Introducción

Las clases que se presentarán a lo largo de este año académico marcan una segunda etapa en la dictación de esta asignatura para nuestros alumnos de la carrera de Ingeniería Civil Industrial. Antes se entregaba un texto o apuntes elaborado a la manera clásica, de unos cuatro o cinco capítulos, donde el primero entregaba la filosofía de los sistemas dinámicos; en el segundo capítulo se entregaban los elementos de modelación de un sistema dinámico según la propuesta de Jay Forrester; y los capítulos finales trataban de una serie de modelación dinámica agrupados en ciertas áreas como la economía, ecología, epidemiología, ingeniería, etcétera.

Y no podía ser de otro modo, puesto que fijábamos más nuestra atención en los fundamentos o consideraciones de tipo teórica que en la modelación misma. La razón era simple: aún no estaba en nuestro poder el software STELLA, software que permite una "democratización en la programación" al tener los conceptos meridianamente claros. Antes teníamos la pesada inercia, en los capítulos iniciales, de incluir algunas secciones de Tansformada de Laplace y Transformada Geométrica, puesto que algunos "delicados e irreales" ejemplos de sistemas dinámicos se comportaban analíticamente bien con estas técnicas. Pero cuando llegó el software, cuando lo pudieron utilizar los alumnos, el texto usual quedó en el olvido, exceptuando -claro está- el primer capítulo, puesto que los propios alumnos creaban y resolvían sus propios problemas de sistemas dinámicos.

Por lo pronto, tenemos alrededor de un centenar de trabajos efectuados por nuestros alumnos, con la promesa incumplida de hacer una labor de editor a fin de presentar un aceptable conjunto de modelos dinámicos, que resuelven situaciones que hasta hace menos de una década no era tan sencillo de realizar en un par de semanas. Existen trabajos que van desde la competencia entre las telefonías celulares, el desarrollo de una pequeña industria textil, la modelación de un sistema eléctrico para una gran empresa, la contaminación producida para una empresa, el tratado de aguas de deshecho de una empresa minera mediante algas y gusanos, la dinámica de uso y desuso de palabras controladas por la Real Academia de la Lengua Española, hasta un largo etcétera, incluyendo el "revisitar" sistemas dinámicos clásicos de la ingeniería.

Hemos decidido, entonces, hacer una recopilación de los artículos más accesibles y directos que nos permitan captar la filosofía de los sistemas dinámicos. Sin embargo es necesario subrayar algunas cosas...

Los Modelos Mentales

Todos los utilizamos, es nuestra primera reacción para resolver un problema, es propia de nuestra estructura racional. Es la primera zambullida a las profundidades de los sistemas complejos, pero es solamente eso, nuestra primera zambullida. No es suficiente. Una dueña de casa tiene un modelo mental para el problema de la contaminación, que seguramente será diferente al que tenga el alcalde de la ciudad que es contaminada, y al que pueda tener el director de salud de esa ciudad. Todos pueden ser válidos conforme a la experiencia y conforme a sus propios intereses. Sin embargo, vemos con tristeza, que muchas veces, tomamos decisiones basadas en simples modelos mentales. No es completamente malo, pero es peligroso su uso sistemático y persistente. Pensemos en dos chicos de cinco años que están jugando, uno de ellos tiene un solo juguete, y su compañero de juego tiene dos. El primero, para obtener una mayor satisfacción, le quita uno de sus juguetes al segundo. El primero, entonces, obtiene la satisfacción deseada... momentáneamente, puesto que el segundo, con toda probabilidad, iniciará una gran pelea en que ambos terminarán llorando.

Los modelos mentales se basan en la experiencia, lo que es una buena noticia, y también se sustentan en la racionalidad deductiva, lo que no es una buena noticia, puesto que este tipo de racionalidad es **acotada**; y, finalmente, los modelos mentales por lo general son una fotografía estática de la realidad o de la experiencia: *me parece que el adversario está jugando la partida de Botvinnik-Vidmar, por lo tanto aplicaré la técnica ajedrecista que la combatió con éxito*... Pero la respuesta del adversario fue diferente. Sobre ejemplos de modelos mentales acudo a lo que me contó un amigo (Gabriel Indey) y que ocurrió en mi pueblo: Una bandada de garzas, un centenar de ellas, se posaba todas las noches en otoño, en un sector de la plaza, con los consabidos problemas fecales que esto acarreaba, bancos y no pocas personas eran drásticamente manchadas por las heces de las garzas, así como las baldosas de tan bonita plaza. Se utilizaron dos tácticas para desalojar a las garzas: en primer lugar, alguien dijo "con ruido nadie puede dormir", entonces la municipalidad adquirió un par de potentes bocinas que hizo temblar a todos los habitantes del pueblo, bajando los bonos del alcalde. Y las garzas volvían inexorablemente a posarse sobre los árboles en cada noche. La segunda estrategia, casi del mismo estilo: "con luz nadie puede dormir". Se compraron unos potentes equipos electrógenos que alumbraban los plácidos rostros de las garzas, consiguiendo con esto que su defecación aumentara. Tres semanas duró el experimento. Mi experiencia, mi modelo mental es que "nadie puede dormir con luz potente o con mucho ruido"... ¿Alguien se preguntó por qué las garzas invadieron la esquina de la plaza? La respuesta se supo mucho después, utilizando un enfoque sistémico (y tenía que ver con la deforestación de áreas verdes en campos colindantes al pueblo). Imaginemos cuántas decisiones en sistemas más complejos, que el de las garzas, no se han tomado: en las empresas, en las instituciones, en la política nacional.

Acudiré a un ejemplo más serio (agradezco al ingeniero eléctrico E.M.R., ex miembro de ENDESA, y que participó en el tendido eléctrico de la ciudad de El Salvador, y en la electrificación de gran parte del norte chico de Chile, y ex miembro de Codelco-Salvador, quien me presentó la tesis que aquí se anuncia).

La ley o leyes Faivovich están asociadas a la articulación de medidas prácticas para el fomento a pequeños empresarios mineros, y se originaron a finales de la década del 40, y están asociadas a la creación de la Corfo. El caso es que, bajo estas leyes amplias, se intentó estimular el desarrollo de la pequeña minería en el Norte de Chile, y que básicamente consistía en un subsidio en la compra d combustible, el petróleo específicamente. De manera que cada una de estas pequeñas empresas usaron este sistema proteccionista. Resultado, cada centro minero generó su propio grupo autónomo de energía, mediante importación de equipos con un determinado parámetro de fase o ejecución (frecuencia de ciclos, etcétera). Cuando llega el gran megaproyecto a través de ENDESA para la electrificación del Norte Grande, las ventas de energía eléctrica no son las reales, puesto que se había llegado s un alto grado de autonomía, de manera que se inhibe la investigación y el desarrollo tecnológico, el elemento motivador del progreso mediante la retroalimentación en la interacción de las necesidades reales del país. Sin tener opción, por ejemplo, la electrificación del ferrocarril. Diríamos entonces que el desarrollo tecnológico energético en el norte de nuestro país fue minimizado por una ley, que se suponía que quería conseguir lo contrario.

Podemos decir que los modelos mentales son la causa, en que la mayoría de las veces, del *comportamiento contraintuitivo de los sistemas sociales*. Se puede argumentar que es difícil la modelación de los sistemas complejos sociales, sin embargo ¿cuántas veces tomamos decisiones basadas en una ristra de datos estadísticos?, que no entregan la evolución dinámica del porqué las cosas cambian. Podemos afirmar, sobre la marcha, que con la tecnología actual los sistemas complejos pueden *y deben* modelarse. No basta con el modelo mental, no basta con el lenguaje ordinario, ni siquiera con el *debate* y el *compromiso*. En una simple discusión, podemos observar como los modelos mentales de las personas evolucionan a medida que el debate se desarrolla, porque el lenguaje coloquial esconde las fallas de nuestro modelo mental, no deja al descubierto el pequeño detalle que hará que las cosas empeoren o resulten inútiles para lo que se quiere conseguir. Es necesario un lenguaje formal, que tenga la característica de ser susceptible de ser llevado a un computador. ¿Por qué un computador?

El microscopio, el telescopio...

Y el computador. La mente humana no está capacitada para ver el desarrollo de un sistema complejo, la simulación o realización de un sistema complejo. No podemos ver el *mundo cinco* de un juego de Nintendo, sin embargo, conforme a su desarrollo neuronal, mueva las palancas, teclea bajo la intuición, se pregunta ¿qué pasará si hago esta movida?, simula, utiliza el *razonamiento inductivo*, la estrategia de las *esperanzas temporalmente satisfechas*. En cuanto y en tanto estas decisiones que estoy probando y simulando me dan éxito, las seguiré utilizando hasta pasar el mundo cinco... Y así avanza la ciencia.

El computador hace cosas que no puede hacer la mente humana. El computador es para los sistemas dinámicos, lo que el microscopio es para la biología, lo que el telescopio para la astronomía.

Hemos identificado el sistema, creemos que estas son las partes fundamentales del sistema, y estas son las hipotéticas interacciones entre las partes. Es decir hemos llegado a un modelo formal, entonces debo hacer una realización, una simulación, para ver si es cierto lo que pensamos, para contrastarlo con la realidad, para probar si vamos a llegar al resultado deseado... ¿Qué es un modelo formal?

Modelo formal

Está basado en el enfoque sistémico, y en el reconocimiento de las estructuras del sistema bajo estudio. Es la culminación de pasar desde el lenguaje coloquial, que domina nuestro modelo mental, a un lenguaje estrictamente no-ambiguo, en que se reconoce el papel de cada elemento del sistema y como está interactuando con el resto, aún sin saber la relación analítica entre éstos. El modelo formal debe ser nítido, sin preocuparnos, al principio, si es exactamente el que modela la realidad bajo estudio. Diríamos que el modelo formal es aquel que tiene la característica de que, al ser descrito por un lenguaje ordinario, no *entramos en contradicción*. Es lo esencial, no entrar en contradicciones ni ambigüedades. Es aquel modelo que nos permitirá programar y simular el sistema en un computador. Es un refinamiento del modelo mental, basado en la precisión más que en la exactitud, en la cual su examen de grado es que sea comprendido por todos los actores humanos que participan en la modelación del sistema (y, sí los hubiese, por las personas que serán afectadas por las decisiones basadas en este modelo formal).

