Segunda evaluación de MAT 212, 2^o semestre 2023

Eliseo Martínez

20 de noviembre de 2023

Resumen

Se entregan los estándares que el estudiante debe cumplir, y para cada estándar está asociada el indicador de medición (la pregunta), de modo que si está correctamente resuelto tiene la observación de A, de lo contrario tendrá la observación de R, significando con ésto que debe reparar el estándar no cumplido. El desarrollo de estos indicadores debe ser manuscrito, y poner las hojas debidamente foliada en un archivador rápido, y entregarlo ANTES del día martes 28 de noviembre a las 08:30 horas, de lo contrario se entenderá que no realizó el trabajo.

1. Estándares para el concepto de derivada

1. El estudiante debe conocer el significado del concepto del cociente de Newton, esto es $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ para una función $f(x)$
2. El estudiante debe saber la interpretación geométrica de la derivada en un punto de gráfica de $y = f(x)$
3. El estudiante debe saber construir la recta tamgente a la función $f(x)$ en un punto $(x_0, f(x_0))$ dado.

1.1. Indicadores para el concepto de derivada

- Dada la función $f(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + 25$, donde t está tiene unidades de segundos, y $f(t)$ en unidades de metros y $g = 9{,}8\frac{m}{seg^2}$. Calcule la expresión

  $$\frac{f(t+\Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$

  Indique la unidad resultante de este cociente de Newton. Y entregue su significado[1]

[1] Recuerde que es la función que mide el recorrido de un objeto que se deja caer libremente un objeto desde una altura de 25 metros

- Grafique la función $f(x) = 3(x-4)^2 + 2$, e interprete en la gráfica la expresión
$$\frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

- Encuentre la ecuación de la recta que es tangente a la parábola enterior que pasa por un punto elegido por usted arbitrariamente de esa parábola. Grafique dicha recta junto a la parábola, e indique en el gráfico el punto seleccionado.

2. Estándares para la aplicación de derivadas

1. El estudiante debe saber resolver sencillos problemas de optimización
2. El estudiante debe saber construir modelos sencillos de ecuaciones diferenciales

2.1. Indicadores para la aplicación de derivadas

- Dado una cuerda de longitud $L = 42$, construra un triángulo isósceles de área máxima.
- Dada la función $f(x) = 6x^3 - 2x^2 - 7$ encuentre sus puntos máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- Dada la función
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-1/2 \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$
encuentre su valor máximo y sus puntos de inflexión, donde μ y $\sigma > 0$ son constantes y $-\infty < x < \infty$.
- Suponga que $N(t)$ indica el número de microorganismos en el tiempo t, y suponga además que el nacimiento de nuevos organismos es proporcional al número existente de organismos, digamos con constante de proporcionalidad α. Supongamos que en el tiempo $t = 0$ se inicia el proceso con 120 microorganismos, y al cabo de 20 segundos hay 155 micoorganismos. Construya la ecuación diferencial que modela este crecimiento, encuentre el valor de α, y calcule el número aproximado de microorganismos al cabo de 5 minutos.

3. Estándares para el cálculo de derivadas

El estudiante debe saber calcular la primitiva de una función, esto es si $f(x)$ es una fúnción tal que $f'(x) = F(x)$ entonces se dice que $f(x)$ es una primitiva de $F(x)$

3.1. Indicadores para el cálculo de derivadas

Complete la siguente tabla, realizando sus cálculos a manos y explicando con detalle

Primitiva, $f(x)$	**Derivada,** $F(x)$
?	$2x^3 + 2x^2 + 2$
?	$\frac{3}{4}e^{-2x}$
?	x^{-5}
?	$4x + e^{-4x} + \frac{2}{x}$
?	11x
?	$\frac{3}{\sqrt{3x}}$

Cuadro 1: Tabla de funciones y primitivas.