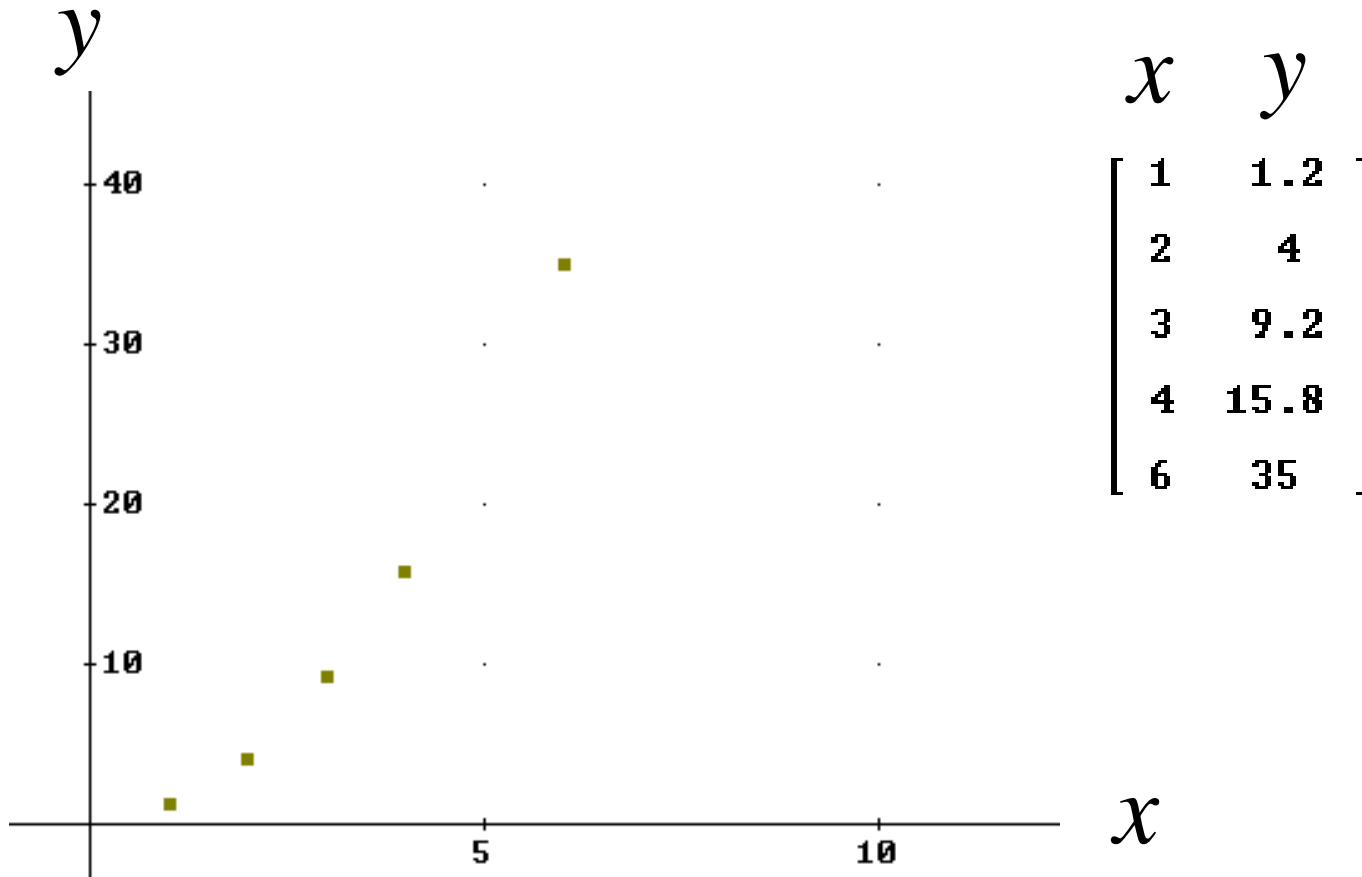
