

14/10/2025 La segunda derivada

$$f(x) \leadsto f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

↑
nueva función

$$f'(x) \longrightarrow f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}$$

↓
la 2ª derivada

Ejemplo $f(x) = 4x^3 + 2x$

$$f'(x) = 12x^2 + 2 \longrightarrow f''(x) = 24x$$

$$f(x) = e^{-3x}$$

$$f'(x) = -3e^{-3x}$$

$$f''(x) = 9e^{-3x}$$

¿Para qué sirve?

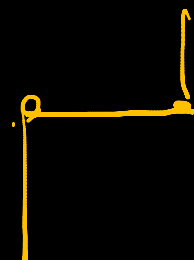
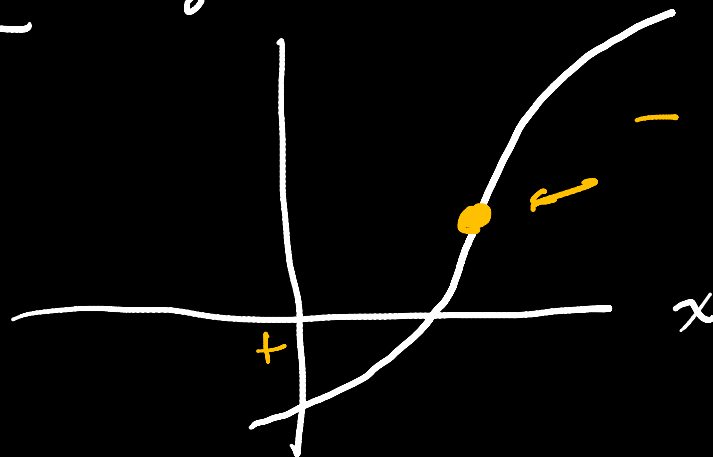
Sirve para encontrar los puntos de inflexión y puntos silla.

¿Qué son esos puntos?

¿qué es un punto silla?

¿qué es un punto de inflexión?

