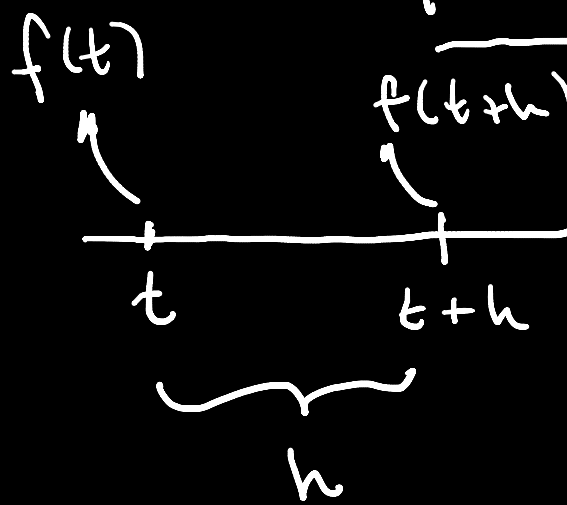


06/10/2025 Ejercicios sobre derivadas

Sea la función $f(t)$

$$\frac{f(t+h) - f(t)}{h} = f'(t) \quad \text{si } h \rightarrow 0$$

$$f(t) = 3t^2 + 6$$
$$f'(t) = 6t$$
$$f'(6) = 30$$

$$[t] = \text{seg}$$

$$[f(t)] = m.$$

$$[f'(t)] = \frac{m}{\text{seg}}$$

Propiedades

$$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$$

$$\frac{d}{dx} \text{Sen } x = (\text{Sen } x)' = \text{Cos } x$$

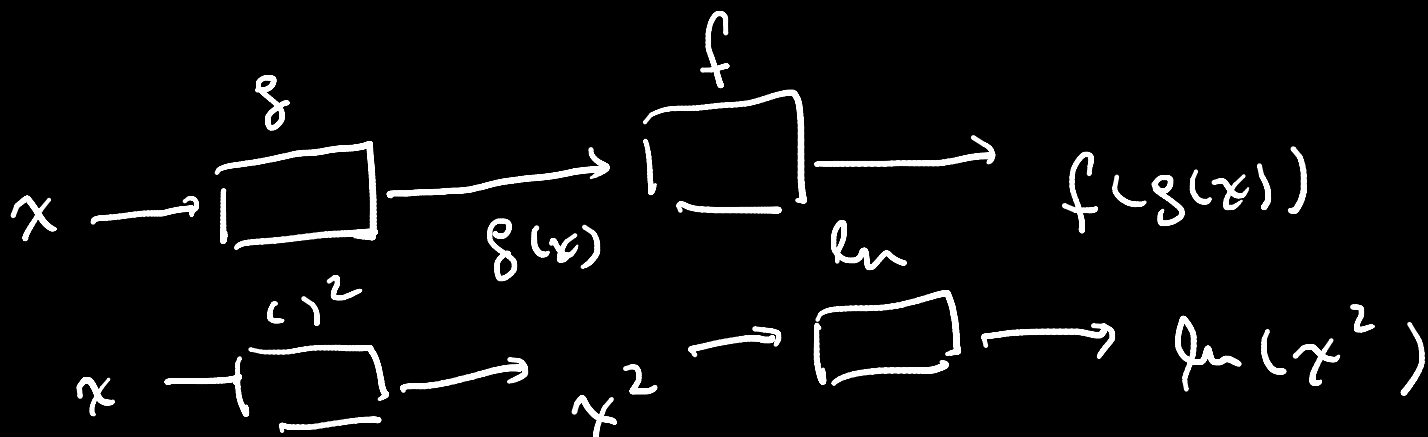
$$\frac{d}{dx} \text{Cn } x = (\text{Cn } x)' = -\text{Sen } x$$