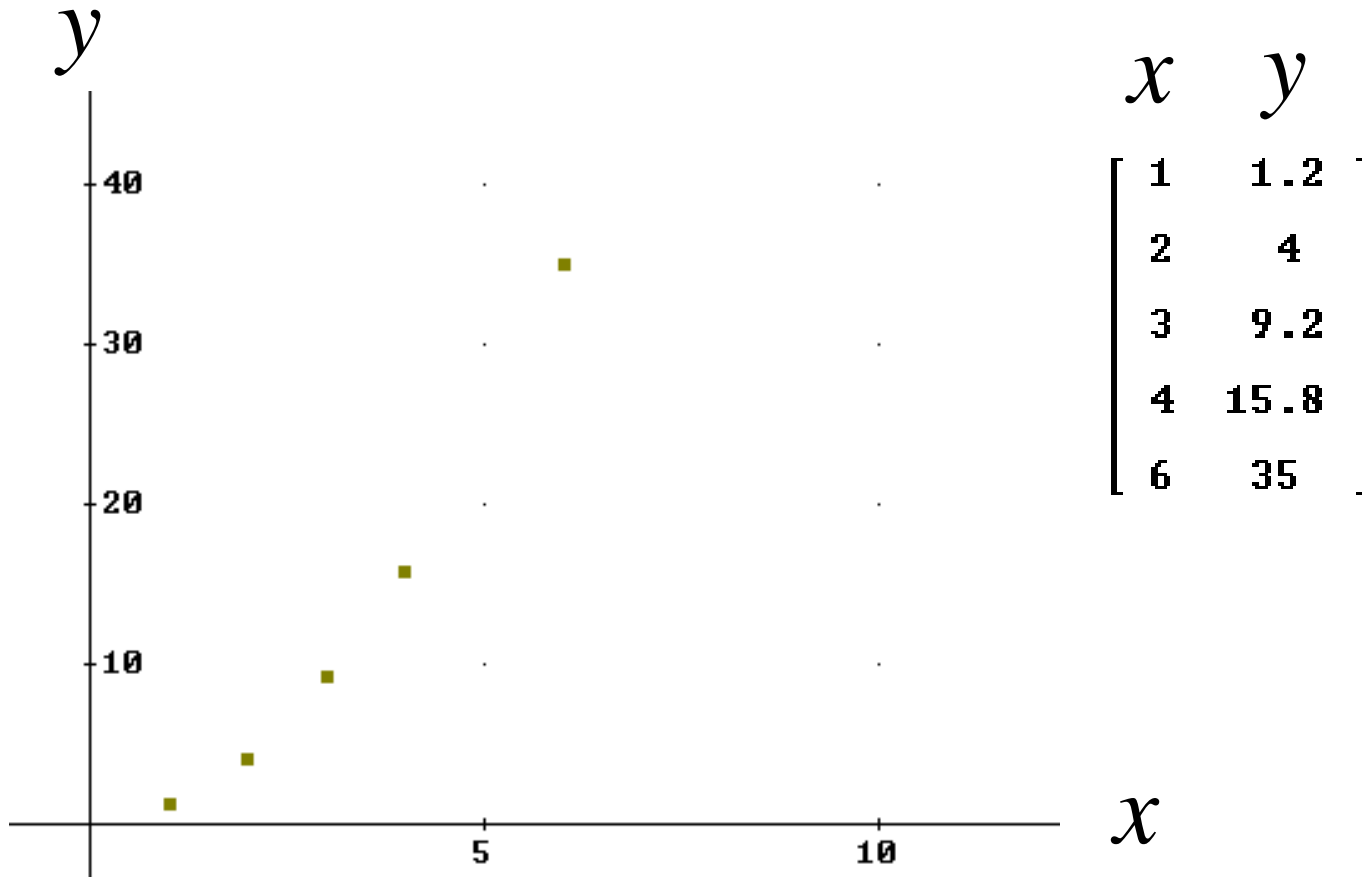