Pto silla

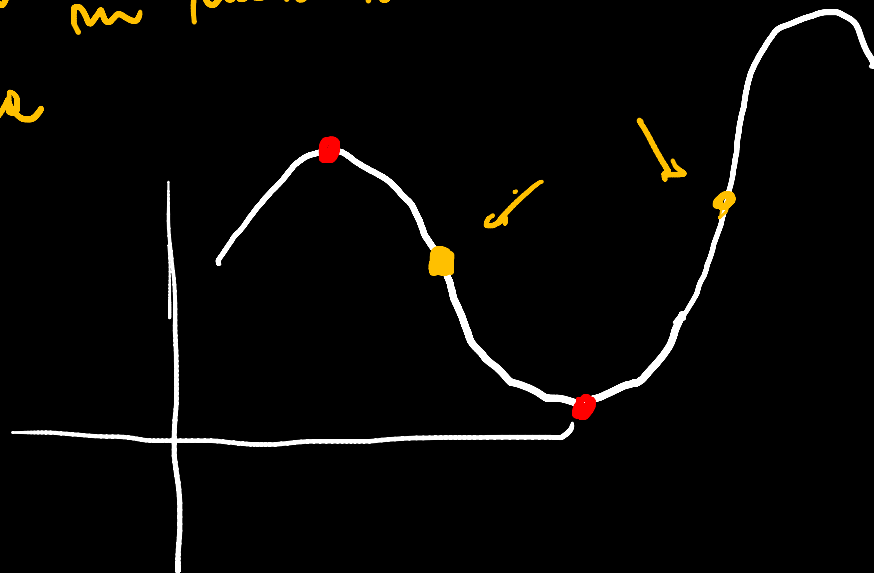


$$f'(x_0) = 0$$

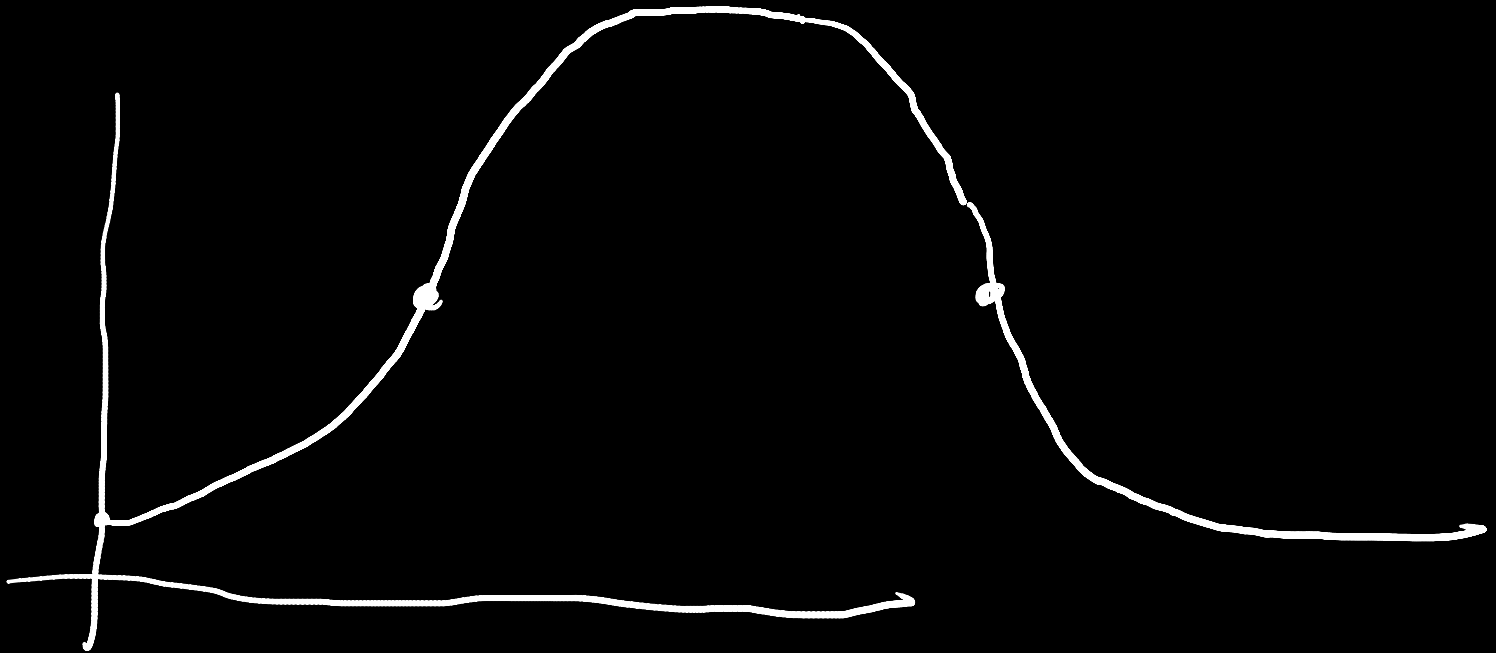
Si x_0 no es máximo ni mínimo es
un punto silla

Pto. de inflexión

$$f''(x) = 0$$



Covid



$$f(x) = x^3 + x + 2$$

$$f'(x) = 3x^2 + 1 \quad ; \quad f'(x) = 0$$

$$3x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -\frac{1}{3}$$

$$f''(x) = 6x \quad ; \quad f''(x) = 0$$

$$6x = 0$$

$$x = 0 \quad \therefore \text{Pto. de inflexión}$$

1. Crecimiento de una población de fitoplancton.

$$N(t) = 200te^{-0,2t}, \quad t \geq 0.$$

- a) Encuentre los puntos críticos y determine el tiempo en que la población alcanza su máximo.
b) Calcule la cantidad máxima de fitoplancton.
c) Halle los puntos de inflexión y determine para qué intervalos la función es cóncava hacia arriba y hacia abajo.

$$N(t) = 200 t e^{-0.2t} \quad ; \quad t \geq 0$$

$$N'(t) = 200 \cdot \frac{d}{dt} [t e^{-0.2t}]$$

$$N'(t) = 200 \left[t \cdot e^{-0.2t} (-0.2) + e^{-0.2t} \cdot 1 \right]$$

$$N'(t) = 200 e^{-0.2t} [-0.2t + 1]$$

$$N'(t) = 0 \quad \therefore \quad \underbrace{200 e^{-0.2t}}_{\neq 0} (-0.2t + 1) = 0$$
$$-0.2t + 1 = 0$$
$$t = 5$$

Three calculations $N(5)$

$$N(5) = 200 \cdot 5 e^{-0.2 \cdot 5}$$

$$N(5) = 1000 e^{-1} = \frac{1000}{e} = 367.8$$

$$(1) \quad N(t) = 200 \cdot t e^{-0.2t}$$

$$(2) \quad N'(t) = 200 e^{-0.2t} [-0.2t + 1]$$

$$(3) \quad N''(t) = 200 \cdot \frac{d}{dt} [e^{-0.2t} \cdot (-0.2t + 1)]$$

$$(4) \quad N''(t) = 200 \left(\underbrace{e^{-0.2t}}_{(-0.2)} + (-0.2t + 1) \cdot \underbrace{(-0.2 \cdot e^{-0.2t})}_{(-0.2 \cdot e^{-0.2t})} \right)$$

$$(5) \quad N''(t) = \underbrace{200 e^{-0.2t}}_{(-0.2 + (-0.2t + 1)(-0.2))}$$

$$(6) \quad N''(t) = 0 \quad \begin{aligned} -0.2 + 0.04t - 0.2 &= 0 \\ 0.04t - 0.4 &= 0 \quad ; \quad t = 10 \end{aligned}$$

$$V(10) = 200 \cdot 10^{-0.2 \cdot 10} e$$

$$V(10) = 2000 e^{-2} = \frac{2000}{e^2} \approx 270.67$$

результат