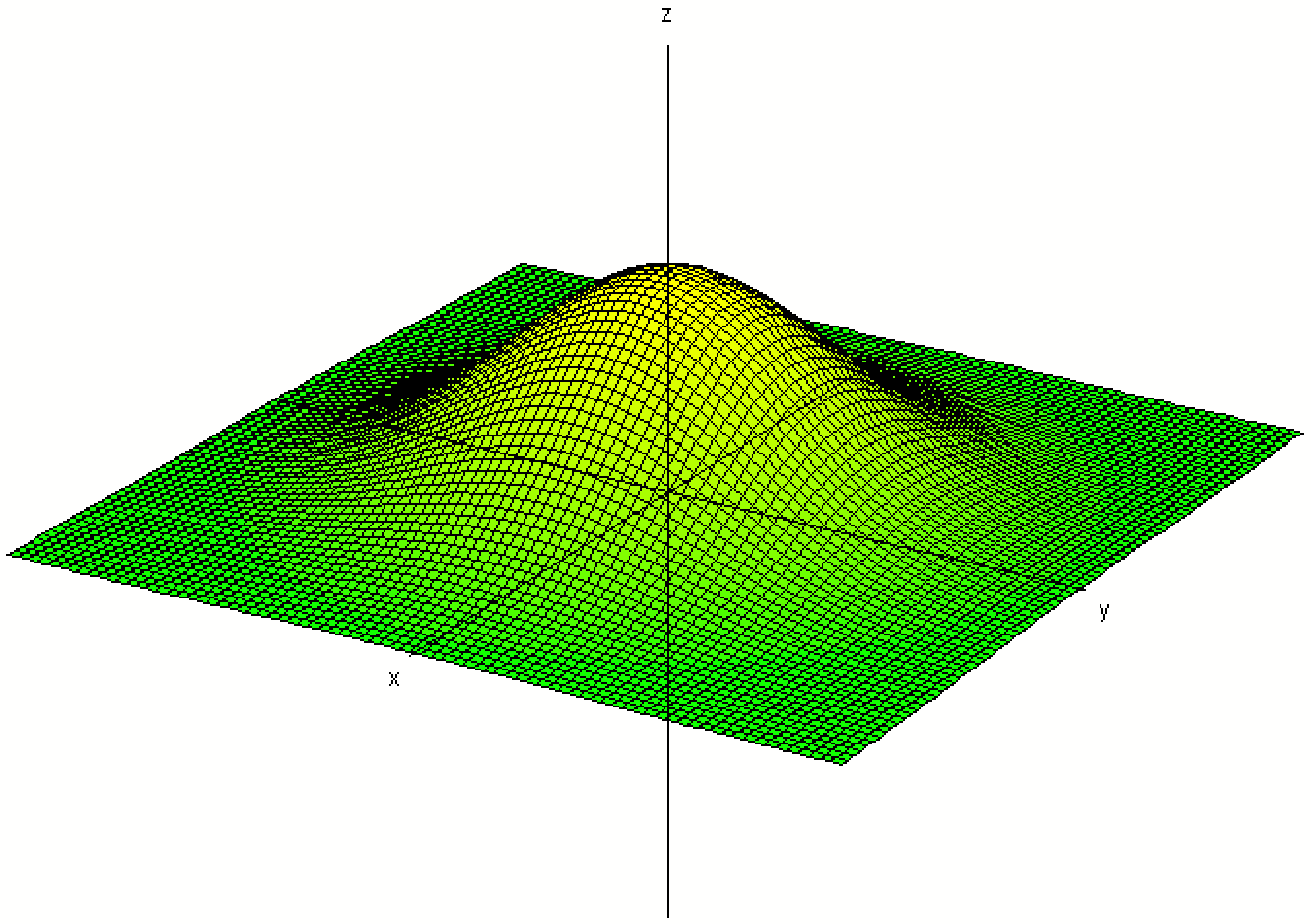
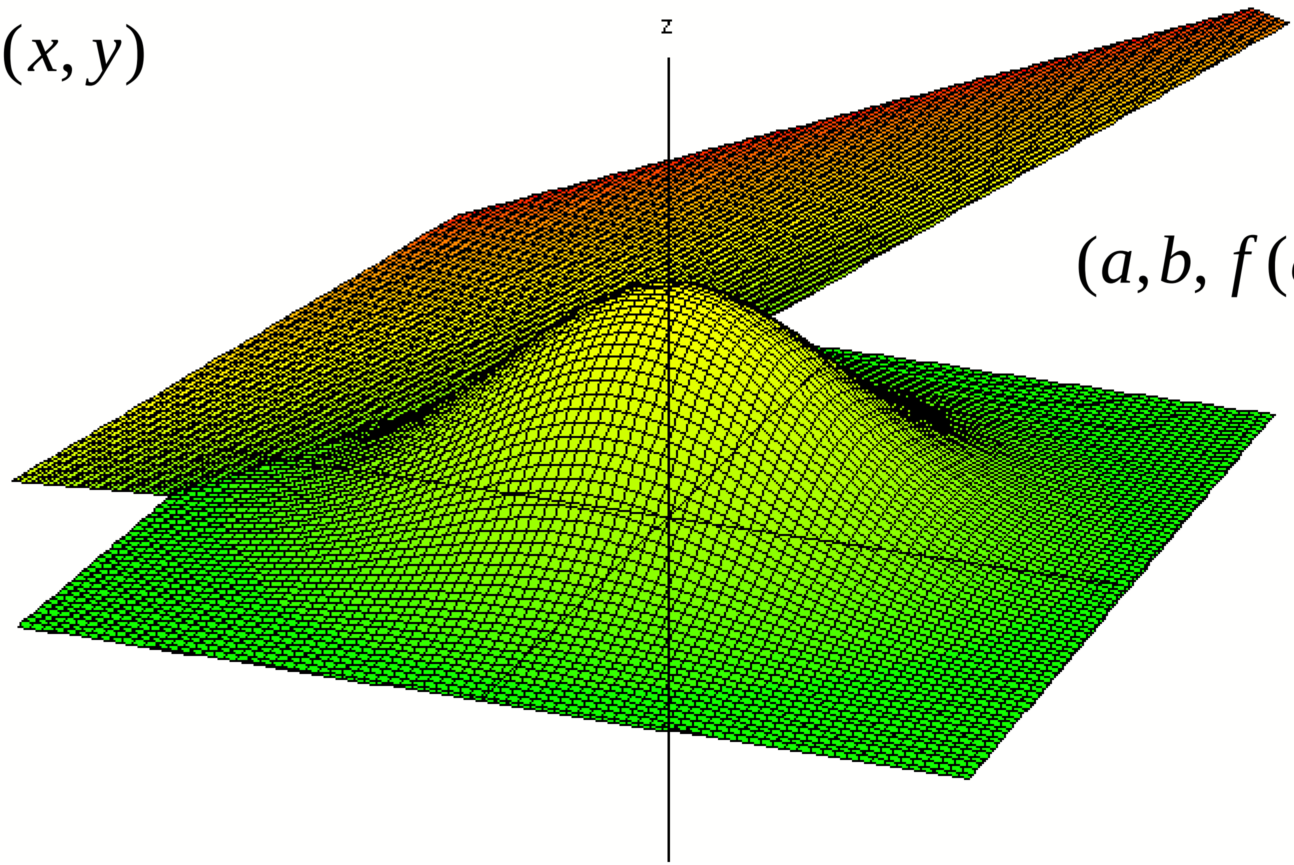
$$f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)}$$