Tenemos datos, pero no tenemos la función (el modelo).
¿Qué hacemos)

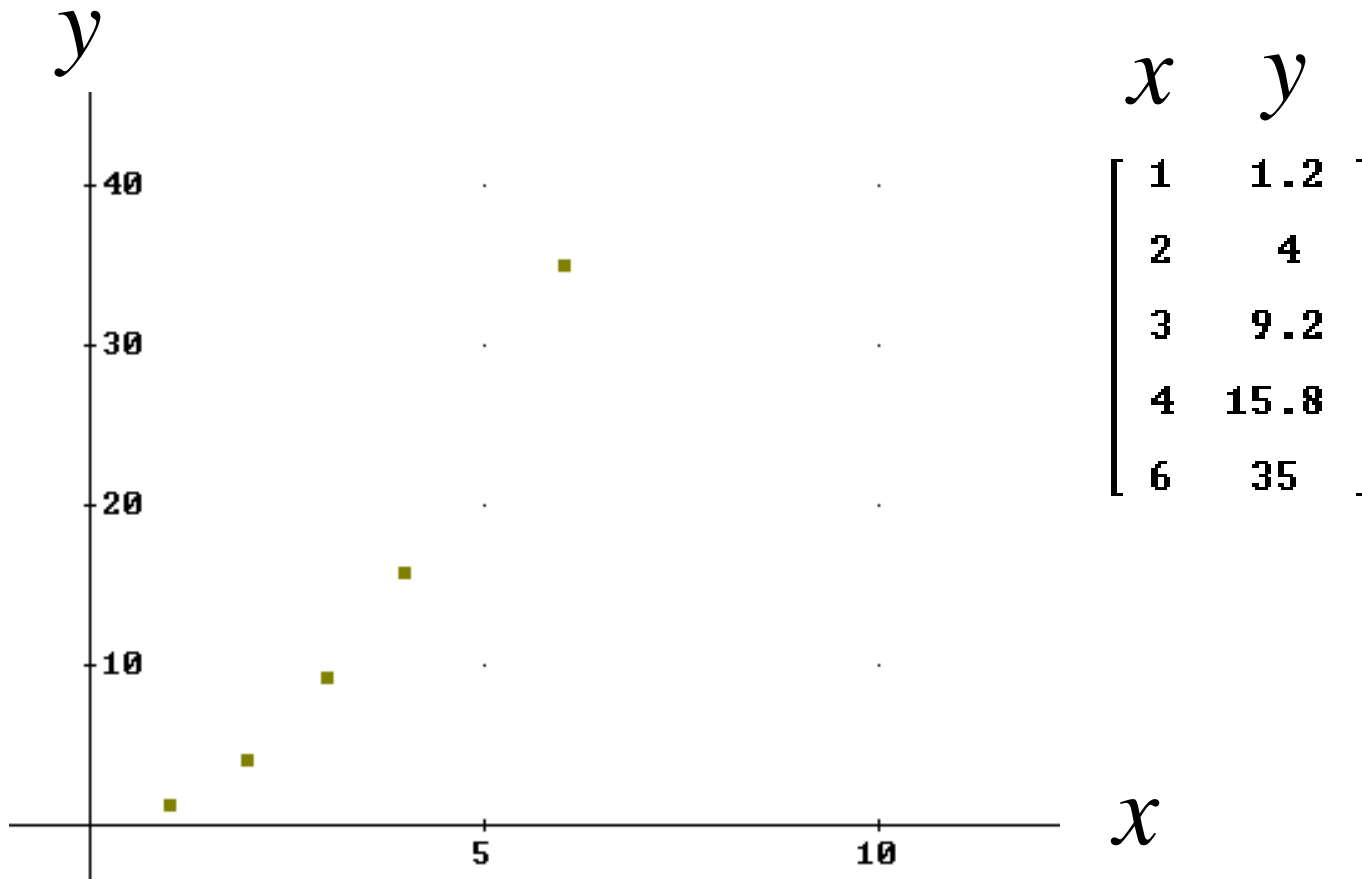


El problema es encontrar una función que se “ajuste” a los datos

La información “prima fascie” que nos entrega la gráfica es que hay una correlación positiva, esto es si “x” crece entonces “y” crece



Podemos pensar en “ajustar” una recta o una función cuadrática



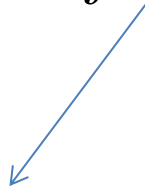
¿Pero qué significa “ajustar” una función?