La técnica, más habitual, es a través del lenguaje llamado **Diagrama de Forrester**, de fácil comprensión y ampliamente difundido en los artículos que daremos a conocer en el desarrollo de este curso. Más que la técnica, que llegará a su debido tiempo, queremos hacer énfasis en la filosofía de la dinámica de sistemas.

La filosofía de los sistemas dinámicos

Es una manera de pensar, de cómo las cosas cambian a través del tiempo; muchos problemas y sus soluciones involucran cambios. En física, un péndulo oscila a los cambios en la posición y en su velocidad; una nave espacial acelera en respuesta a la propulsión a chorro y a la gravedad. En el medio ambiente, la polución cambia la luz solar que llega a la tierra, produciendo un cambio en el clima y la temperatura; la población crece y entonces crece la demanda de abastecimiento de agua y recursos; la sobre pesca conduce a la destrucción de los peces y colapsa la industria pesquera. En biología, los cambios en la generación de temperatura, controlan la temperatura del cuerpo. En la historia, los cambios económicos y sociales producen revoluciones y el surgimiento y caída de civilizaciones. En literatura, los cambios sicológicos de los personajes causan el desarrollo de la trama. En ingeniería, los procesos químicos cambian la materia prima en productos útiles. En economía, los cambios en el inventario y empleo, causan los negocios cíclicos; el capital invertido y las políticas gubernamentales causan una sobreconstrucción y entonces llega el colapso provocando la gran depresión; etcétera.

Cuando uno entiende la naturaleza básica de cómo las cosas cambian, este conocimiento es transferible a otros campos. Es entonces que los sistemas dinámicos nos entregan la movilidad entre estos campos, puesto que participan estructuras subyacentes comunes y tienen comportamientos asociados o análogos.

Los procesos de cambios son demasiados complejos para ser entendidos a través del debate y el compromiso simple. En los sistemas complejos, las acciones que resultan favorables a corto plazo, generalmente causan problema a la larga. Por ejemplo, los trabajadores inmigrantes reducen el costo y producen un aumento en la producción agrícola en el corto tiempo, pero a la larga aumentan los costos de bienestar, servicios de salud y seguridad pública. Las políticas públicas a menudo producen lo opuesto a los resultados deseados debido a la falla de entender las sutiles interacciones del cambio político, económico y social.

Los sistemas dinámicos son más que un conjunto de herramientas, puesto que entregan una filosofía y un modo de mirar el mundo para entender como el pasado nos conduce al presente y como las acciones del presente controlan el futuro, y se construye sobre la base y la experiencia de la gente, compensando la persistente costumbre de tomar decisiones basadas en modelos mentales, al considerar como interactúan las partes para constituir el todo en su evolución dinámica a través del tiempo. Los sistemas dinámicos entregan un armazón, una estructura, en la cual se puede ubicar detalladamente el conocimiento. Y de esta forma este conocimiento es más significativo, y más recordado, si se puede interrelacionar dentro de una estructura que nos dé un significado de la vida real y para la vida real.

(*): Este artículo fue redactado en 1998.

Los sistemas dinámicos en el sistema k-12 (*)

Introducción

Nuestra enseñanza en el sistema K-12 se caracteriza por ser reduccionista, fragmentaria, asignaturista, separada en temas; y esta característica revela la incapacidad para mostrar como la gente interactua con otra gente y con su propio medio físico. Esta naturaleza fragmentaria creemos que es la causa de que nuestro sistema de enseñanza no sea relevante para una sociedad que es cada vez más compleja, atiborrada y altamente interconectada. Las asignaturas, en todo el sistema K-12, son temas separados unos de otros, y no reflejan la realidad de que el conocimiento de cada una de ellas interactua a cada momento. Las ciencias sociales, las ciencias físicas, la biología, y otras asignaturas, se enseñan como si fueran inherentemente diferentes unas de otras, sin considerar que en todas ellas subyacen los mismos conceptos.

Hace falta en gran parte de nuestra educación el tratamiento adecuado de la dimensión tiempo que subyace en toda evolución del conocimiento ¿Cuales son las causas del porqué un péndulo oscila?, ¿cuáles son las causas del movimiento cíclico de una economía?, ¿cuales son las causas de el surgimiento y caída de una civilización?. Estos movimientos ocurren a través del tiempo, y hay una estructura dinámica similar para responder estas preguntas, sin embargo rara vez nuestro sistema de enseñanza alcanza tal unidad en la respuesta. De modo que cada asignatura tiene sus propias preguntas y sus propias respuestas, y ante este cúmulo de respuestas reduccionistas, compartimentadas, no tenemos la respuesta, para nuestros estudiantes de ¿cómo las acciones del pasado nos conduce al presente y las decisiones del presente nos conduce al futuro? Los programas de educación convencional no revelan estas respuestas.

Se enseña la teoría de conjuntos y las fechas de las batallas napoleónicas abusando de que la mente humana es buena para recordar mapas, diagramas, fechas y cuadros estáticos. Esto es, la educación nos entrega una fotografía instantánea del mundo real. Sin considerar dos grandes factores; el primero, todas las componentes de un sistema interactúan dinamicamente produciendo cambios; y la segunda, que la mente humana no está capacitada para prever o simular estos cambios. Lo que implica la entrega de un conocimiento estático, y una inercia a tomar decisiones basadas en modelos mentales. Es común, creemos que en todas las regiones del país, que un alto funcionario local del sistema de salud entregue la panacea estática y analítica para el combate contra la pediculosis a nuestros estudiantes de la enseñanza básica, los consejos a los padres por el diario local son del estilo: "compre un buen champú para la pediculosis, lave a su hijo muy bien, deje actuar el champú por 10 minutos, enseguida enjuague bien; después pase un peine especial. Listo. Se acabará el problema de la pediculosis". Sin embargo nuestros escuelas básicas siguen con pediculosis. En este trágico ejemplo vemos dos actitudes. La primera, que todavía seguimos tomando decisiones basadas en errores del pasado. El funcionario local, sigue aplicando la enseñanza que al le dieron. Extremadamente analítica. Lo segundo; como consecuencia de lo primero, no se entienden las sutiles interacciones que ocurren en la escuela básica donde está el problema de pediculosis; no se asigna el valor a la "simultaneidad" en el tratamiento a cada estudiante, en el simple factor de no tener, en ese momento, el champú por parte de los padres, o el efecto "mutágeno" de los piojos, etcétera. En definitiva no se reconoce que el problema es complejo, y por lo tanto no puede ser tratado mediante un sencillo modelo mental, o mediante una racionalidad acotada.

Decíamos que la mente humana es pobre para vislumbrar el comportamiento de sistemas complejos, pero por otro lado aseguramos que se debe estudiar la complejidad -en la comprensión de nuestro mundo- de las múltiples interacciones que existen en cualquier sistema, entonces ¿cómo resolver esta aparente contradicción?. Cómo le entregamos a nuestros estudiantes los conceptos que subyacen y son comunes en cualquier sistema, de modo que puedan sintetizar una perspectiva y una estructura para la comprensión del medio ambiente social y físico que les rodea. Si decimos que un político, un hombre de negocios, un matemático, no pueden tomar decisiones sobre sistemas complejos -que en su modelación puede requerir un sistema de ecuaciones diferenciales de alto orden no-lineal-, basado en la intuición o en un modelo mental, y a la vez queremos que un joven estudiante de enseñanza media pueda entender la complejidad de tales sistemas. Este es el desafío. Y la respuesta se vislumbra en esta época: un joven estudiante de la secundaria con un computador personal y un entrenamiento en simulación dinámica, puede entender la complejidad de los sistemas dinámicos.

Roberts (1978) ante la secuencia de los cinco pasos en que normalmente la educación progresa, que son:

1) aprendiendo hechos

2) comprendiendo significados

3) aplicando hechos a generalizaciones

4) analizando material descompuesto como partes constituyentes

5) sintetizando para juntar las partes en un todo

Concluye que la mayoría de los estudiantes nunca llegan realmente al último nivel. En nuestra realidad, conforme a nuestra experiencia universitaria, esto se confirma una vez más. Nancy Roberts, en su trabajo, propone ubicar el quinto paso al comienzo de la secuencia educacional, lo que significa en la práctica la realización simultánea de todos ellos. Considerando que los estudiantes ya traen un cúmulo de observaciones, e interrelaciones con el medio familiar, la comunidad y el colegio. De modo que tengan una estructura (una actitud) para ajustar los hechos en las cuales están interesados ver su evolución. Esta proposición es conveniente, puesto que a menos que exista una estructura, la enseñanza de hechos por la propia instrucción programática pierde su significado (por falta de internalización, o por simple olvido). Debemos recordar la mente humana es apta para ver, reconocer y retener hechos ajustados a patrones estructurados, o de otra forma es recordado aquello que se ajusta a un determinado patrón de comportamiento (Bruner (1963), De Groot (1965), Arthur (1994)).

Los sistemas dinámicos

La estructura a la cual nos referíamos en la introducción es entregada mediante el estudio y el entendimiento de los sistemas dinámicos. Estos entregan un armazón, una estructura, en el cual los estudiantes pueden ubicar detalladamente el conocimiento. Este conocimiento detallado es más fácilmente recordado si se puede ver la interrelación dentro de esta estructura dinámica que nos entrega un significado de la vida, una explicación del mundo que nos rodea.

No se propone establecer una suerte de asignatura de sistemas dinámicos en el K-12, puesto que este es más que un conjunto de herramientas: entregan una filosofía y un modo de mirar el mundo, para entender como el pasado nos conduce al presente y como las acciones del presente controlan el futuro. Más bien se propone que todos los actores del sistema K-12 (estudiantes, profesores, administradores, padres y apoderados, etcétera) actúen bajo esta actitud y esta forma de pensar ante el mundo que nos rodea.