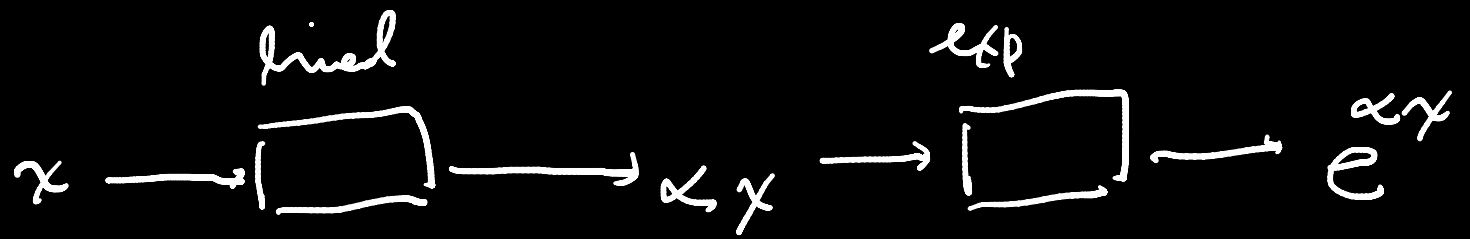
$$\frac{d}{dx} (e^{\alpha x}) = \alpha e^{\alpha x}$$

$$e^x \longrightarrow \frac{e^{x+h} - e^x}{h} \xrightarrow{h \rightarrow 0} e^x$$

$$\frac{d(e^x)}{dx} = e^x$$

$$\longrightarrow f(g(x))$$



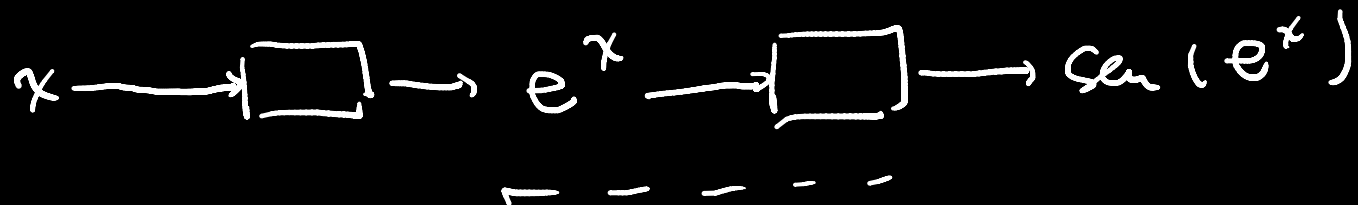


$$\frac{d}{dx} (e^{\alpha x}) = e^{\alpha x} \cdot \alpha = \alpha e^{\alpha x}$$

$$\frac{d}{dx} (e^{x^2}) = e^{x^2} \cdot 2x$$

$$\frac{d}{dx} e^{x^4} = e^{x^4} \cdot 4x^3$$

$$\frac{d \sin(e^x)}{dx} = \cos(e^x) \cdot e^x$$



$$\frac{d \ln x}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d \ln(x^2)}{dx} = \frac{1}{x^2} \cdot 2x = \frac{2}{x}$$

$$\frac{d(\operatorname{Sen}(3x+2))}{dx} = \cos(3x+2) \cdot 3$$

$$= 3 \cos(3x+2)$$

$$\frac{d \operatorname{Sen}(4x^2+2x+1)}{dx} =$$

$$= \cos(4x^2+2x+1) \cdot (8x+2)$$

$$\frac{d}{dx} \left[\overbrace{f(x)}^{\sin x} \cdot \overbrace{g(x)}^{\cos x} \right] =$$

$$= f(x) \cdot \frac{d g(x)}{dx} + \frac{d f(x)}{dx} \cdot g(x)$$

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f(x) \cdot g'(x) + f'(x) \cdot g(x)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(\sin x \cdot \cos x)}{dx} &= -\sin x \sin x + \cos x \cdot \cos x \\ &= -(\sin x)^2 + (\cos x)^2 \quad \checkmark \\ &= -(1 - (\cos x)^2) + (\cos x)^2 \\ &= 2(\cos x)^2 - 1 \quad \checkmark \end{aligned}$$