Supongamos que la variable y (dependiente) es explicada por la variable x (independiente). Dicho de otra forma, se dice que la variable y está en función de x

$$\begin{array}{cc} x & y \\ \left[\begin{array}{cc} 1 & 1.2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 9.2 \\ 4 & 15.8 \\ 6 & 35 \end{array} \right] \end{array}$$

x_1	y_1
x_2	y_2
\vdots	\vdots
x_{n-1}	y_{n-1}
x_n	y_n

$$y = f(x)$$



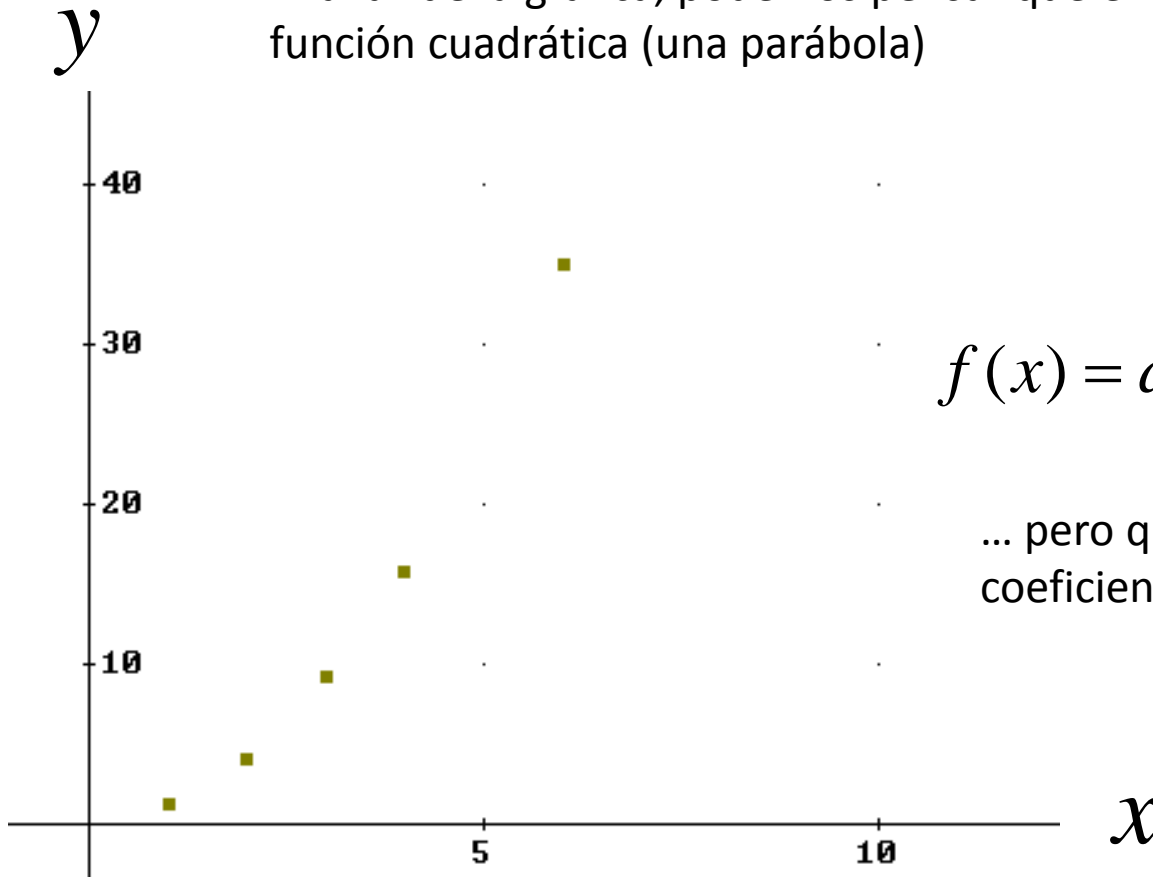
Este es el modelo que queremos ajustar. Y el ajuste será bueno si

$$\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2$$

... este valor es mínimo, muy pequeño, puesto que

$$f(x_i) = \hat{y}_i \neq y_i$$

A la luz de la gráfica, podemos pensar que el modelo de ajuste es una función cuadrática (una parábola)



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

... pero qué valores tienen los coeficientes a , b y c

$$\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2$$

Recuerden que esta expresión debe ser pequeña, Esto significa, encontrar los valores de a , b y c de forma tal que esta expresión

$$\sum_{i=1}^n (y_i - (a x_i^2 + b x_i + c))^2$$

sea mínima

$$g(a, b, c) = \sum_{i=1}^n (y_i - (a x_i^2 + b x_i + c))^2$$

De otra forma, encontrar el mínimo para esta función, es decir los valores de a , b y c que minimizan esa función

$$g(a,b,c) = \sum_{i=1}^n \left(y_i - (a x_i^2 + b x_i + c) \right)^2$$

La técnica de encontrar un mínimo (una terna) es la clásica, esto es...