Los elementos que conforman la estructura de los sistemas dinámicos es francamente sencilla, y para esto utilizaremos la metodología de Jay Forrester. En todo sistema dinámico, está permanentemente una estructura que la derivaremos del siguiente modelo hidrodinámico (Fig. 1):

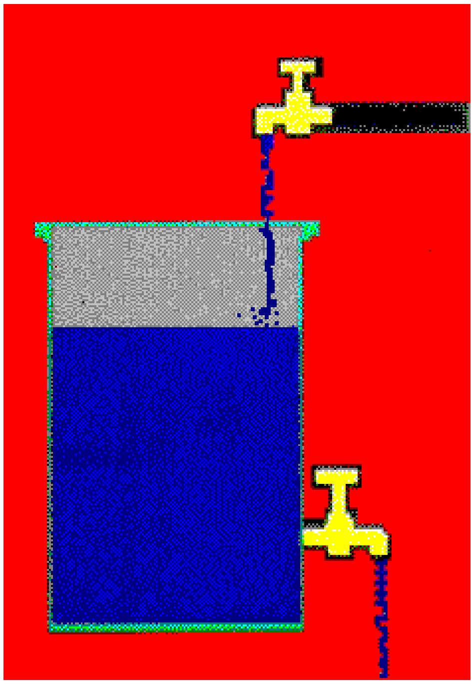


Figura 1

La Figura 1 nos muestra un sencillo sistema dinámico, donde claramente el volumen de líquido varía a través del tiempo en virtud de los flujos de entrada y salida que actúan sobre el recipiente. Digamos entonces que el estado del sistema estará determinado por la cantidad de volumen de líquido del recipiente en cualquier instante de tiempo, esto es

$V(t)$: Volumen de líquido en el instante t

y llamemos a esta función, **variable de estado**. El flujo de entrada designémoslo por $F_e(t)$, y el de salida por $F_s(t)$, como función del tiempo, y digamos que serán las **variables de flujo**, esto es transmiten "liquido" (flujo material) a través del tiempo de manera que producen una dinámica en la variable de estado (cambio en el volumen). Por lo tanto podemos predecir la cantidad de volumen de líquido que habrá en un tiempo posterior (digamos $t+\Delta t$), esto es

$$V(t+\Delta t) = V(t) + \text{lo que ocurre en } [t, t+\Delta t]$$

y lo que ocurre en $[t, t+\Delta t]$ es una entrada de flujo y una salida de flujo en un intervalo de tiempo de longitud Δt. De otra forma

$$V(t+\Delta t) = V(t) + (F_e(t) - F_s(t))\Delta t \quad (3)$$

Y si entendemos el significado de esta sencilla ecuación dinámica , que entrega las causas de la variación del volumen, estamos a las puertas de los sistemas dinámicos, porque fundamentalmente es **todo el aparataje matemático que necesitaremos**. Y esto no es ninguna exageración.

Para quien no tenga experiencia en modelación dinámica el símil hidrodinámico entregado en la figura 1, no será otra cosa que un recipiente con líquido, y con un flujo de entrada y uno de salida; pero podemos anunciar que el recipiente representa una determinada ciudad cuya variable de estado es el número de habitantes, de modo que el flujo de entrada represente el número de nacimientos por unidad de tiempo, y el flujo de salida el número de muertes por unidad de tiempo.

Más que en las ecuaciones matemáticas, deseamos hacer hincapié en la diferencia entre una variable de estado y una variable de flujo: Debe quedar clara como la diferencia entre la cantidad de agua que está en el recipiente y el agua que está entrando al recipiente. Piense usted en lo siguiente: el déficit nacional y la deuda nacional. El déficit nacional es un flujo (el agua que cae dentro del recipiente por unidad de tiempo), y la deuda nacional es una variable de estado (es el agua que está dentro del recipiente, es la deuda acumulada). Tome nota de esta sencilla observación: Si reducimos el déficit **no reducimos el nivel de la deuda**: solo significa que las cosas van a empeorar a un ritmo más lento.

Notemos que esta sencilla estructura, ya nos permite dar claridad a muchas situaciones complejas. Piense usted, por ejemplo, en el número de niños contagiados por pediculosis (no le de más complejidad que la necesaria), ¿puede usted anunciar cuales son las variables, ya sean de estado o de flujo, que le puedan ayudar a entender el problema?. Podemos decir que el número de niños contagiados, en su escuela, es una **variable de estado**, y esta evoluciona (más niños contagiados, menos niños contagiados) a través del tiempo, en virtud -en una primera reflexión- de un flujo de contagio (**flujo de entrada** que causa el aumento el número de contagiados), y un flujo de limpieza (**flujo de salida**, que disminuye el número de contagiados). Observemos lo obvio, que si el flujo de limpieza es menor que el flujo de entrada entonces con toda seguridad el nivel de pediculosis aumentará hasta valores críticos, contagiándose toda la escuela. Más adelante volveremos a este modelo. Pero observemos que la figura 1, ya tiene tres interpretaciones: la hidrodinámica, la dinámica de una población, la propagación de la pediculosis en una escuela.

La Figura 1 la dibujaremos de otra forma (Figura 2),

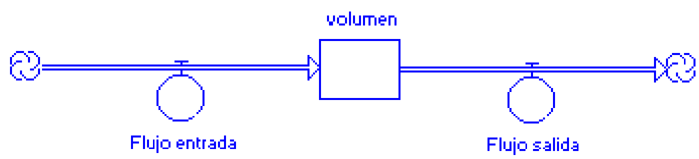


Figura 2

Introduzcamos algo de complejidad, ¿cuando usted abre el grifo del lavabo no está presto a cerrarlo toda vez que el nivel del agua alcance un cierto nivel (o volumen) crítico? Esto es, la propia variable de estado realimenta a la variable de flujo. Supongamos entonces, que el valor de la variable de estado, a cada instante, entrega información a las variables de flujo. De modo que este hecho lo dibujamos y obtenemos la Figura 3:

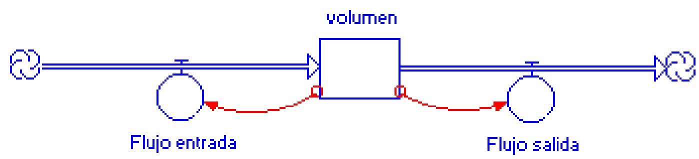


Figura 3

Las flechas que van desde la variable de estado a las variables de flujo están avisando que los valores de estas últimas dependerán analíticamente de la primera y reciben el nombre de **conectores**. Estos conectores entregan la información (que se puede considerar instantánea), y difiere claramente de una variable de flujo. Repetimos: los conectores entregan información y las variables de flujo entregan "materia" a través del tiempo. De otra forma un flujo actúa en el tiempo, un conector designa que elemento entrega información (instantánea) a otro elemento.

Volvamos a pensar que el símil hidrodinámico representa una ciudad, con su gente, y los flujos son los nacimientos y las muertes, ¿no es natural decir, que hay un crecimiento poblacional del tanto por ciento respecto de la población ?, o haber escuchado de que el flujo de muerte fue del tanto por ciento respecto de la población actual. Como una primera aproximación, supongamos entonces, y esto lo podemos discutir con un demógrafo, que los flujos dependerán de ciertas tasas (posiblemente constantes), por lo que hay que introducirlas en el sistema e indicar que estas tendrán incidencia en el valor de las variables de flujo. Dibujamos esto y obtenemos la Figura 4:

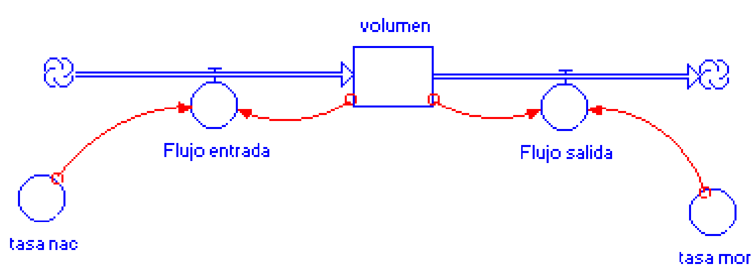


Figura 4

Introducimos, entonces, una variable que no es ni de estado ni de flujo, y que llamaremos **convertidor**. Estas nos indican que sus valores entregaran información (instantánea) a otros elementos del sistema **que no sean las variables de estado**. Esto último es importante: Una variable de estado no se altera en su "acumulación" por la información de otro elemento, ella es alterada únicamente por los flujos de entrada o salida que pueda tener. Observe que en la figura 4 se indica que cada variable de flujo se realimenta de la variable de estado y de unas tasas respectivas.

Volvamos a la pediculosis en nuestra escuelita. ¿De qué dependerá el flujo de contagio?. Parece ser que del propio nivel de niños contagiados, de una tasa de contagio, y de los niños que están hasta ese momento sano, y ¿cuantos niños sanos hay en un determinado momento? Si suponemos que la población estudiantil es constante entonces los sanos son la diferencia entre la población estudiantil y los contagiados, de manera que un diagrama luciría del siguiente modo (Fig. 5)

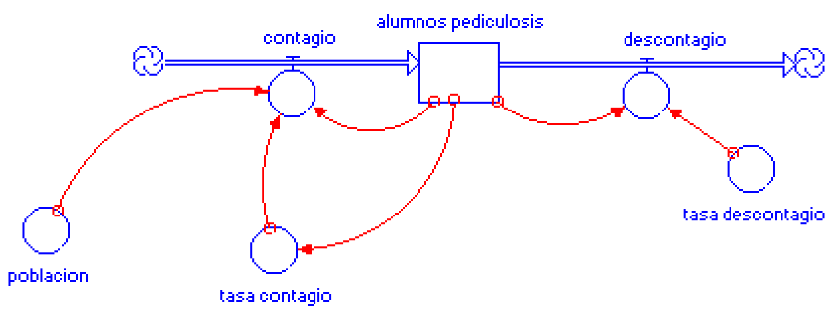


Figura 5

En este modelo se dice además que la tasa de contagio dependerá del número de alumnos contagiados, en el sentido de que a mayor alumnos con pediculosis la tasa de contagio será más alta que la correspondiente a menor alumnos con pediculosis. Observe que este sencillo modelo de pediculosis nos informa, claramente, que el aumento o disminución del nivel de contagiados dependerá de los flujos de entrada o salida, sin embargo, lo que aquí se propone, es que la tasa de contagio se alimenta fundamentalmente de la población que se encuentra **activa en el colegio**, y de momento el flujo de contagio depende de una tasa de contagio -que es una variable exógena- y que regularmente se realiza fuera del colegio. Aquí aparece la discusión, el elemento interdisciplinario, que es característico de los sistemas dinámicos. Se puede tomar una decisión de que toda vez que se llegue a un nivel crítico en la variable de estado (alumnos con pediculosis), el colegio tome ciertas medidas de protección. De modo que nos queda el siguiente diagrama (Fig. 6)

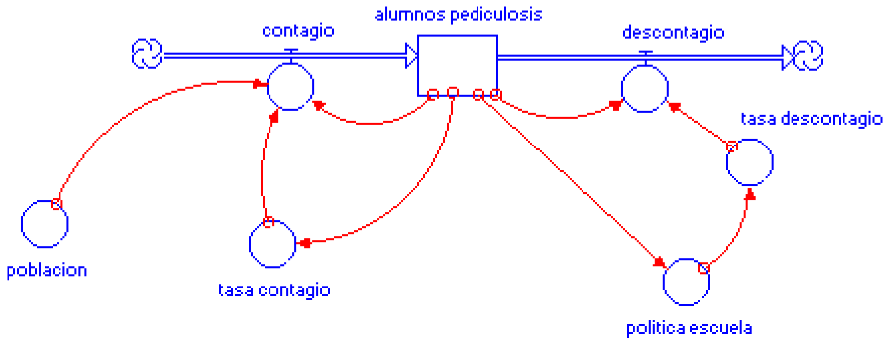


Figura 6

Donde eventualmente si el nivel de pediculosis, por ejemplo, corresponde al 20% del total de la escuela se hace necesaria una desinfección **dentro de la escuela** a un mismo tiempo (por ejemplo, un sábado con participación de los padres y apoderados).

