

Primera Evaluación de Cálculo Numérico, segundo semestre 2023

Eliseo Martínez

6 de septiembre de 2023

Resumen

El desarrollo del problema tendrá un 1 si está corectamente y un 0 si está mal desarrollado, o si está incompleto, o tuvo un error de cálculo. Si se tiene un 0 en cualquier item el trabajo se considera *R*, y debe ser enmendado por el alumno. Si todos los items tienen un 1 el trabajo se califica con *A*. Las respuestas deben ser entregadas en hojas manuscritas y puestas convenientemente en un archivador sencillo, en cuya carátula externa debe ir el nombre del alumno, su carrera y el nombre de la asignatura. Para cada problema se entrega la rúbrica o estándares que se evaluará.

1. Cálculo de raíces

Se sabe que la solución general para la ecuación diferencial ¹

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + b \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = 0$$

está dada por

$$x(t) = A e^{-\frac{bt}{2m}} \text{sen}(\omega t + \phi_0) = x(t; m, b, k, \phi_0) \quad (1)$$

donde

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

Realice lo siguiente:

1. Si la unidad de $x(t)$ es metros [m] y t en segundos [s], y las fuerzas que actúan están en newton [\vec{N}] determine las unidades de m , b , k , A y ϕ_0
2. Realice la gráfica de $x(t; A, m, b, k, \phi_0)$ con $0 < t < 50$
3. Calcule las raíces de la función $x(t; A, m, b, k, \phi_0)$ que se encuentren en el intervalo $[0, 50]$

¹Esta ecuación es el modelo **masa-resorte-freno** sin fuerza de excitación y es fundamental en la *mecánica vibracional*

4. Calcule los puntos extremos (máximos y mínimos) de esta función en el intervalo $[0, 50]$
5. Verifique que la distancia de las abscisas entre dos máximos (dos mínimos) consecutivos es $\frac{2\pi}{\omega}$

1.1. Rúbrica para el cálculo de raíces

1. Los parámetros A, m, b, k, ϕ_0 serán asignados para cada alumno y estarán junto al nombre del alumno en la siguiente página web

<http://intranetua.uantof.cl/estudiomat/numerico/2003/lista.html>

2. La gráfica debe realizarse con un software, y puesto convenientemente en su informe escrito, y si necesario que enumere los gráficos si hace más de uno al hacer referencia a ellos. Deben estar descritos los puntos extremos y las raíces de la función $x(t; A, m, b, k, \phi_0)$, además de estar explicitadas en el informe manuscrito.
3. Las raíces pedidas así como los puntos extremos deben ser calculados mediante uno de los dos métodos, a saber: Bisección o Newton-Raphson. Y las iteraciones obtenidas deben estar descritas en el informe.
4. La distancia pedida entre dos máximos (mínimos) consecutivos puede ser esquematizada en el gráfico, aparte de indicar los cálculos en la hoja de informe.
5. Todos los puntos solicitados deben estar descritos con sus coordenadas.
6. Recuerde las unidades de t y $x(t)$, de modo que en la redacción del informe debe usted seleccionar adecuadamente el número de decimales (y si es preciso fundamentar su elección de decimales)

2. Interpolación cúbica segmentada

Usted tiene asignado, donde está su nombre, un hipervínculo que lo lleva a una tabla de censo poblacional de un país, y se encuentra en

<http://intranetua.uantof.cl/estudiomat/numerico/2003/lista.html>

junto a su nombre. Realice lo siguiente:

1. Usted debe construir una función formada por segmentos de polinomios cúbicos para interpolar los datos de su tabla censal. Si su tabla contiene menos de 8 datos entonces interpole segmentadamente mediante polinomios cuadráticos. Siempre la función terminará con un polinomio lineal o cuadrático o cúbico.

2. Debe graficar los puntos de la tabla demográfica, y en el mismo plano cartesiano el polinomio segmentado cúbico (o cuadrático según sea el caso).
3. Debe especificar todos los polinomios involucrados que contribuyeron a la segmentación del polinomio definitivo de interpolación.
4. Debe calcular alguna población interpolando en algunos años de interés.

2.1. Rúbrica para el modelo de interpolación

1. Debe usted brevemente explicar la metodología a usar para la resolución del problema. No se aceptará pantallazos del software que utilizó para realizar sus cálculos.
2. El gráfico pedido debe llevar un título claramente explicativo, y poner correctamente las unidades a usar en los ejes. El gráfico debe ser claro y de lectura simple.
3. La tabla censal debe estar impresa en forma adecuada, con un título claro, explicativo. Y debe agregar en otra tabla los puntos interpolados marcándolos convenientemente.
4. Los polinomios de los segmentos deben estar escritos en forma compacta y con no más de tres cifras decimales e indicar a que tabla seccional corresponde.
5. Todo su informe debe ser manuscrito e indicar con claridad los años elegidos para su interpolación.

3. Ajuste en mínimos cuadrados

Para la tabla entregada en formato .txt y con el nombre de tabla1.txt junto a su nombre en el sitio

<http://intranetua.uantof.cl/estudiomat/numerico/2003/lista.html>

donde la primera columna la puede identificar con valores para la variable x y la segunda columna para la variable y , debe ajustar tres funciones (modelos) a los datos entregados, a saber: modelo lineal, cuadrático y cúbico. Mediante razonamiento fundado debe elegir el mejor modelo que se ajusta a los datos.

3.1. Rúbrica para el ajuste en mínimos cuadrados

1. Para cada valor de x debe realizar los cálculos mediante los tres modelos y compararlos con los valores de y , para esto debe entregar los resultados en una tabla, donde las columnas son x , y seguido de las columnas de los valores de los tres modelos, lineal, cuadrático y cúbico.

2. Si bien los cálculos de los parámetros los realiza el software matemático, usted debe plantear describiendo detalladamente las ecuaciones normales para el cálculo de los parámetros de cada modelo y entregar las soluciones de estas ecuaciones. Estas ecuaciones normales deben presentarse en forma manuscrita, aún cuando no se necesario resolverla toda vez que el software a utilizar realiza la solución.
3. Puede usted adjuntar una tabla tipo EXCEL a su informe manuscrito.

Fecha de recepción del trabajo: hasta el 15 de septiembre del 2023.