$$\frac{\partial g(a,b,c)}{\partial a} = 0$$

$$\frac{\partial g(a,b,c)}{\partial b} = 0$$

$$\frac{\partial g(a,b,c)}{\partial c} = 0$$

... y resolver estas ecuaciones (llamadas ecuaciones normales)

#1: $\begin{bmatrix} 1 & 1.2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 9.2 \\ 4 & 15.8 \\ 6 & 35 \end{bmatrix}$ ← Los datos

#2: Datos := $\begin{bmatrix} 1 & 1.2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 9.2 \\ 4 & 15.8 \\ 6 & 35 \end{bmatrix}$ ← Guardamos los datos en una letra

#3: $x(i) := \text{ELEMENT}(\text{Datos}, i, 1)$ ← Esta instrucción guarda los elementos de la primera columna en x(i)

#4: $y(i) := \text{ELEMENT}(\text{Datos}, i, 2)$ ← Esta instrucción guarda los elementos de la segunda columna en y(i)

#5: $(y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$ ← $(y_i - (a x_i^2 + b x_i + c))^2$

#6: $\sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$ ← $\sum_{i=1}^n (y_i - (a x_i^2 + b x_i + c))^2$

#7: $\frac{d}{da} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$

#8: $\frac{d}{db} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$

#9: $\frac{d}{dc} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$

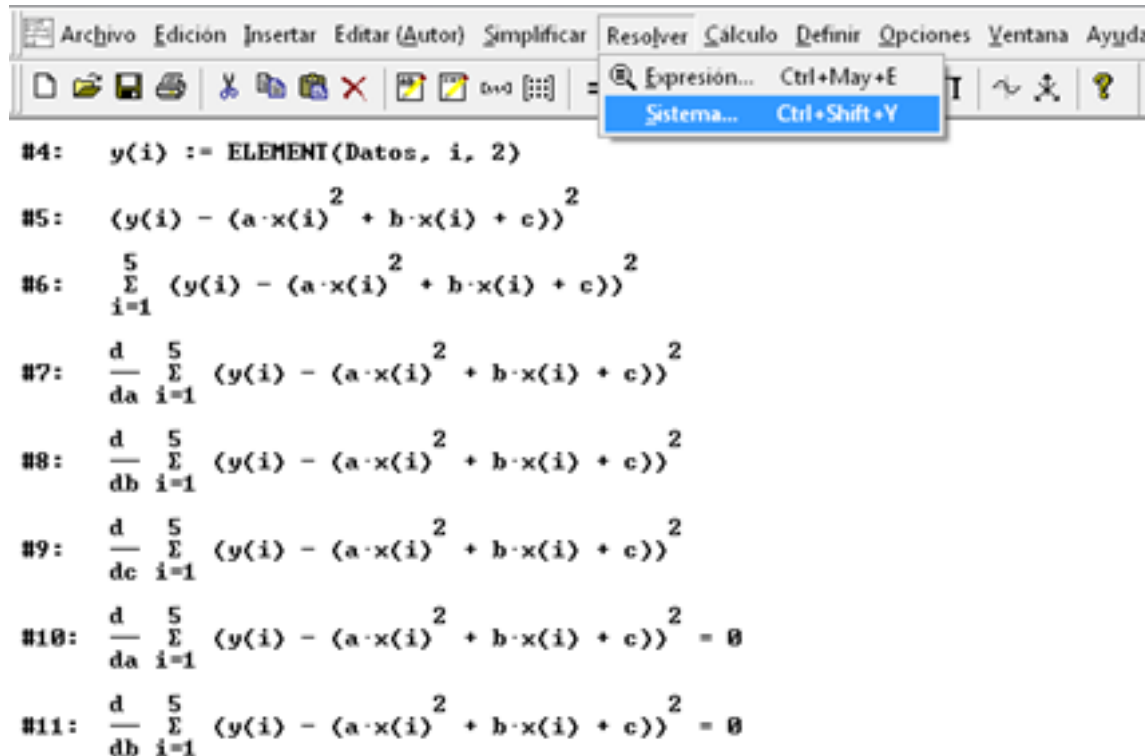
#7, #8, #9 son simplemente las derivadas respecto de cada coeficiente

$$\#10: \frac{d}{da} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2 = 0$$

$$\#11: \frac{d}{db} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2 = 0$$

$$\#12: \frac{d}{dc} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2 = 0$$

Igualamos a cero estas derivadas (sin resolver las derivadas... ¿para qué?)