Superficies y planos



Plano tangente en un punto de la superficie

$$z = f(x, y)$$



$$(a, b, f(a, b))$$

$$z = \frac{\partial f(a,b)}{\partial x}(x-a) + \frac{\partial f(a,b)}{\partial y}(y-a) + f(a,b)$$

Instrucciones en el DERIVE

#1: $\hat{e}^{-(x^2 + y^2)}$

#2: $f(x, y) := \hat{e}^{-(x^2 + y^2)}$

#3: $f(x, y)$

#4: $\frac{d}{dx} f(x, y)$

#5: $\frac{d}{dy} f(x, y)$

#6: $-2 \cdot x \cdot \hat{e}^{-x^2 - y^2}$

#7: $-2 \cdot y \cdot \hat{e}^{-x^2 - y^2}$

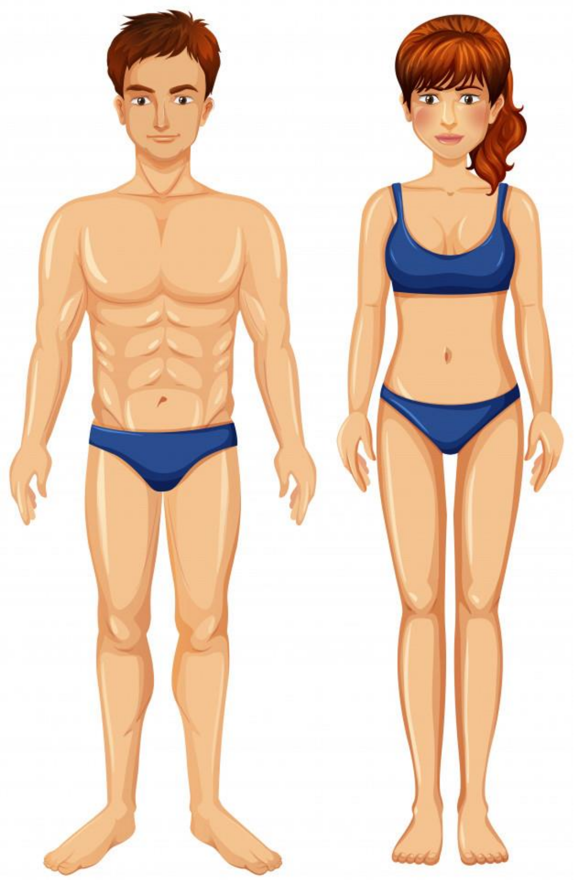
#8: $z = -2 \cdot a \cdot \hat{e}^{-a^2 - b^2} \cdot (x - a) + -2 \cdot b \cdot \hat{e}^{-a^2 - b^2} \cdot (y - b) + f(a, b)$

#9: $z(a, b) := -2 \cdot a \cdot \hat{e}^{-a^2 - b^2} \cdot (x - a) + -2 \cdot b \cdot \hat{e}^{-a^2 - b^2} \cdot (y - b) + f(a, b)$

