Aplicaciones de la derivada a la Biología Marina

Eliseo Martínez H.

Problemas

1. Crecimiento de una población de fitoplancton.

La densidad de fitoplancton en una zona costera está dada por la función

$$N(t) = 200te^{-0{,}2t},$$

donde $N(t)$ representa la cantidad de células por mililitro y t el tiempo en días.

a) Determina en qué momento la población alcanza su máximo.

b) Calcula la cantidad máxima de fitoplancton.

2. Temperatura óptima para la actividad de una enzima.

La velocidad de reacción de una enzima presente en un pez se modela por

$$v(T) = 5Te^{-0{,}1T},$$

donde $v(T)$ se mide en unidades arbitrarias y T en °C.

a) Encuentra la temperatura que maximiza la actividad enzimática.

b) ¿Cuál es la velocidad máxima?

3. Superficie de una jaula submarina.

Una jaula cilíndrica para criar peces tiene un volumen fijo de $50\pi\,\mathrm{m}^3$. Se desea minimizar la cantidad de material usado para construirla (su superficie lateral y las dos bases).

a) Expresa la superficie total S en función del radio r.

b) Determina las dimensiones del cilindro de menor superficie.

4. Alimentación óptima de ostras.

La ganancia de peso $G(x)$ (en gramos) de un grupo de ostras depende de la cantidad x de alimento (en gramos) suministrado por día según la función

$$G(x) = 12x - 0{,}6x^2.$$

a) ¿Qué cantidad de alimento maximiza la ganancia de peso?

b) ¿Cuál es la ganancia máxima?

5. Profundidad óptima para el crecimiento del coral.

La tasa de crecimiento de un coral se modela por

$$R(z) = ze^{-0{,}05z},$$

donde z es la profundidad en metros.
a) Determina a qué profundidad crece más rápido el coral.
b) Interpreta biológicamente este resultado.

6. Distribución de nutrientes.
En una corriente marina, la concentración de nutrientes sigue:

$$C(x) = 10 - 2x + 0{,}1x^2,$$

donde x es la distancia (km) desde la costa.
a) Encuentra la distancia en que la concentración de nutrientes es mínima.
b) ¿Cuál es la concentración mínima?

7. Oxigenación óptima de un estanque.
Un sistema de aireación aumenta el oxígeno disuelto según:

$$O(t) = 8 - 3e^{-0{,}4t} - 0{,}2t,$$

donde t es el tiempo en horas.
a) Determina cuándo el oxígeno alcanza su valor máximo.
b) Interpreta el resultado en el contexto del manejo de estanques marinos.

Elaborado por Eliseo Martínez y ChatGPT (Sísifo)