Elegimos el menú Resolver y el submenú Sistema

En esta caja de diálogo anunciamos que nuestro sistema tiene tres ecuaciones (en #10 hasta #12), y oprimimos la opción Sí

The screenshot shows a software interface with a menu bar (Archivo, Edición, Insertar, Editar (Autor), Simplificar, Resolver, Cálculo, Definir, Opciones, Ventana, Ayuda) and a toolbar. The main window contains a list of equations and data:

#2: Datos := $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 9.2 \\ 4 & 15.8 \\ 6 & 35 \end{bmatrix}$

#3: $x(i) := \text{ELEMENT}(\text{Datos}, i, 1)$

#4: $y(i) := \text{ELEMENT}(\text{Datos}, i, 2)$

#5: $(y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$

#6: $\sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$

#7: $\frac{d}{da} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$

#8: $\frac{d}{db} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$

#9: $\frac{d}{dc} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$

#10: $\frac{d}{da} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2 = 0$

#11: $\frac{d}{db} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2 = 0$

#12: $\frac{d}{dc} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2 = 0$

A dialog box titled "Introducción de un Sistema..." is overlaid on the right side. It contains the text "Ecuaciones e Inecuaciones" and a field labeled "Número:" with the value "3" and a dropdown arrow. At the bottom of the dialog are two buttons: "Sí" and "Cancelar".

En esta caja de diálogo, introducimos las ecuaciones (con el clásico F3), y marcamos en la zona de variables nuestras incógnitas a , b y c .

The screenshot shows a software interface with a menu bar (Archivo, Edición, Insertar, Editar (Autor), Simplificar, Resolver, Cálculo, Definir, Opciones, Ventana, Ayuda) and a toolbar. The main workspace contains a list of equations:

```

#2: Datos :=
      2  4
      3  9.2
      4 15.8
      6  35

#3: x(i) := ELEMENT(Datos, i, 1)
#4: y(i) := ELEMENT(Datos, i, 2)
#5: (y(i) - (a·x(i)2 + b·x(i) + c))2
#6: ∑i=15 (y(i) - (a·x(i)2 + b·x(i) + c))2
#7:  $\frac{d}{da} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$ 
#8:  $\frac{d}{db} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$ 
#9:  $\frac{d}{dc} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$ 
#10:  $\frac{d}{da} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2$ 
#11:  $\frac{d}{db} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2 = 0$ 
#12:  $\frac{d}{dc} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2 = 0$ 
  
```

A dialog box titled "Resolución de 3 ecuación(es)" is open, showing three equations to be solved:

- $\text{DIF}(\sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2, i, 1, 5), a) = 0$
- $\text{DIF}(\sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2, i, 1, 5), b) = 0$
- $\text{DIF}(\sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2, i, 1, 5), c) = 0$

Below the equations is a "Variables" section with a list box containing:

- i
- Datos
- a
- b
- c

The variables a , b , and c are highlighted in blue. At the bottom of the dialog are three buttons: "Sí", "Resolver", and "Cancelar".

Aparecerá esta expresión, y sobre ella oprimimos el signo de “aproximación”

$$\#13: \text{SOLVE} \left[\left[\frac{d}{da} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2 = 0, \frac{d}{db} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2 = 0, \frac{d}{dc} \sum_{i=1}^5 (y(i) - (a \cdot x(i)^2 + b \cdot x(i) + c))^2 = 0 \right], [a, b, c] \right]$$