Función EXTRAORDINARIA

$$e^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega x + \phi_0)$$

α, ω, ϕ_0
constantes

$$\frac{d}{dx} e^{-\alpha x} = -\alpha e^{-\alpha x}$$

$\alpha > 0$

$$\frac{d}{dx} \sin(\omega x + \phi_0) = \omega \cos(\omega x + \phi_0)$$

$$\frac{d}{dx} e^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega x + \phi_0) =$$

$$\frac{d}{dx} [e^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega x + \phi_0)] =$$

$$e^{-\alpha x} \cdot \cos(\omega x + \phi_0) \cdot \omega + \sin(\omega x + \phi_0) \cdot e^{-\alpha x} \cdot (-\alpha) =$$

$$= e^{-\alpha x} (\omega \cos(\omega x + \phi_0) - \alpha \sin(\omega x + \phi_0))$$

1. Crecimiento de una población de fitoplancton

La densidad de fitoplancton en una zona costera está dada por la función $N(t) = 200t e^{-0.2t}$, donde $N(t)$ representa la cantidad de células por mililitro y t el tiempo en días.

a) Determina en qué momento la población alcanza su máximo.

b) Calcula la cantidad máxima de fitoplancton.

$$N(t) = 200t e^{-0.2t}$$

$$[N(t)] = \frac{\text{m}^3 \text{ cel}}{\text{mL}}$$

$$[t] = \text{días}$$

a) DERIVAMOS

$$\frac{dN(t)}{dt} = 200 \left[e^{-0.2t} + e^{-0.2t} \cdot (-0.2) \right]$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = 200 \left(e^{-0.2t} - 0.2t e^{-0.2t} \right)$$

igualamos a cero $e^{-0.2t} - 0.2t e^{-0.2t} = 0$

$$e^{-0.2t} (1 - 0.2t) = 0 \quad \therefore 1 - 0.2t = 0$$

$$\therefore t = 5 \text{ días} //$$

07-10-2026

4. Alimentación óptima de ostras

La ganancia de peso $G(x)$ (en gramos) de un grupo de ostras depende de la cantidad x de alimento (en gramos) suministrado por día según la función $G(x) = 12x - 0.6x^2$.

a) ¿Qué cantidad de alimento maximiza la ganancia de peso?

b) ¿Cuál es la ganancia máxima?

