

UNIVERSIDAD DE ANTOFAGASTA

Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática

Segunda Evaluación – Cálculo Diferencial

Asignatura: MAT 212 – Derivadas

Carrera: Biología Marina

Semestre: Segundo – 2025

Profesor: Eliseo Martínez

Modalidad: Evaluación manuscrita guiada

Fecha límite de entrega: Por definir (antes de las 11:00 horas)

Indicaciones generales:

- El trabajo debe realizarse de forma manuscrita, con cada hoja foliada y archivada.
- Los gráficos solicitados deben estar correctamente titulados, con unidades en sus ejes.
- Los resultados deben ser claros y justificados; en caso contrario, se considerará el estándar no cumplido.

- Cada pregunta (indicador) corresponde directamente a un estándar de aprendizaje.

Antofagasta, noviembre de 2025

Indicadores de evaluación asociados a los estándares de Derivadas

1. Cociente de Newton

Estándar: Comprender el significado del cociente incremental y su límite.

Indicadores:

1. Calcule y simplifique el cociente

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

para la función $f(x) = x^2 + 3x$, e interprete geométricamente el significado del parámetro h .

2. Si x se mide en segundos y $f(x)$ en metros, determine la unidad de medida de

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

3. Evalúe

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

para $f(x) = \sqrt{x}$, e interprete su significado físico o geométrico.

2. Interpretación geométrica de la derivada

Estándar: Comprender la derivada como pendiente de la recta tangente en un punto.

Indicadores:

1. Determine la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = x^2 - 2x$ en el punto $x = 1$.
2. Grafique la función $f(x) = \sin(x)$ y su recta tangente en el punto $x = \pi/4$, interpretando el significado de la pendiente en dicho punto.
3. Con apoyo de software (GeoGebra, Derive o EXCEL), compare los valores de $f(x)$ y de la recta tangente $T(x)$ en una vecindad del punto $x = 1$, mostrando en una tabla las aproximaciones.

3. Cálculo de derivadas

Estándar: Aplicar reglas de derivación para funciones compuestas, productos y cocientes.

Indicadores:

1. Si $f(x) = x^2$ y $g(x) = e^x$, calcule la derivada de $f(x)g(x)$.
2. Si $f(x) = \ln(x)$ y $g(x) = \sin(x)$, determine $(f \circ g)'(x)$.
3. Si $f(x) = e^x$ y $g(x) = x^2 + 1$, calcule la derivada de $\frac{f(x)}{g(x)}$.

4. Puntos extremos e inflexión

Estándar: Determinar e interpretar los puntos donde la derivada se anula o cambia de signo.

Indicadores:

1. Encuentre los puntos críticos de $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ resolviendo $f'(x) = 0$.
2. Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función anterior y clasifique los puntos críticos como máximos o mínimos.
3. Calcule y analice los puntos de inflexión resolviendo $f''(x) = 0$, graficando la función y señalando dichos puntos.

5. Aplicaciones de la derivada

Estándar: Aplicar la derivada para resolver problemas de optimización en contextos geométricos y biológicos.

Indicadores:

1. Un rectángulo está inscrito bajo la parábola $y = 4 - x^2$. Determine las dimensiones del rectángulo de área máxima y su interpretación geométrica.
2. La tasa de crecimiento de una población marina viene dada por

$$P'(t) = 0,4P(t) - 0,002P(t)^2$$

Determine el tamaño de población en que el crecimiento es máximo y su significado ecológico.

3. Analice el punto de inflexión de la función de crecimiento anterior y discuta su interpretación biológica.

6. Ecuaciones diferenciales sencillas

Estándar: Modelar una situación dinámica mediante una ecuación diferencial simple y resolverla numéricamente.

Indicadores:

1. A partir del modelo discreto

$$f(t+h) = f(t) + (\alpha - \beta f(t))f(t) \Delta t,$$

derive la ecuación diferencial aproximada que representa el sistema en el límite $\Delta t \rightarrow 0$.

2. Para el modelo

$$y'(t) = 0,5y(t)(1 - y(t)/100)$$

resuelva numéricamente hasta $t = 10$ con $y(0) = 10$, interpretando el comportamiento de la solución.

3. Grafique la solución y describa el equilibrio del sistema en función de los parámetros.

Rúbrica de evaluación

Criterio / Estándar	A (Logrado)	R (Reparar)
Cociente de Newton	Comprende y aplica correctamente el cociente incremental y su límite.	No interpreta o aplica incorrectamente el cociente incremental.
Interpretación geométrica	Representa gráficamente la tangente y explica su significado.	No logra vincular la pendiente con la derivada o el gráfico.
Cálculo de derivadas	Aplica correctamente reglas de derivación en distintos contextos.	Comete errores conceptuales o algebraicos reiterados.
Puntos extremos e inflexión	Identifica y clasifica correctamente máximos, mínimos e inflexiones.	No logra establecer los puntos críticos ni su naturaleza.
Aplicaciones de la derivada	Modela y resuelve problemas de optimización con interpretación contextual.	No logra formular ni justificar el modelo ni los resultados.
Ecuaciones diferenciales	Construye y resuelve adecuadamente la ecuación diferencial y analiza el modelo.	No logra relacionar el modelo discreto con su forma diferencial.

Observación: Cada indicador correctamente desarrollado recibirá la observación **A (Logrado)**; de lo contrario, se consignará **R (Reparar)**. Los trabajos deben ser manuscritos y entregados en la fecha y hora señaladas.