#10: $z(0.3, 0.8)$

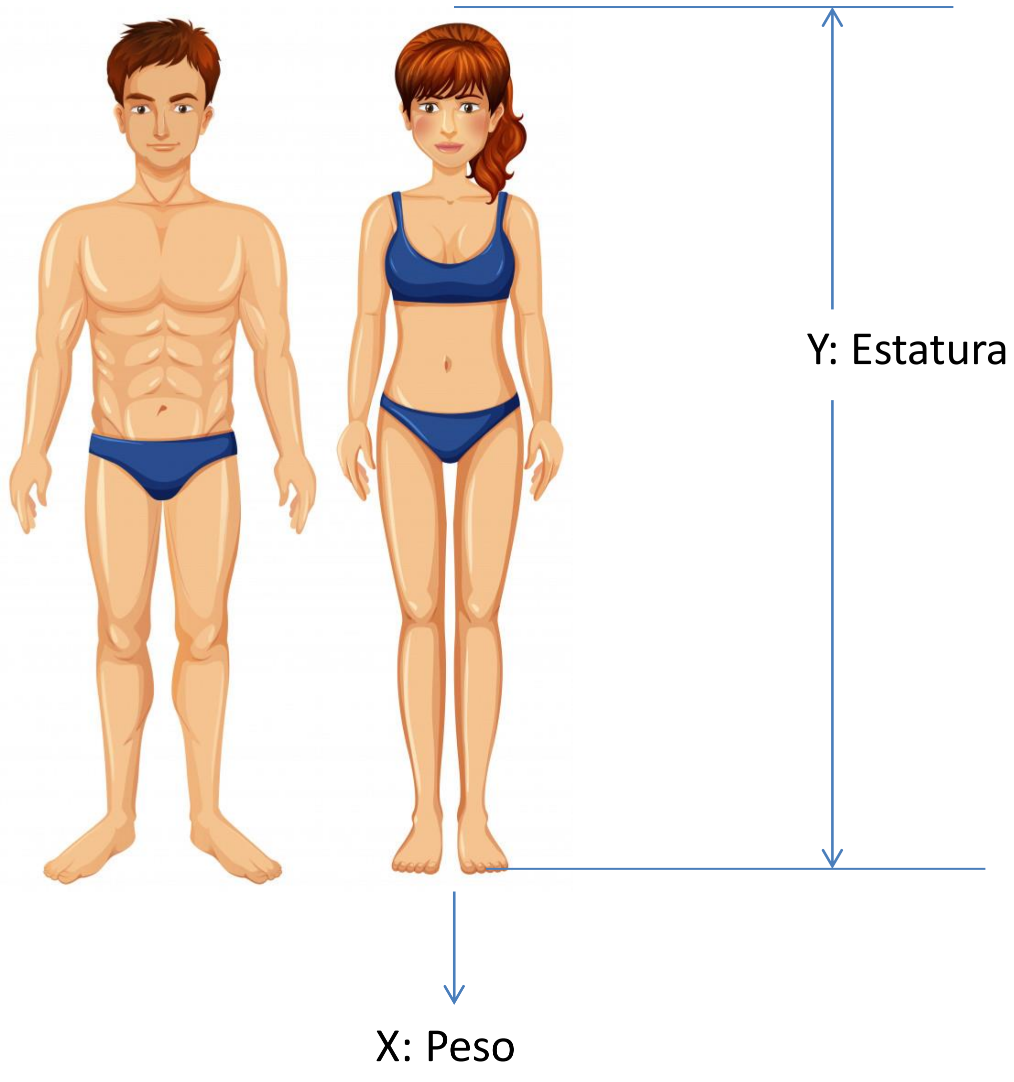
#11: $-0.2891453940 \cdot x - 0.7710543841 \cdot y + 1.185496115$

¿Para qué sirve estudiar superficies?



… por ejemplo… para estudiar al hombre y la mujer, o si lo prefieren, para estudiar a la mujer y al hombre.

Piensen en su peso y su estatura


Y: Estatura
X: Peso

La densidad normal multivariante

$$f_X(x_1,\ldots,x_n)=\frac{1}{(2\pi)^{n/2}|\Sigma|^{1/2}}\exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mu)^{\top}\Sigma^{-1}(\mathbf{x}-\mu)\right)$$

La densidad normal bivariante

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sqrt{\det A}}\exp\left(-\tfrac{1}{2}\left[x-\alpha,y-\beta\right]A^{-1}\left[x-\alpha,y-\beta\right]^{T}\right)$$