El establecimiento de este modelo, sencillo, de pediculosis nos permite ser coherentes -independiente de toda cuantificación en las variables involucradas-, existe una comunicación clara, precisa ante el problema de la pediculosis. Esta no puede ser exacta, posiblemente, pero es precisa en cuanto no entramos en contradicción. Nos alejamos del lenguaje ordinario para entrar a un lenguaje formal, susceptible de ser llevado a un computador para su posterior simulación. Participamos en la explicación de un modelo, y en esta participación debemos ser claros, y es en esta modelación donde las afirmaciones vagas o débiles necesitan ser reforzadas, estudiadas con más profundidad. En cualquier caso, particularmente en este modelo, parece demostrar que el simple "pensamiento lineal" de lavar con champú prolijamente a Juanito no es la solución del problema. Sobre este "pensamiento lineal" o de mediano alcance, nos referiremos en las conclusiones. Ahora terminaremos con la simulación de la pediculosis.

Una vez que el problema ha sido llevado a un lenguaje formal, en este caso los diagramas, pasamos a tratar analíticamente las relaciones entre las variables. Con la tecnología actual, las ecuaciones involucradas son fácilmente detectadas por cualquier software de sistemas dinámicos, en particular con el presentado aquí, STELLA. En la Figura 7 se presenta una cuantificación de las variables, y se muestra una simulación en cuanto a la evolución de los alumnos infectados (Fig. 8)

```
alumnos_pediculosis(t) = alumnos_pediculosis(t - dt) + (contagio - descontagio) * dt
INIT alumnos_pediculosis = 20
INFLOWS:
    contagio =
    MIN(tasa_contagio*(alumnos_pediculosis)*(poblacion-alumnos_pediculosis),alumnos_pe
    diculosis)
OUTFLOWS:
    descontagio = tasa_descontagio*alumnos_pediculosis
poblacion = 400
politica_escuela = IF alumnos_pediculosis>0.20*poblacion THEN .9 ELSE NORMAL(0.3, 0.05)
tasa_descontagio = politica_escuela
tasa_contagio = GRAPH(alumnos_pediculosis)
(10.0, 0.00065), (49.0, 0.007), (88.0, 0.00775), (127, 0.0105), (166, 0.0138), (205, 0.0163), (244,
0.02), (283, 0.0218), (322, 0.0215), (361, 0.0248), (400, 0.03)
```

Figura 7

Evolución de la pediculosis

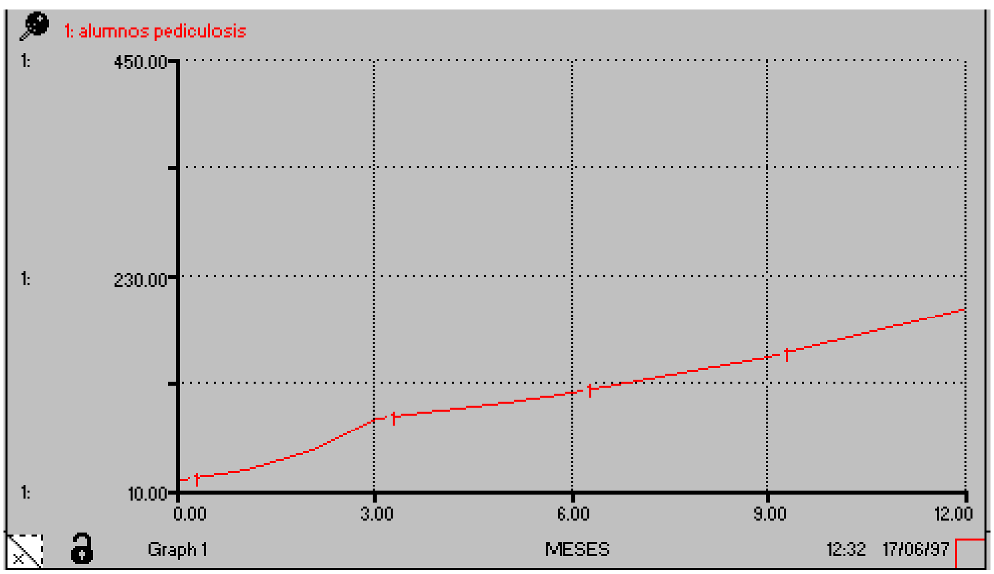


Figura 8

Conclusiones y actitudes

Se ha entregado la estructura que subyace a todo sistema dinámico, es decir el reconocimiento del tipo de función que cumple un determinado elemento dentro de un sistema, como son las variables de estado, flujo, convertidores y conectores. Con los sencillos ejemplos entregados podemos traspasar este lenguaje formal a sistemas con estados más numerosos. El aprender haciendo este tipo de modelos, pensamos que elimina varios paradigmas, particularmente el que dice que causa y efecto deben estar juntos en el espacio y tiempo. Por otro lado, al modelar -en el solo hecho de modelar- nos damos cuentas de las vaguedades e imprecisiones, lo cual nos obliga a reforzar los conceptos originados por el modelo mental de la situación en estudio. En el proceso de simulación, nos encontramos entonces con resultados inesperados, o en el mejor de los casos, con resultados que nuestra mente es incapaz de prever; sin considerar que el aparataje matemático es irrelevante, esto en virtud de la innovación tecnológica de los software dedicados a los sistemas dinámicos.

Se puede argumentar, producto de la sencillez de los ejemplos, que la modelación de sistemas complejos no puede ser eficaz ante una eventual imposibilidad de cuantificar variables cualitativas. Pensamos lo contrario, que los sistemas complejos pueden y deben modelarse -sobrados ejemplos existen en la literatura del caso-, pero aún así, es más válido tomar decisiones bajo un modelo coherente, por muy complejo que sea la situación a modelar, que tomar una decisión basada en la intuición o en un modelo mental. En general, los modelos mentales obedecen a buscar un efecto inmediato (el paradigma de causa-efecto en el mismo tiempo y lugar), y a la larga producen los efectos contrarios, o efectos no deseados.

El papel de la modelación dinámica dentro del sistema K-12 debe revertir fundamentalmente el modelo autoritario que se desprende de nuestro sistema educativo. El pequeño, del Kinder, nace con una personalidad innovadora, toca los objetos para ver como se mueven, mira las cosas que se mueven, pregunta porqué esto y porqué esto otro, palpa, toca. Sin embargo, gradualmente pero con mucha fuerza a través de los 12 años de educación básica y media, le decimos: "no preguntes, haz como yo te lo digo", "no hagas esto, préstame atención", "estudia esta materia, que te servirá para el futuro". En definitiva, formamos un estudiante que se moverá en el paradigma de la personalidad autoritaria, en desmedro de la personalidad innovadora con la que nace.

Es claro que no basta un curso de sistemas dinámicos en algún nivel del K-12, la insistencia en la comprensión de la complejidad debe ser persistente. Cada asignatura, cada manifestación curricular debe iniciarse bajo la óptica de los sistemas dinámicos. Debemos preparar al estudiante, no solo a redactar una buena carta comercial, sino que debe aprender a leer entrelineas sobre la información de los periódicos, debe ser capaz de discutir formalmente con las decisiones del ministro de estado, ¿cuál es **su** modelo en la toma de **su** decisión? debe aprender a decir. Debe tener el coraje de discutir una idea o una decisión basada en la inercia atávica, en la intuición, en la fuerza de la autoridad, aún cuando esta sea mayoritaria: "No señor, porque si usted hace esto, mire lo que ocurrirá a largo plazo". Utilizando una frase de perogrullo de estos últimos años del siglo XX, debemos enseñar una actitud desafiante para el estudiante del siglo XXI. Aquí se muestra un camino, que por lo demás no es novedoso, y ya está siendo utilizado con mucho éxito en otros países.

En mi experiencia, todavía se tiene la creencia que los sistemas dinámicos es una matemática para los matemáticos que sirven para resolver cuestiones complejas. Es una media verdad, yo diría que los sistemas dinámicos sirven para resolver situaciones complejas. En la actualidad, a modo de ejemplo, existen modelaciones de obras de Shakespeare, William Golding, y un largo etcétera hacia la literatura, porque estudiando los arquetipos humanos en su evolución compleja y dinámica, estamos entendiendo nuestro verdadero entorno.

Empecé enseñando sistemas dinámicos, en la línea de Jay Forrester y su grupo del MIT -y es así que poco aporte entrego en esta ponencia que no lo haya obtenido de ellos- a mis alumnos de quinto año de Ingeniería Civil Industrial, y es larga la lista de trabajos -sencillos al principio- que han realizado para las empresas en que trabajan; y en este quehacer han revisitado muchos conceptos matemáticos, de economía, de ecología, de calidad total, de administración de recursos humanos, de biología, de enfermedades infecciosas, de administración, de literatura, y otro largo etcétera, y han podido unificar el conocimiento. En la actualidad estamos bajando la enseñanza metódica de los sistemas dinámicos al segundo año de universidad. No creo que haya una traba intelectualmente grande para introducir esta filosofía en el sistema K-12.

