Dinámica poblacional discreta de Leslie

Eliseo Martínez y Douglas Fuenteseca

25 de septiembre de 2017

Resumen

Estos apuntes están enmarcados en el Proyecto de Docencia ”Hacer y corregir en el proceso de evaluación”, 2017, y esta vez presentaremos un sencillo modelo lineal para explicar el comportamiento dinámico de una población dividida en clases etarias . Pensamos que este modelo es relevante para entender las complejidades de la dinámica poblacional,

1. Clasificación de la población según su edad

Vamos a suponer que una cierta población está dividida en grupos según su edad, y cada clase tiene el mismo período de tiempo. Supongamos que la esperanza de vida de esta especie es de N años, entonces si formamos n clases, cada clase tendrá longitud de $\frac{N}{n}$ años, esto es:

$E_1(k)$:	número de individuos en el tiempo k con edad en	$[0, \frac{N}{n})$
$E_2(k)$:	número de individuos con edad en	$[\frac{N}{n}, \frac{2\cdot N}{n})$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$E_i(k)$:	número de individuos con edad en	$[\frac{(i-1)\cdot N}{n}, \frac{i\cdot N}{n})$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$E_n(k)$:	número de individuos con edad en	$[\frac{(n-1)\cdot N}{n}, N]$

Ahora bien, vamos a suponer que cada clase E_i, puede generar nuevos individuos para la clase E_1, excepto posiblemente la propia clase E_1 por no ser madura sexualmente, pero debemos dejar abierta la opción para algún tipo de especie biológica. Y supongamos, como una primera aproximación, que las tasas de nacimiento son constantes y que denotaremos por b_i para cada $i = 1, \cdots, n$. Por otro lado debemos considerar los flujos de transferencia de un grupo a otro grupo inmediatamente superior. Para modelar estos flujos de transferencia vamos a suponer que existen la tasa de sobrevivencia en cada clase i, digamos s_i, con $i = 1, \cdots, n-1$, de modo que la población de individuos de la subpoblación $E_i(k)$ que pasará a la clase siguiente $i + 1$ en el tiempo $k + 1$ viene dada por $s_i \cdot E_i(k)$. Con estas hipótesis estamos en condiciones de modelar la dinámica de esta población.

2. Las ecuaciones del modelo (de Leslie)

Para calcular la población del la población del primer grupo en el tiempo $k+1$, vendrá dada por

$$E_1(k+1) = b_1 \cdot E_1(k) + b_2 \cdot E_2(k) + \cdots + b_n \cdot E_n(k) \tag{1}$$

Y para los i grupos restantes, con $1 < i \leq n$, se tienen las ecuaciones

$$E_i(k+1) = s_i \cdot E_{i-1}(k) \tag{2}$$

3. Un ejemplo

Consideremos la especie del ratón doméstico (*Mus domesticus*) que en cautiverio puede durar hasta cuatro años y su madurez sexual empieza a los dos meses. Entonces dividamos a esta especie en cuatro clases, y cada clase con duración de un año. Supongamos (datos no reales) que las tasas de nacimiento por cada clase son

$$b_1 = 0{,}3;\ b_2 = 0{,}4;\ b_3 = 0{,}5;\ b_4 = 0{,}3$$

y además las tasas de sobrevivencia (en cautiverio) son altas, y estas son

$$s_1 = 0{,}7;\ s_2 = 0{,}9;\ s_3 = 0{,}6$$

Supongamos que a efectos de laboratorio se han comprado 20 ratoncitos domésticos recién nacidos (10 machos y diez hembras, para asegurar la repoducción). Estudie la evolución dinámica de esta población de ratoncitos domésticos (realice los cálculos en Excel).