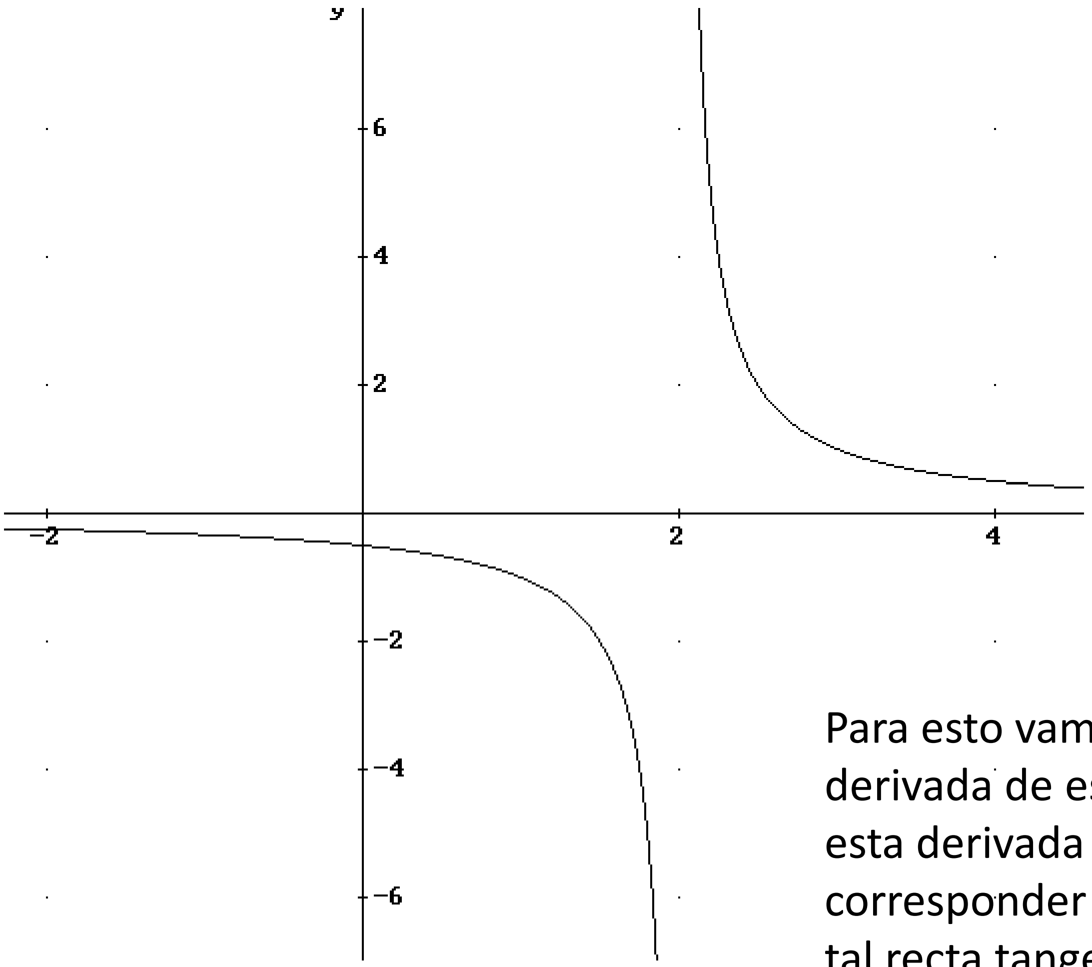
Funciones y rectas

Consideremos la función $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$



Observe que no está definida en x = 2

Nuestro objetivo será calcular la recta tangente a la curva en el punto x = 3.