Referencias

Arthur, Brian W., 1994. *Inductive Reasoning, Bounded Rationality and the Bar Problem*. Santa Fe Institute Paper 94-03-014

Bruner, Jerome S., 1963. *The Process of Education*, New York: Vintage Books

De Groot Adriann, 1965. *Thought and Choice in Chess*, Psycological Studies, 4, Paris: Mouton & Co.

Forrester, Jay W., 1969. *Urban Dynamics*, Cambridge,MA: Productivity Ptress.

Forrester, Jay W., 1989. *The Beginning of Sistem Dynamics*, Banquet Talk at the international meeting of the System Dynamics Society. Stuttgart, Germany. July 13, 1989

Forresster, Jay W., 1993. *System Dynamics and Learner-Centered-Learning in Kindergarten through 12th Grade Education* (D-4337), System Dynamics Group, Sloan School of Management, MIT, December 21, 20 pp.

Forrester, Jay W., 1994. *Learning through System Dynamics as Preparation for the 21st Century*. Keynote Address for Systems Thinking and Dynamic Modeling Conference for K-12 Education, June 27-29, 1994 at Concord Academy. Concord, MA, USA

Forrester, Jay W., 1995. *Counterintuitive Behavior of Social Systems*. Technology Review, Vol. 73, Nº 3, pp. 53-68

Hannon B., Ruth M., 1994 *Dynamic Modeling*. Springer-Verlag

Hopkins, Pamela Lee, 1992. *Simulating Hamlet in the Classroom*. System Dynamics Review, Vol. 8, Nº 1, pp. 91-98

Roberts, Nancy, 1978. *Teaching Dynamic Feedback Systems Thinking: an Elementary View*. Management Science, Vol. 24, Nº 8, pp. 836-843.

(*): Trabajo presentado a las IX Jornadas Nacionales de Educación en Matemática, La Serena, 1997. Chile

Alcances y ejemplos de la dinámica de sistemas

El colapso de la civilización maya

Estaríamos en problemas si pretendemos convencer a un grupo de estudiantes universitarios del primer ciclo de que el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales, corresponde al colapso de la civilización maya,

$$
\begin{aligned}
y_1'(t) &= y_1(t)\left(n_1 \frac{1}{n_2 \tau_1 (y_3)} \right) \\
y_2'(t) &= \frac{n_6 y_1(t) x_1(t)}{x_1(t)+1} \tau_1 (y_3) - \frac{y_2(t)}{\beta_3} \\
y_3(t) &= \frac{n_4}{n_3 y_1(t)} \tau_2 \left(\frac{y_1}{n_1 (x_1 + 1)} \right) \\
x_1'(t) &= \frac{x_1(t)}{\beta_1} \left(\tau_3 \left(\frac{x_2}{n_5 \tau_4 (y_3)} \right) - 1 \right) \\
x_2'(t) &= \frac{1}{\beta_2 \left(\frac{y_2}{y_1} - x_2 \right)}
\end{aligned}
$$

donde

$y_1(t)$: población maya en el instante t

$y_2(t)$: número de monumentos mayas (para el prestigio de la élite) en el instante t

$x_1(t)$: fracción de la población en la construcción de monumentos, en el instante t

$x_2(t)$: promedio de monumentos por habitante (prestigio de la élite), en el tiempo t

$$y_3(t) = \frac{\text{alimentación por habitante}}{\text{alimentación normal por habitante}}$$

Si pretendemos con esto modelar la teoría de que el colapso de la civilización maya se debió a la interacción entre la clase sacerdotal o elite, la población laboral maya, la construcción de monumentos para el prestigio de la elite, en desmedro de la redistribución de la población laboralmente activa para la búsqueda de recursos. Un estudiante de las Ciencias Sociales estará interesado en la fundamentación histórica, más ciertas teorías antropológicas, que en la ristra de ecuaciones diferenciales. Por otro lado, no estaremos muy convencidos que un estudiante de Licenciatura en Matemática se interese por el proceso culitativo-cuantitativo que nos lleva desde los fundamentos históricos hasta el planteamiento de las ecuaciones diferenciales. Pensamos, y así lo avala nuestro sistema de enseñanza, que ese estudiante de matemáticas estará más interesado en la solución de este sistema, citando someramente que este modelo corresponde a una modelación, aproximada, de la evolución de la civilización maya.

Esto es un claro ejemplo del divorcio o reduccionismo que existe, en la actualidad, entre las asignaturas que conforman un determinado plan de estudios.

Por otro lado, para ningún estudiante, excepto el que se ha especializado, es estimulante la resolución de un sistema de ecuaciones diferenciales altamente complejo, puesto que las funciones involucradas son no-lineales, cuya búsqueda de una solución posiblemente no tenga proyección posterior en su ambiente laboral, salvo el excitante trabajo de buscar algún tipo de belleza en la solución.

El sistema -masa-resorte-freno

En la mecánica vibracional o en un clásico curso de ecuaciones diferenciales, es paradigmático el resultado esencial de la segunda ley de Newton para el sistema masa-resorte-freno con fuerza externa de excitación,

$$M\,x''(t) + B\,x'(t) + K\,x(t) = f(t) \qquad (1)$$

con condiciones iniciales $x'(0)$ y $x(0)$. Donde el tipo de solución dependerá, en primer lugar si la función $f(t)$ no es excesivamente complicada, y de las relaciones entre los coeficientes M, B y K. Con la salida honrosa, o mentira piadosa, de que la función $f(t)$ siempre será "suave" de modo que exista una solución analítica para $x(t)$, puesto que, "aseguramos", la naturaleza no es tan compleja, o que funciones de excitación complejas para $f(t)$ son "infrecuentes en la naturaleza". Vivimos bajo suposiciones, que nos obligan a la simplicidad para poder abarcar el problema analítico desde el punto de vista exclusivo de la mecánica vibracional que está inserta en una asignatura de física.

El sistema Almacen-Producción simple.

Y esta asignatura de física nada tiene que ver con economía, cuando se deba estudiar un sistema de Almacén-Producción con un flujo de ventas que se distribuye según en variable aleatoria normalmente distribuida. Y que casualmente su modelación obedece, "extrañamente", al mismo modelo de Newton anterior. Para este caso,

$$A''/\,t) + \frac{1}{\alpha\ \beta}A(t) = \frac{I}{\alpha\ \gamma} - V'(t) \qquad (2)$$

donde *A(t)* es la cantidad de artículos almacenados, *V(t)* es la función de ventas (que en este caso sigue una distribución normal); α y γ son parámetros de tiempo de ajuste del almacén y tiempo de capacitación para el empleo respectivamente; e *I* es el nivel constante deseado de almacenaje. Las ecuaciones (1) y (2) son "extraordinariamente" similares. En cualquier caso una solución analíticamente limpia o mediante aproximación por cálculo numérico se puede hacer con la rapidez de cualquier software matemático, como por ejemplo el DERIVE.

¿Ahora bien, que tienen en común el estudio de la civilización maya, la mecánica vibracional, y el almacenaje-producción?

Los sistemas dinámicos

En efecto, los tres ejemplos anteriores son sistemas dinámicos. Los fenómenos que ocurren en la naturaleza son multifacéticos, interrelacionados y difíciles de entender. Para abordar estos fenómenos, hacemos abstracción de los detalles (los árboles) y nos concentramos en un gran cuadro (el bosque): que es un conjunto particular de características del mundo real o un conjunto de estructuras que subyacen en el proceso que conduce a los resultados observados. Los modelos son abstracciones de la realidad. Los modelos nos permiten enfrentar los resultados de la estructura y suposiciones dinámicas que hemos hecho de la realidad.

Ahora bien, lo anterior puede ser entendido, respectivamente, por el profesor de historia que estudia la civilización maya, por el físico que enseña la mecánica vibracional, y por el economista que estudia la producción y el stock, y actuar en consecuencia. Sin embargo, en este proceso de modelaje subyacen elementos inmutables, que no cambian sea cual sea el tipo de sistema dinámico que se quiera modelar. Y esto es lo que pretendemos. Deseamos romper el salto rápido entre el modelo mental, que pueda poseer el especialista, al razonamiento analítico que permite la reducción, la desintegración, y el aislamiento.

Para esto presentaremos la metodología utilizada por Jay Forrester, y nos apoyaremos en el software STELLA, para describir los elementos que subyacen en todo sistema dinámico.

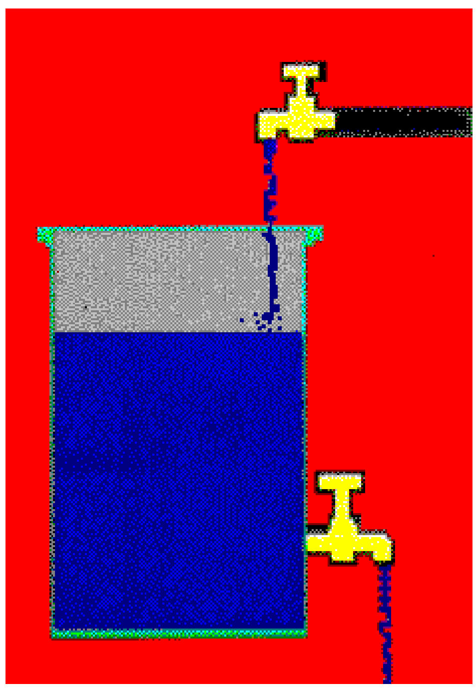


Figura 1

La Figura 1 nos muestra un sencillo sistema hidrodinámico, donde claramente el volumen de líquido varía a través del tiempo en virtud de los flujos de entrada y salida que actúan sobre el recipiente. Digamos entonces que el estado del sistema estará determinado por la cantidad de volumen de líquido del recipiente en cualquier instante de tiempo, esto es

V(t): Volumen de líquido en el instante *t*

y llamemos a esta función **variable de estado**. El flujo de entrada designémoslo por $F_e(t)$, y el de salida por $F_s(t)$, como función del tiempo, y digamos que serán las **variables de flujo**, esto es transmiten "liquido" (flujo material) a través del tiempo de manera que producen una dinámica en la variable de estado (cambio en el volumen). Por lo tanto podemos predecir la cantidad de volumen de líquido que habrá en un tiempo posterior, esto es

$$V(t+\Delta t) = V(t) + \text{lo que ocurre en } [t, t+\Delta t]$$

y lo que ocurre en $[t, t+\Delta t]$ es una entrada de flujo y una salida de flujo en un intervalo de tiempo de longitud Δt. De otra forma

$$V(t+\Delta t) = V(t) + (F_e(t) - F_s(t))\Delta t \qquad (3)$$

Y si entendemos el significado de esta sencilla ecuación dinámica, que entrega las causas de la variación del volumen, estamos a las puertas de los sistemas dinámicos, porque fundamentalmente es **todo el aparataje matemático que necesitaremos**.

