

# Primera Evaluación de Cálculo Numérico

Eliseo Martínez

30 de agosto de 2022

## Resumen

El desarrollo del problema tendrá un 1 si está correctamente y un 0 si está mal desarrollado, o si está incompleto, o tuvo un error de cálculo. Si se tiene un 0 en cualquier ítem el trabajo se considera  $R$ , y debe ser enmendado por el alumno. Si todos los ítems tienen un 1 el trabajo se califica con  $A$ . Las respuestas deben ser entregadas en hojas manuscritas o tipeadas en algún procesador de texto y puestas convenientemente en un archivador sencillo, en cuya carátula externa debe ir el nombre del alumno, su carrera y el nombre de la asignatura. Para cada problema se entrega la rúbrica o estándares que se evaluará.

## 1. Cálculo de raíces

Se sabe que la solución general para la ecuación diferencial <sup>1</sup>

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + b \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = 0$$

está dada por

$$x(t) = A e^{-\frac{bt}{2m}} \operatorname{sen}(\omega t + \phi_0) = x(t; m, b, k, \phi_0) \quad (1)$$

donde

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

Realice lo siguiente:

1. Si la unidad de  $x(t)$  es metros [m] y  $t$  en segundos [s], y las fuerzas que actúan están en newton [ $\vec{N}$ ] determine las unidades de  $m$ ,  $b$ ,  $k$ ,  $A$  y  $\phi_0$
2. Realice la gráfica de  $x(t; A, m, b, k, \phi_0)$  con  $0 < t < 50$
3. Calcule las raíces de la función  $x(t; A, m, b, k, \phi_0)$  que se encuentren en el intervalo  $[0, 50]$

---

<sup>1</sup>Esta ecuación es el modelo **masa-resorte-freno** sin fuerza de excitación y es fundamental en la *mecánica vibracional*

4. Calcule los puntos extremos (máximos y mínimos) de esta función en el intervalo  $[0, 50]$
5. Verifique que la distancia de las abcisas entre dos máximos (dos mínimos) consecutivos es  $\frac{2\pi}{\omega}$

### 1.1. Rúbrica para el cálculo de raíces

1. Los parámetros  $A, m, b, k, \phi_0$  serán asignados para cada alumno y estarán junto al nombre del alumno en la siguiente página web

*<http://intranetua.uantof.cl/estudiomat/numerico/trabajo1.html>*

2. La gráfica debe realizarse con un software y en ella deben estar descritos los puntos extremos y las raíces de la función  $x(t; A, m, b, k, \phi_0)$ , además de estar explicitadas en el informe.
3. Las raíces pedidas así como los puntos extremos deben ser calculados mediante dos métodos, a saber: Bisección y Newton-Raphson. Y las iteraciones obtenidas deben estar descritas en el informe.
4. La distancia pedida entre dos máximos (mínimos) consecutivos puede ser esquematizada en el gráfico, aparte de indicar los cómputos en la hoja de informe.

## 2. La función cubica

Considere la función cúbica

$$f(x; a, b, c, d) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

con  $a \neq 0$ . Realice lo siguiente:

1. Qué condición deben cumplir los parámetros  $a, b, c$  y  $d$  para que la función cúbica tenga solamente un punto de inflexión. Entregue un ejemplo.
2. Qué condición deben cumplir los parámetros  $a, b, c$  y  $d$  para que la función cúbica tenga un mínimo y un máximo. Entregue un ejemplo y calcule los puntos extremos mediante algún método numérico.
3. Qué condición deben cumplir los parámetros  $a, b, c$  y  $d$  para que la función cúbica tenga tres raíces reales. Entregue un ejemplo y calcule estas raíces mediante un método numérico.

## 2.1. Rúbrica para la función cúbica

1. Para cada ejemplo anterior, realice su respectivo gráfico con un software.
2. Realice un programa, en Excel u otro software, de tal forma que al introducir los parámetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  le indique inmediatamente si tendrá puntos extremos.
3. Realice un programa, en Excel u otro software, de tal forma que el introducir los parámetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  le indique inmediatamente si tendrá tres raíces reales.
4. En su informe indique claramente los fundamentos de los dos algoritmos anteriores.
5. Indique la metodología usada en la búsqueda de los valores extremos y raíces.

Fecha de recepción del trabajo: 7 de septiembre 2022