Para esto vamos a necesitar calcular la derivada de esta función y luego evaluar esta derivada en el punto x = 3, y va a corresponder al valor de la pendiente de tal recta tangente e l punto (3, f(3))

Se realizan estos pasos en el Software DERIVE

#1: $f(x) := \frac{1}{x - 2}$

#2: $f(x)$

#3: $\frac{d}{dx} f(x)$

#4: $-\frac{1}{(x - 2)^2}$

#5: $Derf(x) := -\frac{1}{(x - 2)^2}$

#6: $Derf(3)$

#7: -1

#8: De modo que el valor de la pendiente es m = -1

Para escribir un texto se debe colocar entre comillas en el editor del DERIVE

Sabemos que la ecuación de la recta tangente a un punto (a, f(a)) de la curva de la función f(x) está dada por

$$y = \left(\frac{d\ f(a)}{d\ x} \right)(x-a) + f(a)$$

Y en nuestro caso

$$\frac{d\ f(x)}{dx} = -\frac{1}{(x-2)^2} \rightarrow \frac{d\ f(3)}{dx} = -1$$

Y la ecuación de la recta que da como

$$y = -(x-3) + 1 = -x + 4$$

#1: $f(x) := \dfrac{1}{x - 2}$

#2: $f(x)$

#3: $\dfrac{d}{dx} f(x)$

#4: $-\dfrac{1}{(x - 2)^2}$

#5: $\mathrm{Derf}(x) := -\dfrac{1}{(x - 2)^2}$

#6: $\mathrm{Derf}(3)$

#7: -1

#8: De modo que el valor de la pendiente es m = −1

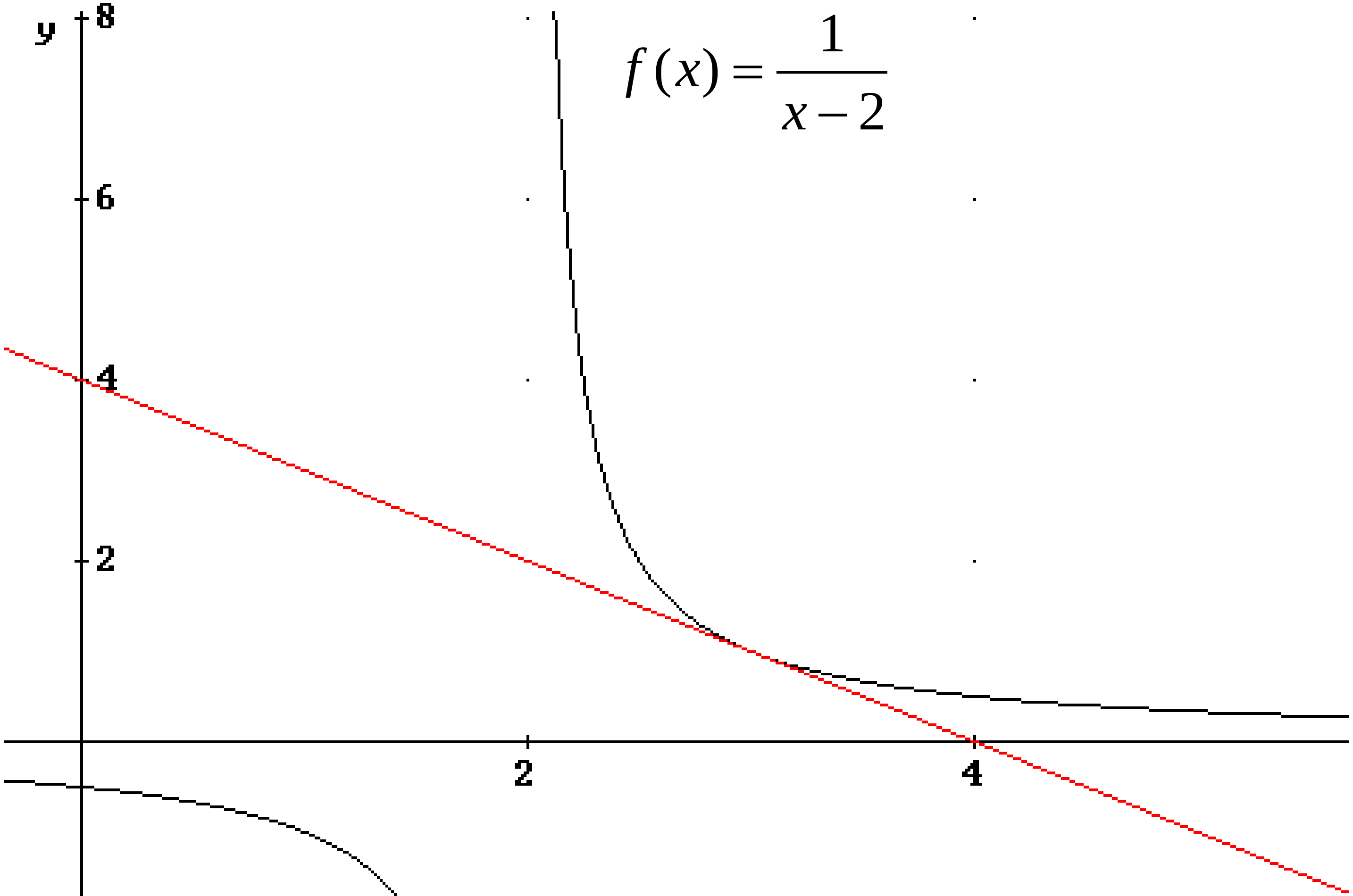
#9: $y = \mathrm{Derf}(3)\cdot(x - 3) + f(3)$