$$G(x) = 12x - 0.6x^2$$

$$G'(x) = 12 - 1.2x$$

$$\therefore 12 - 1.2x = 0$$

$$x = 10$$

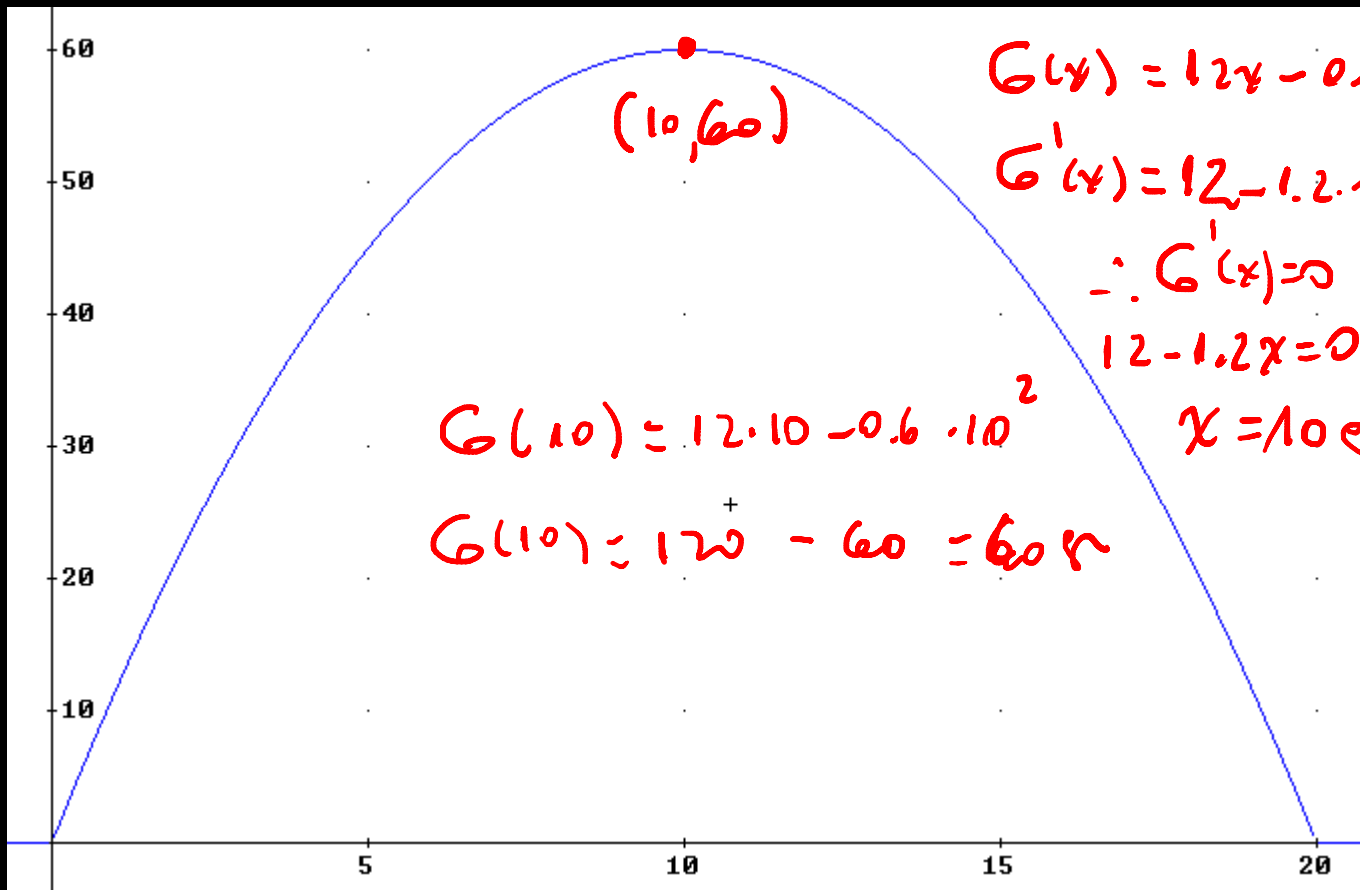
$$\therefore G(10) = 12 \cdot 10 - 0.6 \cdot 10^2 = 60$$

$\therefore$ El pto. máximo es $(10, 60)$

$[x]$ = gr. de alimento

$[G(x)]$ = gramo por el grupo de ostras

$G(x)$: grammi di prosciutto



$$G(x) = 12x - 0.6x^2$$

$$G'(x) = 12 - 1.2x$$

$$\therefore G'(x) = 0$$

$$12 - 1.2x = 0$$

$$x = 10 \text{ gr.}$$

$$G(10) = 12 \cdot 10 - 0.6 \cdot 10^2$$

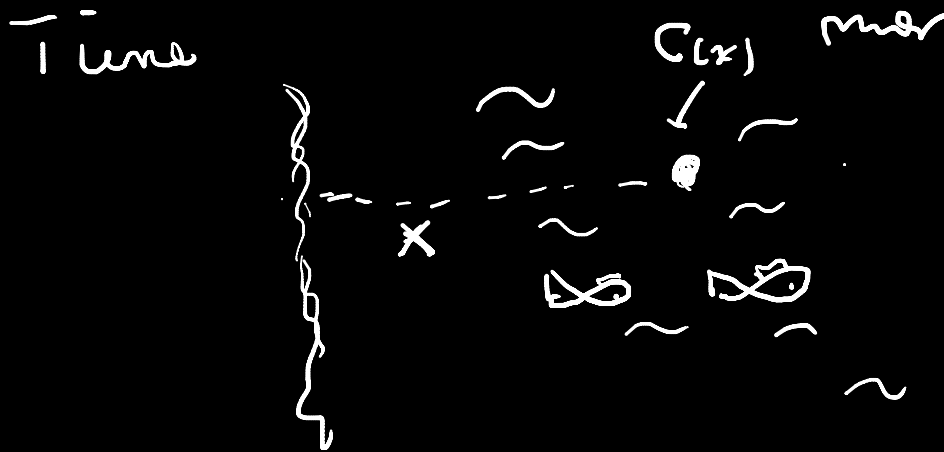
$$G(10) = 120 - 60 = 60 \text{ gr}$$

grs. di
alimento
(x)

6. Distribución de nutrientes

En una corriente marina, la concentración de nutrientes sigue: $C(x) = 10 - 2x + 0.1x^2$, donde x es la distancia (km) desde la costa.