Para quien no tenga experiencia en modelación dinámica el símil hidrodinámico entregado en la figura 1, no será otra cosa que un recipiente con líquido, y con un flujo de entrada y uno de salida; pero podemos anunciar que el recipiente representa una determinada ciudad cuya variable de estado es el número de habitantes, de modo que el flujo de entrada represente el número de nacimientos por unidad de tiempo, y el flujo de salida el número de muertes por unidad de tiempo.

Más que en las ecuaciones matemáticas, deseamos hacer hincapié en la diferencia entre una variable de estado y una variable de flujo: Debe quedar clara como la diferencia entre la cantidad de agua que está en el recipiente y el agua que está entrando al recipiente. Piense usted en lo siguiente: el déficit nacional y la deuda nacional. El déficit nacional es un flujo (el agua que cae dentro del recipiente por unidad de tiempo), y la deuda nacional es una variable de estado (es el agua que está dentro del recipiente, es la deuda acumulada). Tome nota de esta sencilla observación: Si reducimos el déficit **no reducimos el nivel de la deuda**: solo significa que las cosas van a empeorar a un ritmo más lento.

La Figura 1 la dibujaremos de otra forma mediante el software STELLA (Figura 2),

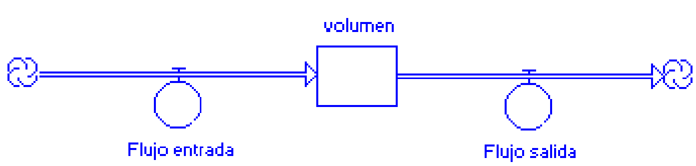


Figura 2

una vez dibujado nos entrega, de inmediato, las siguientes ecuaciones,

```
volumen(t) = volumen(t - dt) + (Flujo_entrada - Flujo_salida) * dt
INIT volumen = { Place initial value here... }
INFLOWS:
    Flujo_entrada = { Place right hand side of equation here... }
OUTFLOWS:
    Flujo_salida = { Place right hand side of equation here... }
```

De modo que obtenemos inmediatamente la ecuación dinámica (3), y además nos pide el volumen inicia de la variable de estado, y las fórmulas analíticas o valores de las variables de flujo.

Introduzcamos algo de complejidad, ¿cuando usted abre el grifo del lavabo no está presto a cerrarlo toda vez que el nivel del agua alcance un cierto nivel (o volumen) crítico? Esto es, la propia variable de estado realimenta a la variable de flujo. Supongamos entonces, que el valor de la variable de estado, a cada instante, entrega información a las variables de flujo. De modo que este hecho lo dibujamos en STELLA, y obtenemos la figura 3:

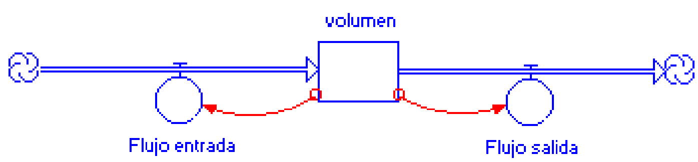


Figura 3

Las flechas que van desde la variable de estado a las variables de flujo están avisando que los valores de estas últimas dependerán analíticamente de la primera y reciben el nombre de **conectores**. Estos conectores entregan la información (que se puede considerar instantánea), y difiere claramente de una variable de flujo. repetimos: los conectores entregan información y las variables de flujo entregan "materia" a través del tiempo. De otra forma un flujo actúa en el tiempo, un conector designa que elemento entrega información (instantánea) a otro elemento.

Volvamos a pensar que el símil hidrodinámico representa una ciudad, con su gente, y los flujos son los nacimientos y las muertes, ¿no es natural decir, que hay un crecimiento poblacional del tanto por ciento respecto de la población ?, o haber escuchado de que el flujo de muerte fue del tanto por ciento respecto de la población actual. Como una primera aproximación, supongamos entonces, y esto lo podemos discutir con un demógrafo, que los flujos dependerán de ciertas tasas (posiblemente constantes), por lo que hay que introducirlas en el sistema e indicar que estas tendrán incidencia en el valor de las variables de flujo. Dibujamos esto en el STELLA, y obtenemos la figura 4:

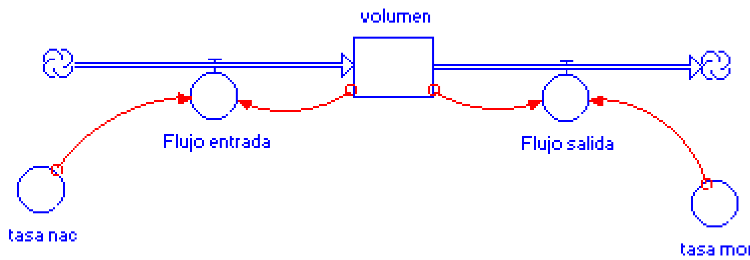


Figura 4

Introducimos, entonces, una variable que no es ni de estado ni de flujo, y que llamaremos **convertidor**. Estas nos indican que sus valores entregaran información (instantánea) a otros elementos del sistema **que no sean las variables de estado**. Esto último es importante: Una variable de estado no se altera en su "acumulación" por la información de otro elemento, ella es alterada únicamente por los flujos de entrada o salida que pueda tener.

Sigamos con nuestro símil hidrodinámico. Después de una amplia discusión, podemos concluir en una primera aproximación de que los flujos son proporcionales a la variable de estado, y que las constantes de proporción son justamente las respectivas tasas de nacimiento y mortandad, de modo que así se lo indicamos al software STELLA,

```
volumen(t) = volumen(t - dt) + (Flujo_entrada - Flujo_salida) * dt
INIT volumen = 1000
INFLOWS:
   Flujo_entrada = tasa_nac*volumen
OUTFLOWS:
   Flujo_salida = tasa_mor*volumen
tasa_mor = 0.010
tasa_nac = 0.012
```

donde además hemos entregado el valor inicial de la variable de estado, y los valores de las tasas de nacimiento y mortandad. Notemos que en rigor estamos planteando una ecuación diferencial (pero, claro, esto no nos incumbe por el momento ni es fundamental).

En lo anterior, se puede objetar, el hecho de que las tasas sean constantes. Nuestra experiencia nos dice de que las tasas, de nacimiento y muerte, pueden depender del valor de la variable de estado que tiene en un determinado momento. En rigor, que los valores de las tasas serán relaciones no-lineales del valor de la variable de estado. Si aceptamos esta hipótesis, hacemos la natural modificación en nuestro diagrama, y nos queda en la figura 5

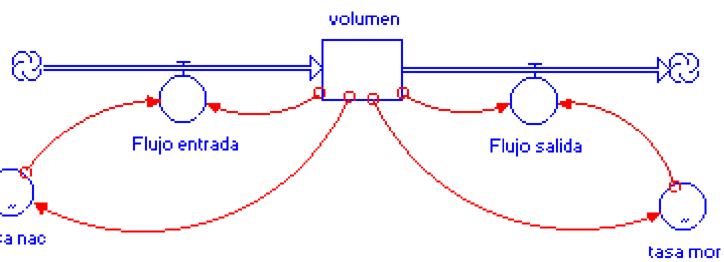
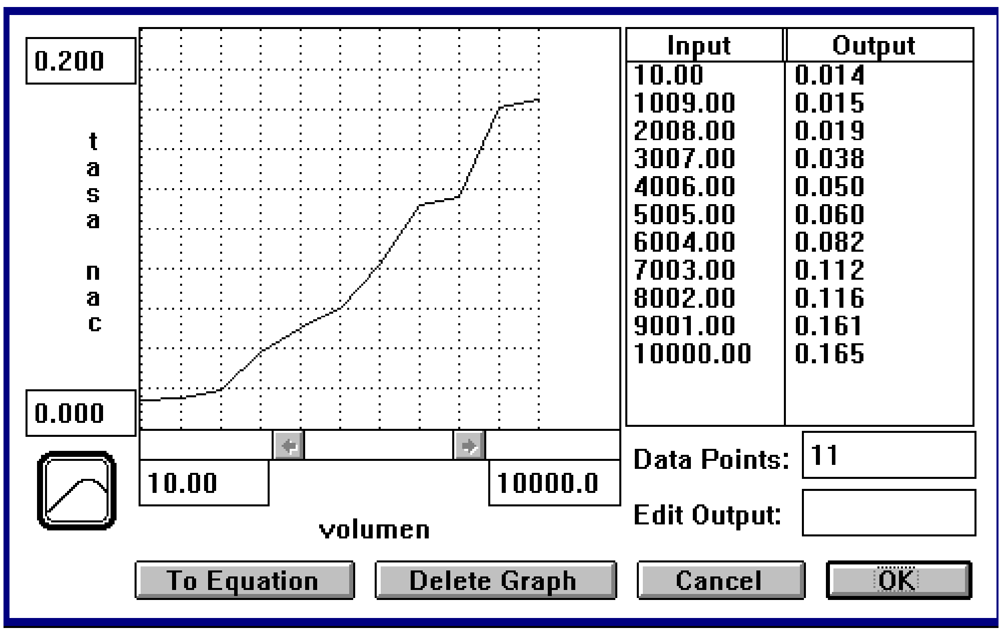


Figura 5

donde una eventual relación no-lineal de la tasa de nacimiento en función de la variable de estado volumen, puede ser



El sistema masa-resorte-freno

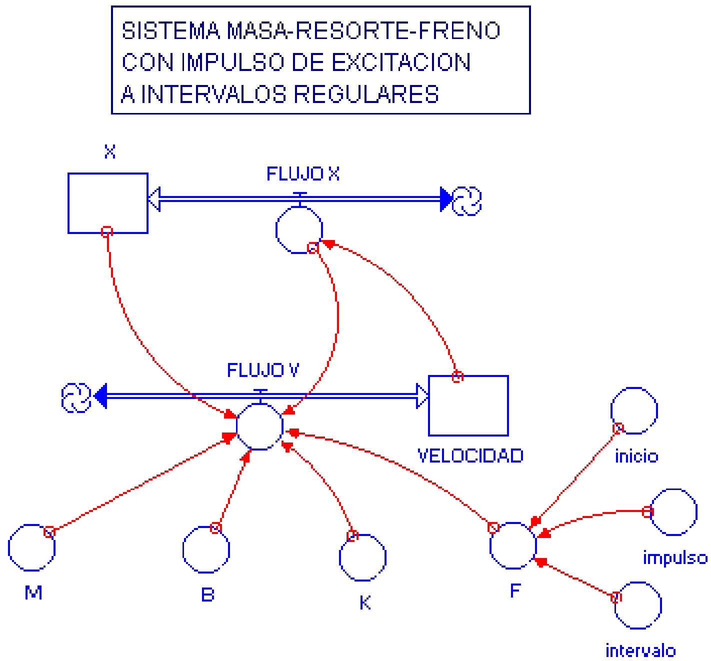
1. Un vehículo se desplaza porque se aplica velocidad, de otra forma si no hay velocidad no hay desplazamiento. En este sencillo ejemplo, la variable de estado es entonces la variable desplazamiento, el flujo de alimentación, o de entrada, a este desplazamiento, es la velocidad que imprimimos. De manera que la variable de flujo es la velocidad.