#10: $y = 4 - x$

#11: Vamos a renombrar la recta y = 4 − x como r(x) = 4 − x

#12: $r(x) := 4 - x$

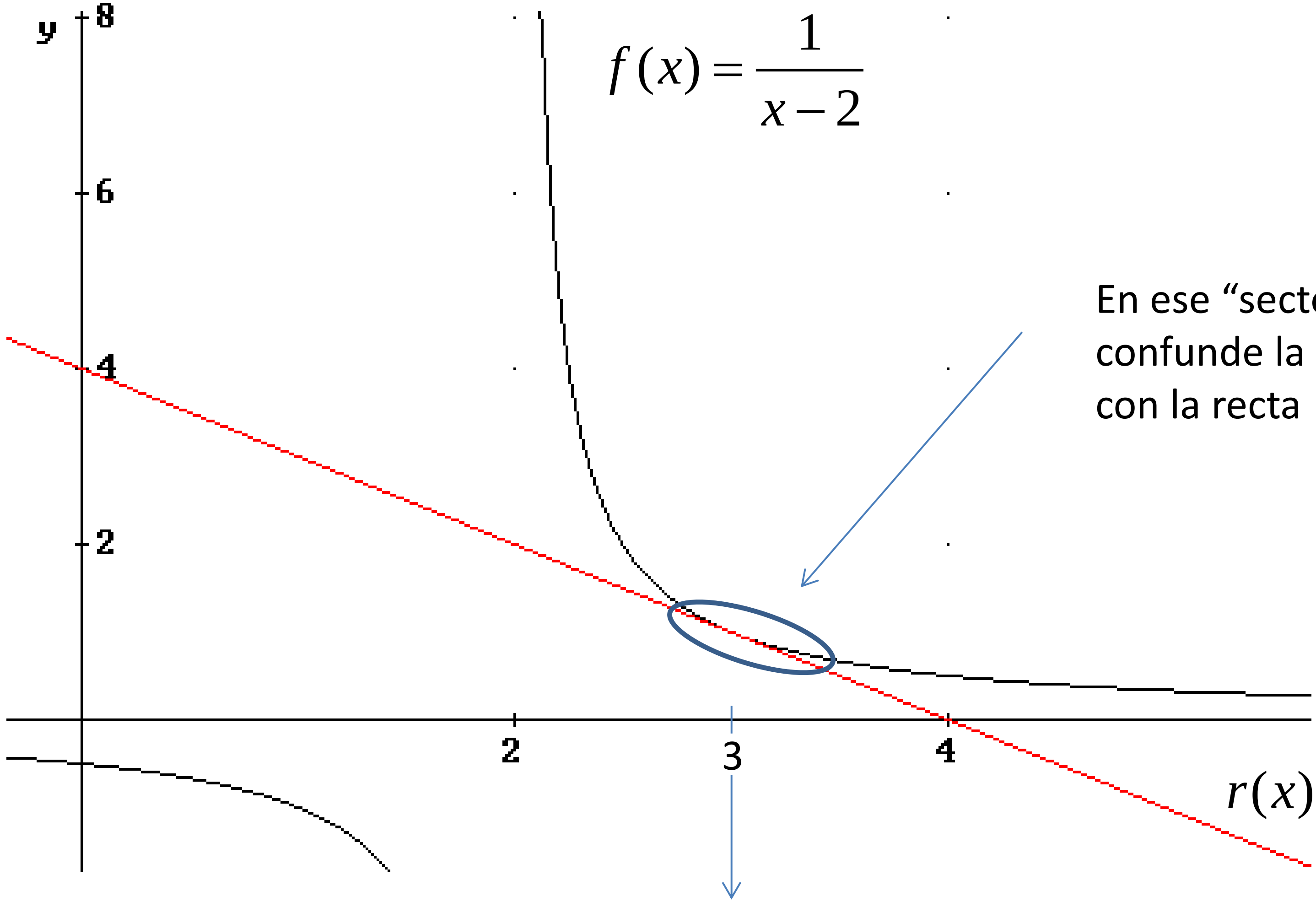
… y ahora graficamos la recta r(x) = 4 – x , y nos queda…