- a) Encuentra la distancia en que la concentración de nutrientes es mínima.
- b) ¿Cuál es la concentración mínima?



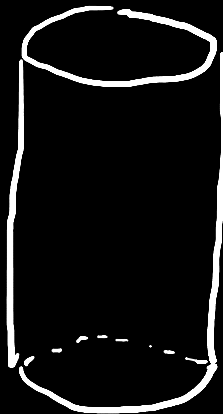
Respuesta : 0.13 V 1.0

por $x = 10 \text{ km}$ //

3. Superficie de una jaula submarina

Una jaula cilíndrica para criar peces tiene un volumen fijo de $50\pi \text{ m}^3$. Se desea minimizar la cantidad de material usado para construirla (su superficie lateral y las dos bases).

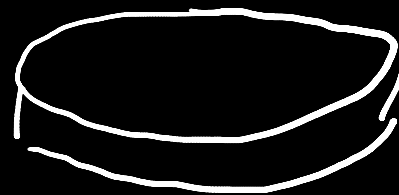
- Expresa la superficie total S en función del radio r .
- Determina las dimensiones del cilindro de menor superficie.



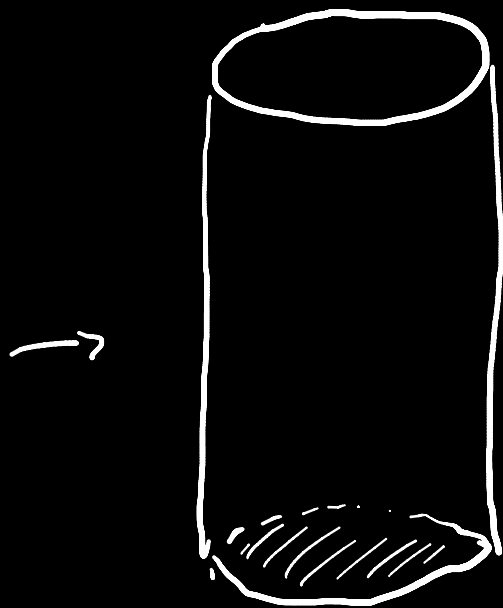
$$V = 50 \cdot \pi \text{ m}^3$$



$$V = 50 \cdot \pi \text{ m}^3$$



$$V = 50 \cdot \pi \text{ m}^3$$



$$V = 50 \cdot \pi \text{ m}^3$$

¿Cuál es la superficie?

$$\pi r^2$$

$$\pi r^2$$

$$S = 2\pi r \cdot L$$

$\leftarrow 2\pi r \rightarrow$

$\uparrow L$

¿Cuál es el volumen de un cilindro?