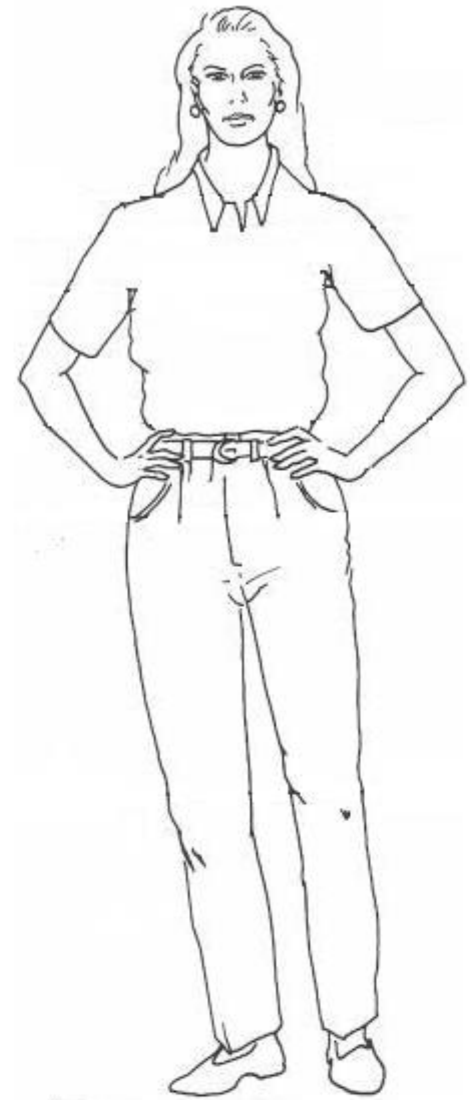
Matriz de varianzas y covarianzas

$$A=\begin{pmatrix}\sigma_x{}^2 & \rho\,\sigma_x\sigma_y\\ \rho\,\sigma_x\sigma_y & \sigma_y{}^2\end{pmatrix}$$

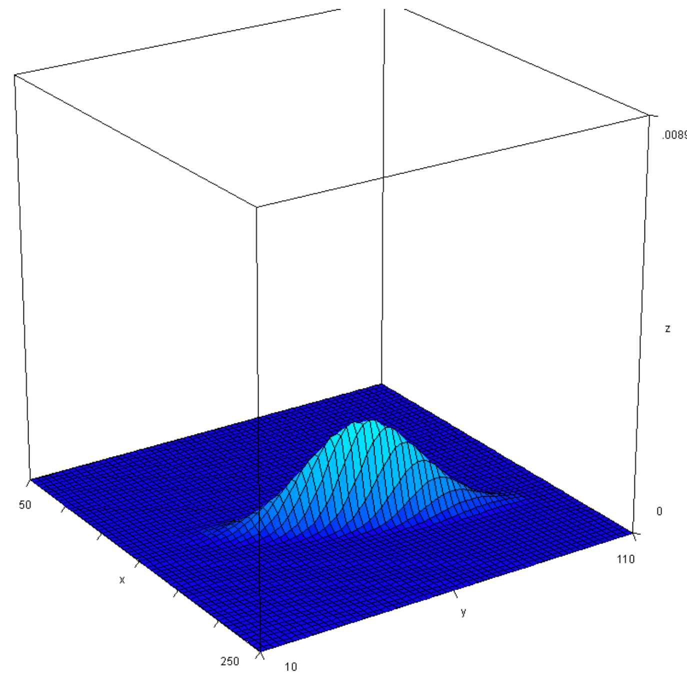
ρ es el coeficiente de correlación lineal entre X e Y; σ_x y σ_y son las desviaciones estándares de X e Y, respectivamente

¿Y para que sirve todo esto?