2. De nuevo en un vehículo, si no acelero (o desacelero) no tengo variación en la velocidad. De manera que puedo considerar a la velocidad como variable de estado, y a la aceleración como variable de flujo.

3. La aceleración que adquiere un cuerpo, se debe a la fuerza resultante que se ejerce sobre

dicho cuerpo; donde la fuerza resultante va a depender de una fuerza externa, y de ciertos coeficientes técnicos.

Independiente de su conocimiento de la física-matemática analice el siguiente diagrama:



Hamlet

La profesora Pamela Hopkins enseña Inglés en Desert View High School en Tucson, Arizona (no es profesora de matemática). Entusiasmo a sus estudiantes, con serios problemas de conducta, en el drama de Shakespear -empezó con Hamlet- con el siguiente modelo (ver figura 6). Concluya, como ella y sus alumnos, en el significado de las variables de estado y flujos. En este caso el comportamiento dinámico ocurre en las 20 escenas de la obra.

El señor de las moscas

Este modelo se basa en la obra homónima del escritor William Golding (premio nobel de literatura 1983). Y su modelación (figura 7) está siendo considerada para problemas de administración elaboradas por células autónomas de gestión. La evolución dinámica ocurre a través de los doce capítulos del libro.

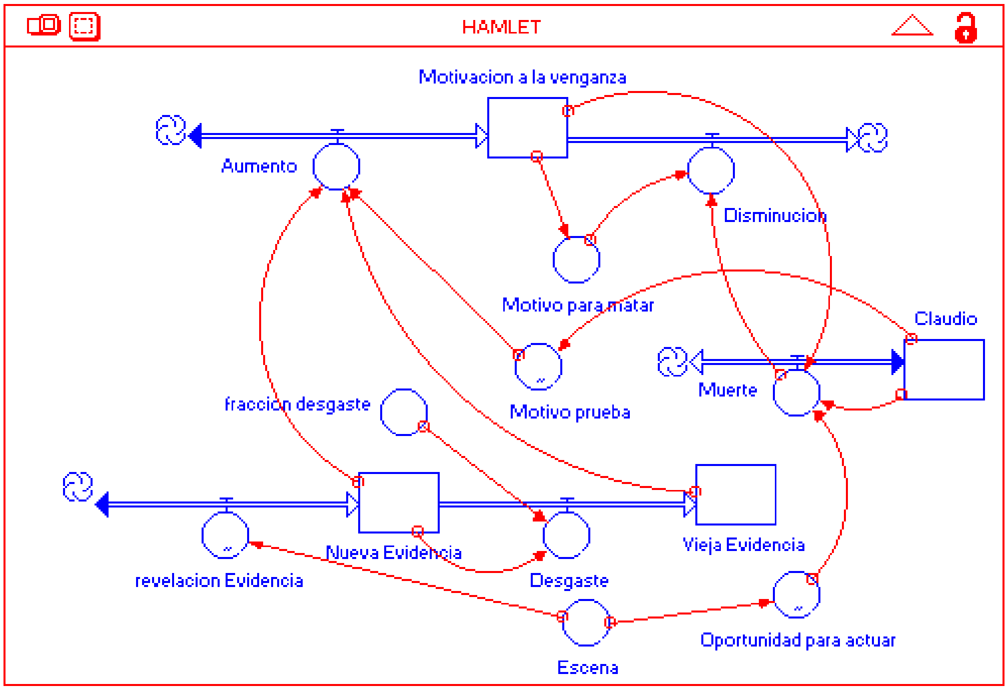


Figura 6

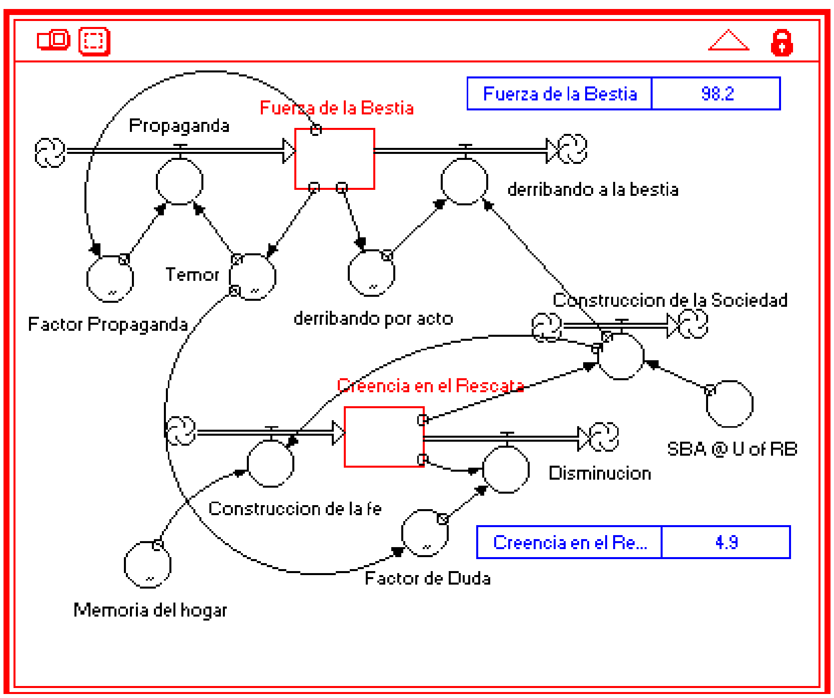


Figura 7

Conclusiones

Empecé enseñando sistemas dinámicos en una signatura ubicada en el último nivel de la carrera de Ingeniería Civil Industrial, en nuestra universidad, llamada precisamente Sistemas

Dinámicos y Modelación. El programa inicial se movía francamente en medio de un fuerte curso de Ecuaciones Diferenciales, con Transformada Geométrica y de Laplace incluida, y por lo general se trataban los ejemplo clásicos de sistemas de ingeniería, que eran bastante "académicos" (esto significa que todas las funciones involucradas eran maravillosamente buenas como para aplicar cualquier transformada, de modo de obtener un resultado analíticamente limpio), más algo de cálculo numérico (y esto ocurría cuando me alejaba de las funciones maravillosamente buenas), y una buena dosis de programación (por lo general en una planilla electrónica), porque -claro- había que modelar por lo menos un sistema. En conclusión, se trataba de otro curso fuerte de matemática y que entre ecuaciones diferenciales de alto orden, programación y cálculo numérico no llegábamos a ningún lado, esto quiere decir que no alcanzábamos a modelar una situación real y sencilla. De alguna manera aplique teoría de autómatas, como una ejemplo paradigmático de "evolución dinámica", en dicho curso.

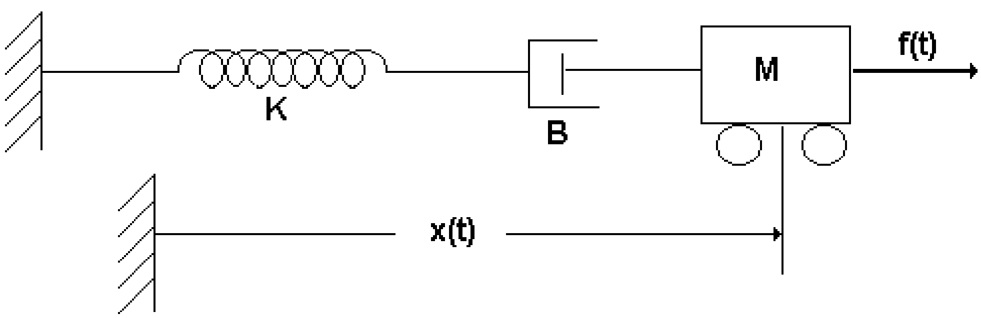
Buscando problemas y software de sistemas dinámicos en el mundo INTERNET, puse en un navegador la palabra "dynamic systems". Apareció persistentemente el nombre de Jay Forrester, seguido de System Dynamics in Education Project del MIT, System Dynamics Group, STELLA, ITHINK, Road Maps, y un largo etcétera de artículos. El primer artículo que lei fue *System Dynamics and Learner-Centered-Learning in Kindergarten through 12th Grade Education*; el segundo, *Counterintuitive Behavior of Social Systems*. Ambos de Jay Forrester. Debo decir que ambos artículos han inspirado (en algunos casos he citado casi textual algunas ideas) la introducción de esta ponencia.

Septiembre de 1997

El Sistema Masa Resorte Freno

Vamos a efectuar la modelación del sistema físico Masa-Resorte-Freno, mediante la técnica de Forrester. Es edecir llevaremos la clásica ecuación diferencial de la mecánica vibracional al lenguaje de Forrester, y de esta manera consolidar los conceptos de variable de estado y variable de flujo. Además en este caso particular del sistema masa-resorte-freno, veremos que una variable de estado puede considerarse, simultáneamente, como una variable de flujo (en lo que respecta a sus valores numéricos).