$$f(x) = \frac{1}{x-2}$$

$$r(x) = -x + 4$$

¿Qué utilidad tiene este cálculo?



$$f(x)=\frac{1}{x-2}$$

En ese “sector” se confunde la función con la recta

$$r(x)=-x+4$$

En las cercanías del 3 la función y la recta tienen casi los mismos valores (en x = 3, tienen exactamente el mismo valor, f(3) = r(3) = 1).

#1: $f(x) := \dfrac{1}{x - 2}$

#2: $f(x)$

#3: $\dfrac{d}{dx} f(x)$

#4: $- \dfrac{1}{(x - 2)^2}$

#5: $\mathrm{Derf}(x) := - \dfrac{1}{(x - 2)^2}$

#6: Derf(3)

#7: -1

#8: De modo que el valor de la pendiente es m = -1

#9: $y = \mathrm{Derf}(3)\cdot(x - 3) + f(3)$

#10: $y = 4 - x$

#11: Vamos a renombrar la recta y = 4 - x como r(x) = 4 - x

#12: $r(x) := 4 - x$

#13: Vamos a construir una tabla para que calcular los valores cercanos a x = 3, tanto para f(x) como r(x)

#14: VECTOR([x, f(x), r(x)], x, 2.8, 3.2, 0.01)

VECTOR([x, f(x), r(x)], x, 2.8, 3.2, 0.01)

Estos valores indicarán las tres columnas, observe que están entre “corchetes”

La variable

Punto inicial

Punto final

salto

Se oprime ≈ sobre #14

	x	$f(x)$	$r(x)$
	2.88	1.136363636	1.12
	2.89	1.123595505	1.11
	2.9	1.111111111	1.1
	2.91	1.098901098	1.09
	2.92	1.086956521	1.08
	2.93	1.075268817	1.07
	2.94	1.063829787	1.06
	2.95	1.052631578	1.05
	2.96	1.041666666	1.04
	2.97	1.030927835	1.03
	2.98	1.020408163	1.02
	2.99	1.010101010	1.01
#15:	3	1	1
	3.01	0.9900990099	0.99
	3.02	0.9803921568	0.98
	3.03	0.9708737864	0.97
	3.04	0.9615384615	0.96
	3.05	0.9523809523	0.95
	3.06	0.9433962264	0.94
	3.07	0.9345794392	0.93
	3.08	0.9259259259	0.92
	3.09	0.9174311926	0.91

Observe la aproximación de los valores