A	B	C	D	E	F	G
Sexo	estatura	peso				Estimadores
0	159,00	49,00		Prom Estatura	168,78	α
1	164,00	62,00		Prom Peso	63,89	β
0	172,00	65,00		Varianza Est	103,95	σ^2_x
0	167,00	52,00		Varianza Peso	163,87	σ^2_y
0	164,00	51,00		Des Est Est	10,20	σ_x
0	161,00	67,00		Des Est Peso	12,80	σ_y
0	168,00	48,00		coef corr lin	0,83	ρ
1	181,00	74,00				
1	183,00	74,00				
0	158,00	50,00				
0	156,00	65,00				
1	173,00	64,00				
0	158,00	43,00				
1	178,00	74,00				
1	181,00	76,00				
1	182,00	91,00				
1	176,00	73,00				
0	162,00	68,00				
0	156,00	52,00				
0	152,00	45,00				
1	181,00	80,00				
1	173,00	69,00				
0	155,00	53,00				
1	189,00	87,00				
0	170,00	70,00				
1	170,00	67,00				
0	168,00	56,00				



		Estimadores
Prom Estatura	168,78	α
Prom Peso	63,89	β
Varianza Est	103,95	σ^2_x
Varianza Peso	163,87	σ^2_y
Des Est Est	10,20	σ_x
Des Est Peso	12,80	σ_y
coef corr lin	0,83	ρ



#1: $\begin{bmatrix} 103.95 & 0.83 \cdot 10.2 \cdot 12.8 \\ 0.83 \cdot 10.2 \cdot 12.8 & 163.87 \end{bmatrix}$

#2: $\begin{bmatrix} 103.95 & 108.3648 \\ 108.3648 & 163.87 \end{bmatrix}$

#3: $A := \begin{bmatrix} 103.95 & 108.3648 \\ 108.3648 & 163.87 \end{bmatrix}$

#4: $\alpha := 168.78$

#5: $\beta := 63.89$

#6: $\begin{bmatrix} x - \alpha \\ y - \beta \end{bmatrix}$

#7: $\begin{bmatrix} x - \alpha \\ y - \beta \end{bmatrix}` \cdot A \cdot \begin{bmatrix} x - \alpha \\ y - \beta \end{bmatrix}$

#8: $\dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot \mathrm{DET}(A)}$

#9: $\left(-\dfrac{1}{2}\right) \cdot \begin{bmatrix} x - \alpha \\ y - \beta \end{bmatrix}` \cdot A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} x - \alpha \\ y - \beta \end{bmatrix}$

#10: $\hat{e}^{(-1/2) \cdot [[x - \alpha], [y - \beta]]` \cdot A^{-1} \cdot [[x - \alpha], [y - \beta]]}$

