

Ejercicios para "ejercitar" la función exponencial

Eliseo Martínez, Manuel Barahona

1990-2015

Abstract

Realice, trabaje, comente estos ejercicios.

Exercise 0.1 *Programa una calculadora manual, o programe en el software DERIVE, para evaluar $(1 + \frac{1}{n})^n$ y halle el número "e" con 10 decimales exactos.*

Exercise 0.2 *Aprenda como usar la calculadora o el software DERIVE para las potencias de "e". En particular calcule:*

$$e^3, e^{3+0,6}, e^{-0,07+1,8}, \frac{1 + \frac{1}{e}}{2}, \frac{e^2 - e^4}{e^4}$$

Aproxime sus cálculos a seis decimales

Exercise 0.3 *Realice¹ el gráfico de las funciones exponenciales siguientes:*

$$a) y = 2 + e^x ; b) y = 2 - 3e^x ; c) y = 5 - 3e^{-x} ; d) y = \frac{1 + e^{-x}}{2}$$

Exercise 0.4 *Suponga que se invierten 15 250 dólares a un tipo anual de interés al 7%. Calcule el saldo después de 25 años si el interés se compone semestralmente y continuamente. Compara ambos saldos con la inversión inicial.*

¹En el año 1990 usábamos la palabra "esboce".

Exercise 0.5 *¿Cuánto interés debe ser invertido hoy a un tipo de interés anual del 7% compuesto continuamente, para que dentro de 20 años su valor sea de 20 000 dólares?*

Exercise 0.6 *Se estima que la población de un cierto país crece exponencialmente. Si la población era de 60 000 000 en 1974 y de 90 000 000 en 1979, ¿cuál será la población en 1993²?*

Exercise 0.7 *Los siguientes datos fueron reunidos por un estudiante de medicina durante los 10 primeros minutos de un experimento destinado a estudiar el crecimiento de bacterias*

número de minutos	0	10
número de bacterias	5 000	8 000

Suponiendo que el número de bacterias crece exponencialmente, ¿cuántas bacterias habrán después de 30 minutos?

Exercise 0.8 *El producto nacional bruto (PNB) de un cierto país fue de 7 mil millones de dólares en 1990 y de 7 mil doscientos millones en 1992. Suponiendo que dicho producto crece en forma exponencial, cuál será (fue) el PNB en 1993?*

Exercise 0.9 *La densidad de la población a x kilómetros del centro de la ciudad de Callumpolis es de $D(x) = 0.8e^{-0.07x}$ miles de personas por kilómetro cuadrado. a) ¿Cuál es la densidad de población en el centro de la ciudad? b) ¿Cuál es la densidad de la población a 10 kilómetros del centro? c) Realice la gráfica de la función modeladora.*

Exercise 0.10 *La cantidad que queda de una muestra de una sustancia radioactiva después de t años viene dada por la función:*

$$Q(t) = Q_0 e^{-0,0001 t}$$

Al final de 5 000 años quedan 2 000 gramos de dicha sustancia. ¿Cuántos gramos había inicialmente?

²Este ejercicio acusa que estos ejercicios fueron realizados antes del año 1993.

Exercise 0.11 Los sicólogos opinan que cuando una persona es requerida a recordar un conjunto de hechos, el número de hechos recordados después de t minutos viene dado por una función de la forma:

$$Q(t) = A(1 - e^{-kt})$$

donde k es una constante positiva y A es el número total de hechos importantes en la memoria de la persona. a) esboce el grafico de $Q(t)$. b) ¿Qué sucede cuando t crece sin límites? Explique este hecho en términos prácticos.

Exercise 0.12 Cuando los profesores seleccionan textos para sus cursos, usualmente eligen entre los libros que ya están en biblioteca. Por esta razón muchos editores envían ejemplares de regalo de nuevos textos a profesores que enseñan cursos relacionados con su especialidad. El editor de matemáticas de una importante editorial estima que si se distribuyen x miles de ejemplares gratuitos, las ventas en el primer año de un cierto texto nuevo de matemáticas será aproximadamente de:

$$f(x) = 20 - 15e^{-0.2x} \text{ (miles de ejemplares)}$$

a) Realice la gráfica de esta función. b) ¿Cuántos ejemplares puede esperar vender el editor en el primer año si no se han enviado ejemplares gratuitos. c) ¿Cuántos ejemplares puede esperar vender el editor en el primer año si se han enviado 10 000 ejemplares gratuitos? d) Si la estimación del editor es correcta, ¿cuál es la estimación más optimista de ventas para el primer año?

Exercise 0.13 Cuando una maquinaria industrial tenga t años, su valor de reventa será de:

$$V(t) = 4800e^{-\frac{t}{5}} + 400 \text{ dólares}$$

a) Realice el gráfico de la función $V(t)$. ¿Qué le sucede al valor de la maquinaria cuando t crece sin límites? b) ¿Cuál fue el valor de la maquinaria cuando era nueva? c) ¿Cuál será el valor de la maquinaria dentro de 10 años?

Exercise 0.14 Una bebida fría se saca del refrigerador en un día de verano y se coloca en una habitación cuya temperatura es de 30 grados celsius. De acuerdo con la ley calórica de Newton, la temperatura de la bebida después de t minutos viene dada por la función $f(t) = 30 - Ae^{-kt}$. Si la temperatura de la bebida era de 10 grados celsius cuando dejó el refrigerador y de 15 grados celsius después de 20 minutos. ¿cuál será la temperatura de la bebida después de 40 minutos?

Exercise 0.15 Se estima que dentro de t años, la población de un cierto país será de:

$$N(t) = \frac{80}{8 + 12e^{-0,06t}} \text{ millones de personas}$$

a) ¿Cuál es la población actual? b) ¿Cuál será la población dentro de 50 años? c) ¿Qué le sucederá a la larga, a dicha población?

Exercise 0.16 Un accidente de tránsito fue presenciado por la décima parte de los habitantes de Inca de Oro³. El número de residentes que habían oído hablar del accidente t horas después, viene dado por la función:

$$f(t) = \frac{B}{1 + Ce^{-kt}}$$

donde B es la población del pueblo. Si la cuarta parte de los habitantes habían oído hablar sobre el accidente después de 2 horas, ¿cuánto tiempo hizo falta para que la mitad de los habitantes oyeran la noticia?

Exercise 0.17 Resuelva las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $3^{x-1} = 9^{1-x}$; b) $4^{x+1} + 4^x = 320$; c) $(a^x)^x = a^4$; d) $9 \cdot 2^{2x+2} + 4 \cdot 3^{2x+2} = 97 \cdot 6x$

Exercise 0.18 Halle los puntos donde las siguientes curvas cortan al eje X y al eje Y .

a) $y = 2^x + 4^x - 272$; b) $y = 2^{x^2-3x+2} - 64$; c) $y = 8^x \cdot 2^{6x} - 4^{2x+10}$

Exercise 0.19 Resuelva las ecuaciones siguientes

a) $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$; b) $3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} + 3^{x-4} = 121$

³Uno de los autores nació en el macondiano pueblo de Inca de Oro. Es un homenaje.