Primera evaluación de MAT 212, 2^o semestre 2025

Estudiantes: Martin Labbe y Benjamin González

25 de septiembre de 2025

Resumen

Se entregan los estándares que el estudiante debe cumplir, y para cada estándar está asociada el indicador de medición (la pregunta), de modo que si está correctamente resuelto tiene la observación de A, de lo contrario tendrá la observación de R, significando con ésto que debe reparar el estándar no cumplido. El desarrollo de estos indicadores debe ser manuscrito, y poner las hojas debidamente foliada en un archivador rápido, y entregarlo ANTES de la hora y del día indicado por el profesor, de lo contrario se entenderá que no realizó el trabajo.
El profesor, por motivos fundados, puede comprobar lo realizado por el grupo de estudiantes mediante una interrogación, para definitivamente evaluar el trabajo.
Loas motivos fundados pueden ser los siguientes: utilización de técnicas matemáticas no usadas en la asignatura, utilización de lenguaje matemático manifiestamente de niveles superior en matemática, estudiantes con baja asistencia a clases (menos del 25 % hasta la fecha de ahora), y otras consideraciones fundadas a modo de ejemplo: intervención de los pares del grupo manifestando un nulo trabajo cooperativo, coincidencia en resultadoso elección de parámetros en respuestas a preguntas abiertas, etcétera.
Nota: Es claro que los gráficos solicitados en los modelos, debidamente titulados con las unidades en sus ejes, pueden ser incorporados al trabajo manuscrito haciendo la referencia adecuada. En la carátula frontal del archivo se debe indicar claramente la asignatura y los nombres de los estudiantes.
Fecha límite de recepción del trabajo: viernes 3 de octubre antes de las 11 horas, en la oficina del profesor (ubicada en el promer piso del Departamento de Matemática).

1. Estándares para la función cuadrática

- El estudiante deberá reconocer toda la información que entrega la función cuadrática[1] $y = k \cdot (x-a)^2 + b$ que llamaremos ecuación estándar de la parábola.

[1] Esto significa conocer el vértice de la parábola, las raíces si las tiene, la intersección con el eje Y

- El estudiante deberá ser capaz de trazar o dibujar la parábola en su forma estándar $y = k \cdot (x - a)^2 + b$ indicando con claridad el vértice, las intersecciones con los ejes cartesianos y su concavidad positiva (hacía arriba) o negativa (hacía abajo)

- El estudiante deberá saber que puntos pertenecen o no a una determinada parábola $y = k \cdot (x - a)^2 + b$

- Dada una función cuadrática en su forma normal (desagradable) $y = Ax^2 + Bx + C$, el estudiante deberá saber llevarla a su forma estándar $y = k \cdot (x - a)^2 + b$

- El estudiante debe ser capaz de tener a lo menos tres ejemplos de aplicación en que se utilice como modelo la función cuadrática

1.1. Indicadores para la función cuadrática

- Para la función cuadrática $y = 3(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{2}{5}$ entregue toda la información que usted pueda capturar, y

- realicé a mano un esbozo de su gráfica indicando con claridad todas las intersecciones con los ejes cartesianos, así como su vértice.

- Encuentre 10 puntos que pertenezcan a la parábola o función cuadrática anterior

- Dada la función cuadrática $y = 5x^2 + 10x + 5$ en su forma normal, llévela a su forma estándar.

- Entregue dos ejemplos se utilice la función cuadrática como modelo, indicando la referencia de donde lo obtuvo y explicando que fenómeno o situación modela.

2. Estándares para la función lineal

- El estudiante deberá conocer la interpretación de los parámetros m y b del modelo lineal $y = m \cdot x + b$ y construir su gráfica.

- El estudiante debe saber construir la únca recta $y = m \cdot x + b$ que pasa por dos puntos dados.

- El estudiante debe saber encontrar puntos que pertenezcan a la recta $y = m \cdot x + b$

- El estudiante debe saber encontrar las intersecciones de la recta $y = m \cdot x + b$ con los ejes cartesianos.