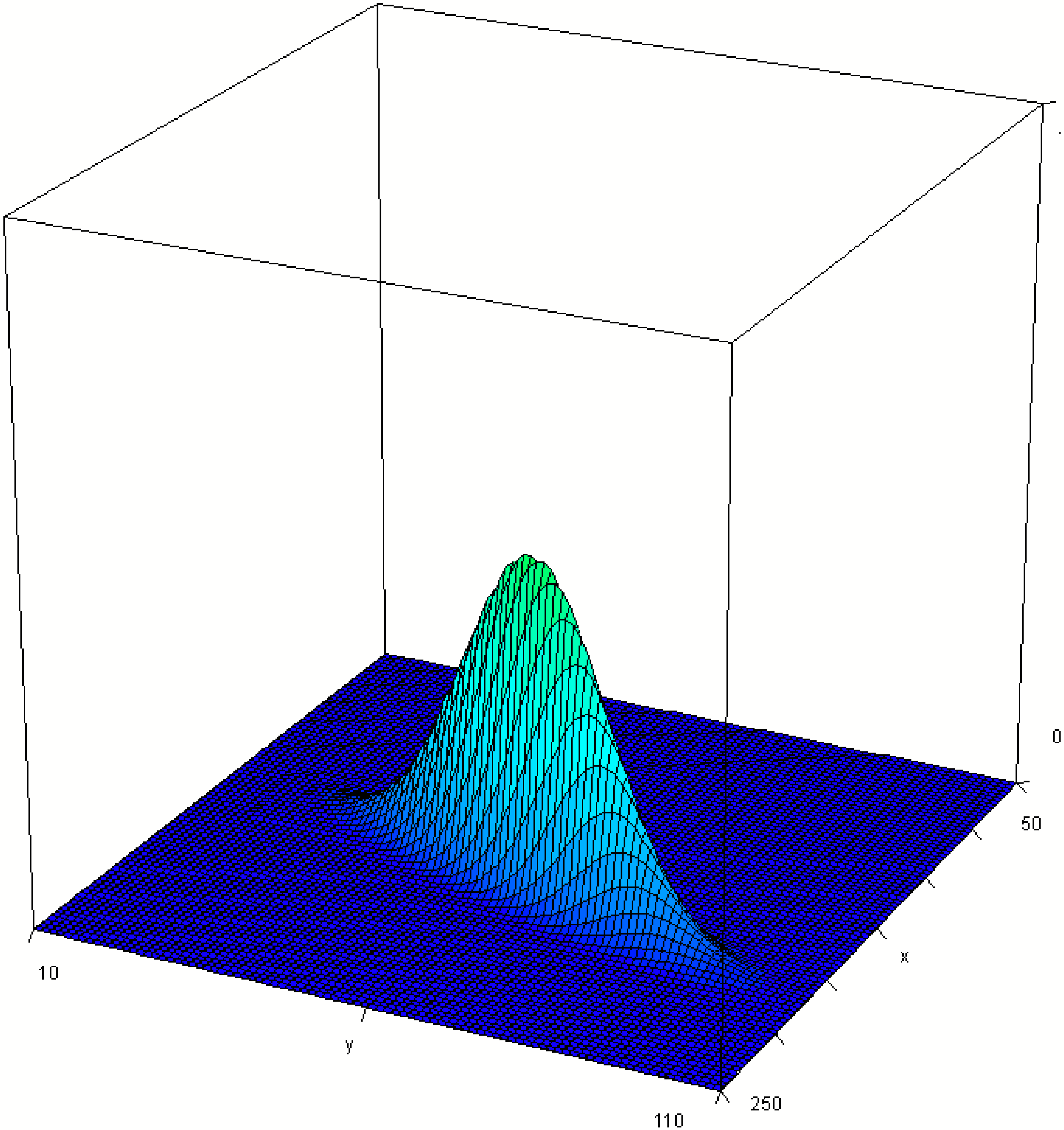
#11: $\dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{(\mathrm{DET}(A))}} \cdot \hat{e}^{(-1/2) \cdot [[x - \alpha], [y - \beta]]` \cdot A^{-1} \cdot [[x - \alpha], [y - \beta]]}$

#12: $\left[\left[1.842265159 \cdot 10^{-116} \cdot \hat{e}^{-0.01548468679 \cdot x^2 + x \cdot (0.02047958732 \cdot y + 3.918570040) - 0.009822622764 \cdot y^2 - 2.201410012 \cdot y}\right]\right]$

#13: $1.842265159 \cdot 10^{-116} \cdot \hat{e}^{-0.01548468679 \cdot x^2 + x \cdot (0.02047958732 \cdot y + 3.91857004) - 0.009822622764 \cdot y^2 - 2.201410012 \cdot y}$

#14: $n(x, y) := 1.842265159 \cdot 10^{-116} \cdot \hat{e}^{-0.01548468679 \cdot x^2 + x \cdot (0.02047958732 \cdot y + 3.91857004) - 0.009822622764 \cdot y^2 - 2.201410012 \cdot y}$

#15: $n(x, y)$



$$\int_{-\infty}^{a} n(x, y)\, dx$$

$$\int_{-\infty}^{b} \int_{-\infty}^{a} n(x, y)\, dx\, dy$$

$$F(a, b) := \int_{-\infty}^{b} \int_{-\infty}^{a} n(x, y)\, dx\, dy$$

$$F(180, 80) - F(150, 60)$$

$$0.7999072231$$

Casi el 80% de estos jóvenes tienen una estatura entre 150 y 180 cms. y tienen un peso entre 60 y 80 kilogramos.