Ejercicios de modelos poblacionales para hacer con el DERIVE

Eliseo Martínez, Manuel Barahona

1990-2015

Abstract

Utilice el DERIVE para realizar los siguientes ejercicios. El objetivo último de esta serie de ejercicios es que el alumno y alumna se familiarice con la "lectura" de gráficos, analizar convergencia, así como crecimiento o decrecimiento, y de esta forma se prepara para el concepto de derivada.

Exercise 0.1 *Un entomólogo descubrió que el crecimiento de una población, con alimento limitado, del insecto* Periplaneta americana[1], *puede ser modelada mediante la función*

$$N(t) = \frac{2t-1}{t+1}$$

en el intervalo de tiempo $(1, \infty)$, *donde* t *está en semanas y* $N(t)$ *en miles de "baratas".*

a) ¿Cuál será la población en la duodécima semana?

b) ¿Cuánto crece dicha población entre la décima y la undécima semana?

c) ¿Cuál será, aproximadamente, el máximo de insectos a que puede llegar la población?

Exercise 0.2 *Se introduce, en un estero, una población de camarones* Macrobrachium carcinus, *que crece de acuerdo con la función*

$$N(t) = 100\left(1 + \frac{4t}{50+t^2}\right)$$

[1] Conocida en Chile como la "**barata**".

donde t está dado en meses y $N(t)$ en cientos de camarones.

a) ¿Cuál es la población inicial de moluscos en esta experiencia?
b) ¿Cuánto crece la población entre el tercer y cuarto mes?
c) Halle los intervalos de tiempo en que la población crece (decrece).

Exercise 0.3 *Se intenta poblar una zona desétrica del Norte de Chile con lagartijas de la especie* Lacerta muralis *que se alimenta de insectos y vive en los huecos de las paredes. Los especialistas estiman que dicha zona de poblaría, a causa del escaso alimento, de acuerdo al modelo siguiente*

$$P(t) = \frac{100}{1 + 49\, e^{-\frac{t}{2}}}$$

si $t = 0$ en el año 2015

a) ¿Cuál es la población inicial de lagartijas en el experimento?
b) Estime el intervalo de mayor crecimiento de la población.
c) ¿Cuál será el mayor número de lagartijas que tendrá la población?
d) ¿Cuánto crecería la población entre los años 2016 y 2017?

Exercise 0.4 *Una población experimental de la mosca de la fruta,* Drosophila melanogaster*, aumenta su tamaño de acuerdo al modelo*

$$N(t) = 33\, e^{0{,}5493 \cdot t}$$

donde t se mide en días y $N(t)$ en miles.

a) ¿Cuál es la población inicial de este enjambre?
b) ¿Qué población habrá en el cuarto día?
c) ¿Cuánto crece la población entre el quinto y sexto día?
d) Estime un intervalo donde la población crece más rapidamente?
e) ¿Cual será la población de moscas si t crece indefinidamente?

Exercise 0.5 *En rendimiento de una plantación de arroz, una variedad de la especie* Oryza sativa*, está dada por el modelo*

$$R(t) = e^{-4{,}81\, t}$$

donde t se mide en años y $R(t)$ en miles de toneladas por hectárea (considere $t = 0$ en el 2016)

a) ¿Cuál será el rendimiento en 2018?
b) ¿Cuál será el rendimiento si el tiempo crece indefinidamente?
c) ¿En qué año el rendimiento por hectárea fue de 50.000 toneladas

Exercise 0.6 *El SIDA, enfermedad causada por el virus de la inmunodeficiencia humana (VIH), se está propagando en una determinada región del mundo de acuerdo al modelo*

$$D(t) = \frac{10\,000\,t}{t + 100}$$

donde t se mide en años y $D(t)$ es el número de personas infectadas.

a) ¿Cuántas personas fueron infectadas en los primeros 100 días?

b) Estudie la función y diga cuál es el número máximo de personas infectadas.

c) ¿En qué intervalo de tiempo se produce más infección?

Exercise 0.7 *Un grupo de arquélogos, historiadores y demógrafos están convencidos que cuando Dido fundó Cartago, en las costas de África actual Túnez, el crecimiento de la población de cartagineses se comportó, en la antiguedad, según el modelo logístico*

$$N(t) = \frac{10\,000}{1 + 19^{-\frac{t}{5}}}$$

con t medido en años y $N(t)$ en individuos.

a) Verifique que Dido y sus acompañantes, según el modelo y la historia, eran de 500 personas.

b) ¿Cual fue la población al cabo de 50 años de su fundación?

c) ¿Cuál fue el número máximo de cartagineses que tuvo esta civilización?

Exercise 0.8 *Un cultivo de bacterias,* Escherichia coli*, en laboratorio crece de acuerdo con la función logística*

$$P(t) = \frac{1,25}{1 + 25\,e^{-0,4\,t}}$$

con t medido en horas y $P(t)$ medido en miles de bacterias.

a) Calcular el tamaño del cultivo en $t = 0$ y $t = 1$.

b) ¿Cual será el número de bacterias al cabo de 10 horas?

c) ¿Cual es el tamaño poblacional que puede alcanzar el cultivo cuando el tiempo crece indefinidamente?