2.1. Indicadores para la función lineal

- La relación matemática $-4x + 3y = -1$ es una relación matemática que puede ser llevada a la forma $y = mx + b$. Encuentre los valores de m y b, y esboce la gráfica de esta recta. ¿La recta anterior es creciente o decreciente? Justifique su respuesta
- Construya la recta que pasa por los puntos (2,1) y (3,5)
- Encuentre 20 puntos que pertenezcan a la recta anterior que usted encontró.

3. Estándares para la función exponencial

- El estudiante debe saber resolver una sencilla ecuación exponencial utilizando la función logaritmo.
- El estudiante debe daber utilizar la ecuación exponencial como modelo matemático.
- El estudiante debe saber gráficar una función exponencial e interpretar su gráfica.

3.1. Indicadores para la función exponencial

Resuelva las siguientes ecuaciones exponenciales

1. $e^{-3x} = 5{,}8$
2. $\frac{4}{e^{-x}} = 9{,}1$
3. $\frac{1}{2-e^{3x}} = 4{,}9$
4. $\frac{1}{3-e^{-3x}} = 0{,}86$
5. $\frac{1}{2-e^{3x}} = 6{,}5$
6. $e^{-x^2} = 0{,}3$

Resuelva lo siguiente

1. Para el modelo $P(t) = P_0 e^{-0{,}03t}$, con $t \geq 0$, se sabe que $P(3) = 10$ determine el valor de P_0
2. Para su modelo anterior encuentre el valor de t tal que $P(t) = \frac{P_0}{2}$
3. Para su modelo anterior, a qué valor tiende $P(t)$ cundo t se va al infinito $(t \to \infty)$
4. Realice la gráfica de su modelo indicando a lo menos 4 puntos de su gráfica (Nota: con sus coordenadas)

4. Estándares para el modelo cuadrático del caos de Robert May

1. El estudiante debe saber interpretar la ecuación $x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$, entendiendo que x_n indica el procentaje de una población (toma valores entre 0 y 1). Y en consecuencia debe saber el significado de la tasa de crecimiento r
2. El estudiante debe saber que para asegurar que $0 < x_{n+1} < 1$ entonces necesariamente $0 < r < 4$, y observar los diferentes comprtamientos de la población para diferentes valores de r entre 0 y 4
3. El estudiante debe saber cuando la población se estabiliza.
4. El estudiante debe saber cuando la población oscila
5. El estudiante debe saber cuando la población se comporta caóticamente

4.1. Indicadores para el modelo de Robert May

1. Realice dos gráficas para la evolución de x_n, con dos valores diferentes de r, de tal forma que la población no se extinga e indique a que valor se estabiliza.
2. Realice dos gráficas para la evolución de x_n con dos valores diferentes de r, de manera que la población se extinga.
3. Realice un gráfico para la evolución de x_n de tal manera que oscile entre dos valores, e indique estos dos valores
4. Realice un gráfico para la evolución de x_n de tal menera que su población oscile entre cuatro valores, e indique estos valores
5. Determine en que condiciones la población se vuelve caótica. Grafique dos ejemplos.

5. Estándares para el modelo logístico discreto

1. El estudiante debe comprender el modelo logístico

$$x_{n+1} = x_n + (\alpha - \beta x_n)x_n$$

   donde x_n es el tamaño de la población y el significado (con sus unidades) de las constantes α y β.
2. El estudiante debe saber cuando la población se extingue y cuando se estabiliza, que dependerá de los valores de α y β
3. El estuduante deberá graficar la evolución de esta población para diferentes valores de α y β, y así obtener conclusiones e interpretaciones.

5.1. Indicadores para el modelo logístico discreto

1. Grafique la evolución de x_n del modelo logístico para diferentes valores de α y β, en un solo plano cartesiano, indicando el valor de estos parámetros.

2. Indique fundadamente o experimentalmente sobre las condiciones en que la población se extinguirá

3. Indique cuando la población se estabilizará y cuál es su valor. Realice a lo menos tres modelos con sus respectivas gráficas.

4. Encuentre ejemplos en la literatura de poblaciones que se comporten como el modelo logístico, indicando la fuente bibliográfica.