Y aparecerán los valores que hacen mínima la expresión

$$\sum_{i=1}^n \left(y_i - (a x_i^2 + b x_i + c) \right)^2$$

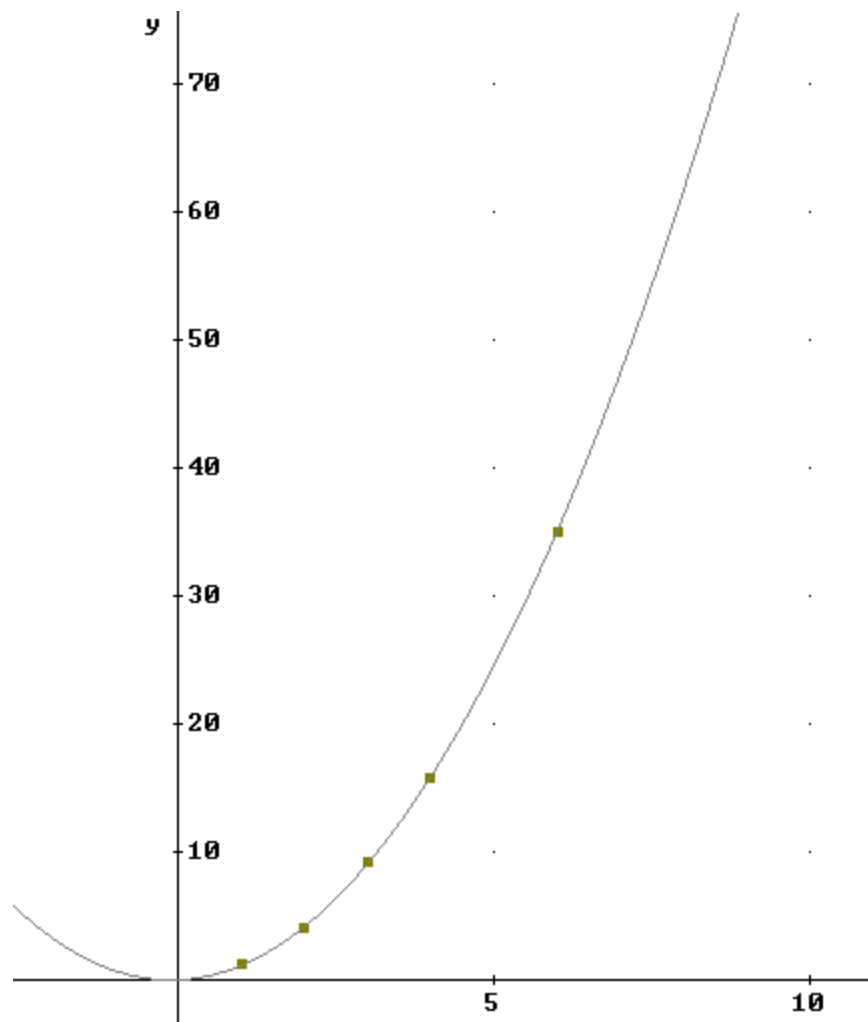
$$[a = 0.9378497790 \wedge b = 0.2076583210 \wedge c = -0.004123711340]$$

De modo que la función cuadrática que modela según este criterio es

$$0.937849779 \cdot z^2 + 0.207658321 \cdot z - 0.00412371134$$

Nota: cambiamos la letra por “z” ya que las “x” está ocupada.

$$0.937849779 \cdot z^2 + 0.207658321 \cdot z - 0.00412371134$$



... y las últimas instrucciones para observar la belleza del modelo

$$0.937849779 \cdot z^2 + 0.207658321 \cdot z - 0.00412371134$$

$$g(z) := 0.937849779 \cdot z^2 + 0.207658321 \cdot z - 0.00412371134$$

VECTOR([x(i), y(i), g(x(i))], i, 1, 5)

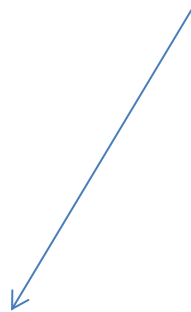
1	1.2	1.141384388
2	4	4.162592046
3	9.2	9.059499262
4	15.8	15.83210603
6	35	35.00441825

No obstante, lo más desesperante que nos entrega la tecnología es que usted con una sola instrucción, consigue el mismo resultado...

```
#19: FIT([z, a·z2 + b·z + c], Datos)
```

```
#20: 0.9378497790·z2 + 0.2076583210·z - 0.004123711340
```

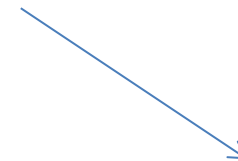
`FIT([z, a·z2 + b·z + c], Datos)`



La variable



El modelo o la función



La matriz de datos