$$V = \pi r^2 \cdot L$$

Formula general

$$\therefore \pi r^2 \cdot L = 50 \pi$$

$$L = \frac{50}{r^2}$$

$$L = \frac{50}{r^2}$$

Por lo tanto la superficie
a utilizar es

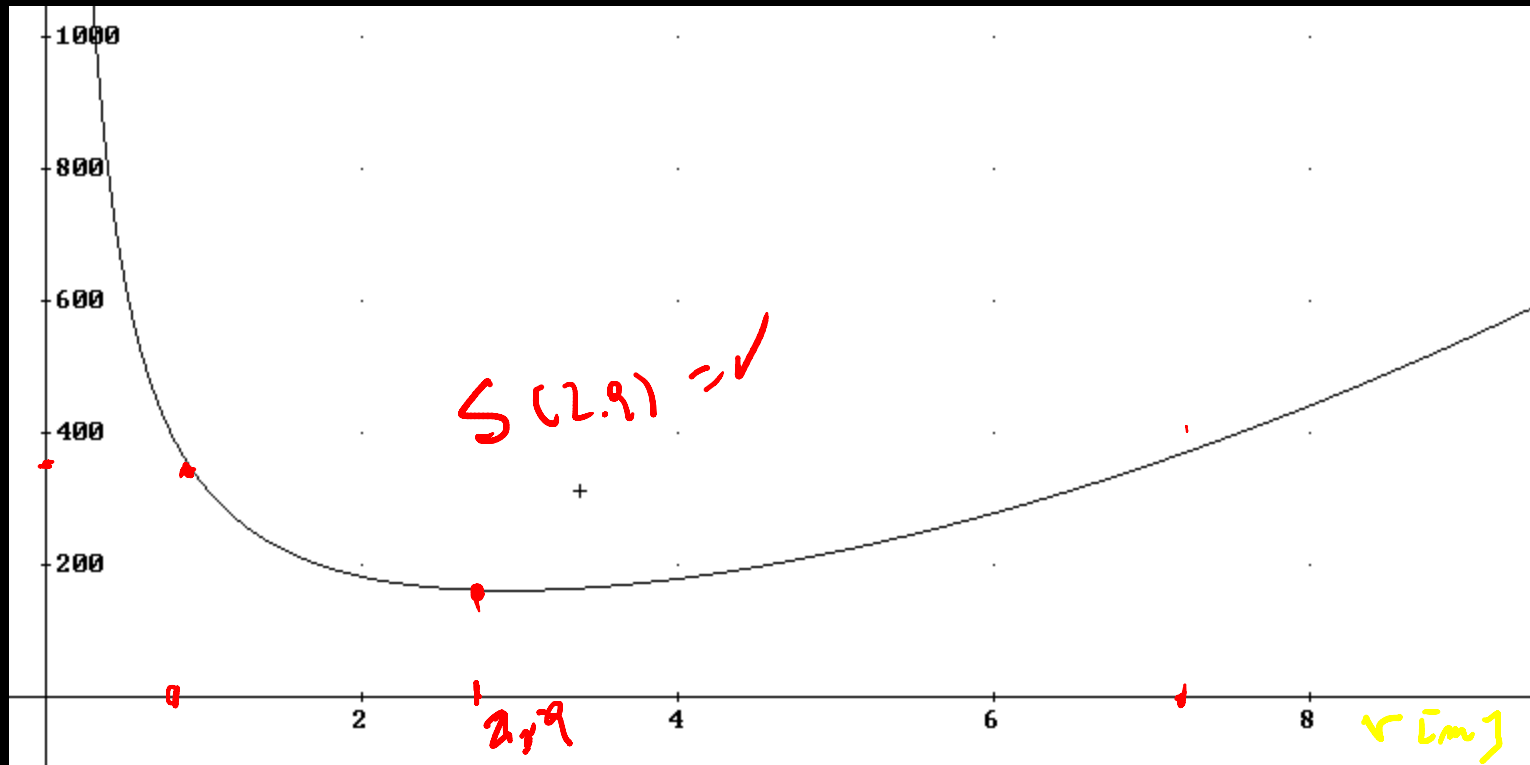


$$S(r) = 2\pi r^2 + \frac{50 \cdot 2\pi r}{r^2}$$

$$S(r) = 2\pi r^2 + \frac{100\pi}{r}$$

$$r \approx 2.9 \text{ [m]}$$

$S_{\text{up}} [m^2]$



$$S(r) = \underbrace{2\pi r^2} + \frac{100\pi}{r}$$

$$\frac{dS(r)}{dr} = 4\pi r + 100\pi \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \right]$$

Note: $\frac{1}{r} = r^{-1}$ $\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \right] = \frac{d}{dr} (r^{-1}) =$

$$= -1 r^{-2} = -r^{-2}$$

$$\frac{dS(r)}{dr} = 4\pi r - \frac{100\pi}{r^2}$$

Set to zero: $4\pi r - \frac{100\pi}{r^2} = 0$

$$4\pi r - \frac{100\pi}{r^2} = 0 \quad / \ r^2$$

$$4\pi r^3 - 100\pi = 0$$

$$r^3 = \frac{100\pi}{4\pi}$$

$$r^3 = 25$$

$$\therefore r = \sqrt[3]{25} \approx 2.9 \text{ m}$$