Observemos la siguiente filmina o transparencia



$$F(t) = \frac{d(Mv(t))}{dt} = Ma(t)$$

$$F(t) = M\, x''(t)$$

$$F(t) = f(t) - f_{resorte} - f_{freno} = M\, x''(t)$$

$$f(t) - K\, x(t) - B\, x'(t) = M\, x''(t)$$

$$M\, x''(t) + B\, x'(t) + K\, x(t) = f(t)$$

Ella describe el sistema masa-resorte-freno, y que es modelada por esta última ecuación diferencial. Existen refinadas técnicas en Ecuaciones Diferenciales que permiten resolverla, en especial se puede utilizar la Transformada de Laplace. Sin embargo nuestro interés es de utilizar el lenguaje de Forrester para su modelación. En este sistema físico trataremos de identificar las variables de estados.

Notemos que la relación entre velocidad y desplazamiento es la siguiente

$$x(t+\Delta t) \approx x(t) + x'(t)\,\Delta t$$

De modo que en este caso, la variable desplazamiento ocupa el papel de variables de estado, y la velocidad es la variable de flujo. Por otro lado la relación entre velocidad y aceleración está dada por

$$x'(t+\Delta t) \approx x'(t) + x''(t)\,\Delta t$$

De manera que ahora la velocidad es una variable de estado y la aceleración es su correspondiente variable de flujo. Finalmente la relación que existe entre la variable de flujo aceleración con las otras variables de estado (desplazamiento y velocidad), las constantes del sistema, y la fuerza de excitación, está dada por

$$x''(t) = \frac{1}{M}\left\{f(t) - B\,x'(t) - K\,x(t)\right\}$$

Con estas conclusiones estamos en condiciones de realizar el diagrama de Forrester, como lo indica la figura 1.

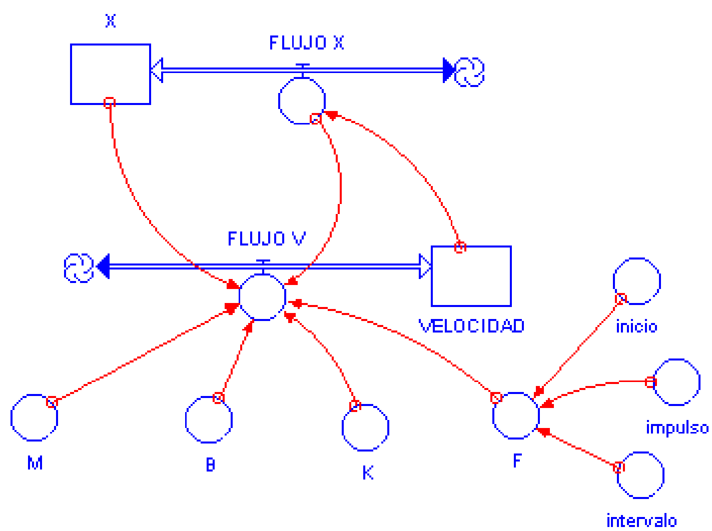


Figura 1

Las ecuaciones dinámicas se entregan a continuación

```
VELOCIDAD(t) = VELOCIDAD(t - dt) + (FLUJO_V) * dt
INIT VELOCIDAD = 1

FLUJO_V = (F-B*FLUJO_X-K*X)/M
X(t) = X(t - dt) + (FLUJO_X) * dt
INIT X = 0
```

```
FLUJO_X = VELOCIDAD
B = 1
F = pulse(impulso,inicio,intervalo)
impulso = 5
inicio = 0
intervalo = 5
K = 1
M = 1
```

Ahora vamos a estudiar el comportamiento del Sistema masa-resorte-freno, mediante sensibilidad en los parámetros *M, B,* y *K*, operando directamente en el modelo elaborado según la técnica de Forrester. Se considerará el sistema no-excitado, es decir la fuerza de excitación vale cero, y vamos a suponer que no hay fuerza de roce (movimiento armónico simple).

Este sistema (con B = 0) está modelado por la ecuación diferencial

$$M \frac{d^2 x(t)}{d t^2} = -K\, x(t)$$

La solución general de esta ecuación, como es sabido (lo suponemos), está dada por

$$x(t) = c_1 \cos \omega t + c_2 \operatorname{sen} \omega t$$

donde

$$\omega^2 = \frac{K}{M}$$

Y las dos constantes involucradas en ***x(t)*** se obtienen mediante las condiciones iniciales. Esta solución general es equivalente a

$$x(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi_0)$$

En este caso

$$c_1 = A \operatorname{sen} \phi_0$$
$$c_2 = A \cos \phi_0$$

Y además

$$A = (c_1^2 + c_2^2)^{1/2}$$

$$\phi_0 = tang^{-1} \frac{c_1}{c_2}$$

Nota importante: La combinación

$$x(t) = c_1 \cos\omega t + c_2 \operatorname{sen}\omega t \quad ,$$

es equivalente a

$$x(t) = a\, e^{i\omega t} + b\, e^{-i\omega t}$$

donde

$$c_1 = a + b$$
$$c_2 = i\,(a - b)$$

Ahora bien, compare estos resultados analíticos con lo que se pueden obtener, al manipular adecuadamente, algunas variables en el modelo de dinámico de la figura 1.

Vamos a estudiar ahora una oscilación del sistema frenado:

Un sistema masa resorte freno sin fuerza externa de excitación sabemos que está gobernado por la ecuación diferencial :

$$M \frac{d^2 x(t)}{d t^2} + B \frac{d\, x(t)}{d\, t} + K\, x(t) = 0$$

Para resolver esta ecuación diferencial ordinaria debemos recordar que necesitaremos dos soluciones linealmente independientes, donde "casi siempre" pueden ser escritas en la forma de exponenciales

$$e^{r\,t}$$

donde ***r*** satisface la ecuación característica

$$M\,r^2 + B\,r + K = 0$$

Las dos raíces de esta ecuación son

$$r = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4MK}}{2M}$$

de manera que el tipo de solución dependerá si las raíces son reales o complejas. Ahora bien, esto dependerá del valor del discriminante

$$B^2 - 4MK$$

$$B^2 > 4MK \quad \text{(Sistema fuertemente - frenado)}$$

$$B^2 < 4MK \quad \text{(Sistema debilmente- frenado)}$$

Pues bien, analice en el modelo dinámico de la figura 1 los valores de B, M y K que satisfagan ambas situaciones anteriores , y obtenga las conclusiones respectivas en la gráfica de evolución de la función desplazamiento.

La Contaminación de un lago

Supongamos que tenemos un lago de volumen constante, de manera que los flujos de entrada y salida son constantes (Vea la figura 1) .

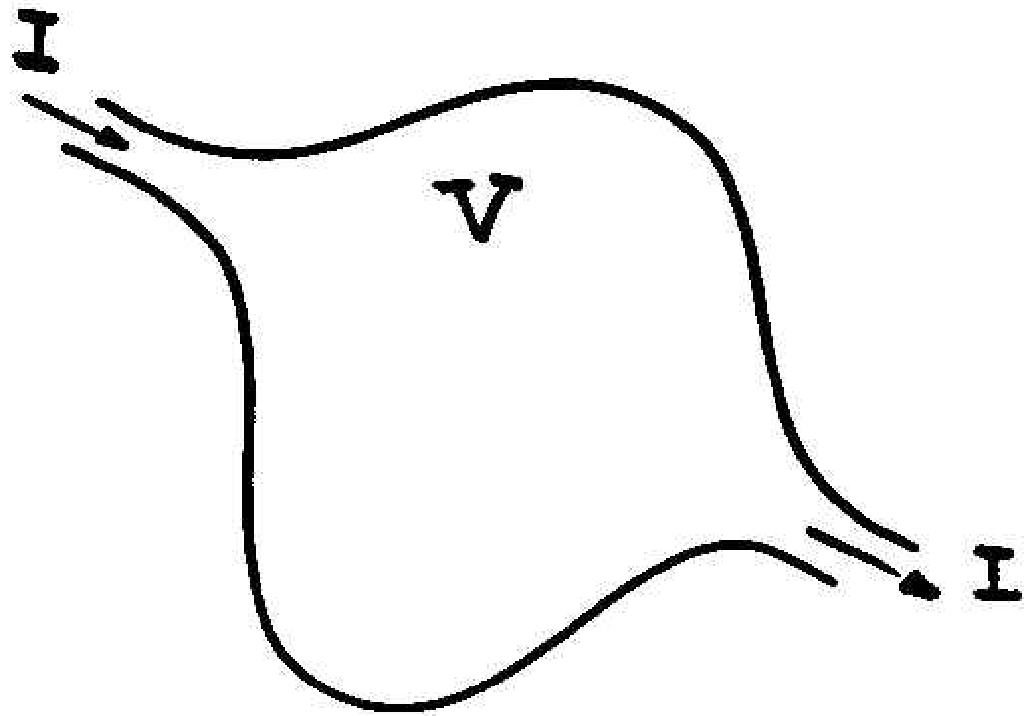


Figura 1

Supongamos que el lago ya se encuentra contaminado (alguien vertió polución desde una orilla del lago, por ejemplo), de manera que por el flujo de entrada solo fluye agua limpia, y es por el flujo de salida que sale agua contaminada. Vamos a suponer también, que la contaminación está distribuida homogéneamente por todo el lago, esto significa que todo punto del lago tiene la misma concentración de contaminante. Ahora bien, se desea estudiar la evolución dinámica de la concentración de contaminante en el lago con las hipótesis anteriores. Para esto, definamos las siguientes variables,

$$V \equiv \text{Volumen del lago } (m^3)$$
$$I \equiv \text{Flujo de entrada y salida del lago } (m^3/seg)$$
$$P(t) \equiv \text{Volumen de Polución del lago en el tiempo } t \ (m^3)$$
$$y(t) = \frac{P(t)}{V(t)} \equiv \text{Concentración de polución}$$

Es claro que para este problema, la variables de estado es el volumen de contaminante, que irá disminuyendo a través del tiempo en virtud de que el lago ya está contaminado y que la contaminación fluirá por el flujo de salida. Ahora bien, es claro que el flujo de contaminante que sale del lago será proporcional al flujo de salida, y el factor de proporción es justamente la concentración de polución.

Consideremos los siguientes datos numéricos:

$$V = 10^6 m^3$$

$$I = 1\frac{m^3}{seg} = 84600\frac{m^3}{días}$$

$$P(0) = \frac{3}{10}m^3$$

El diagrama de Forrester se presenta en la figura 2

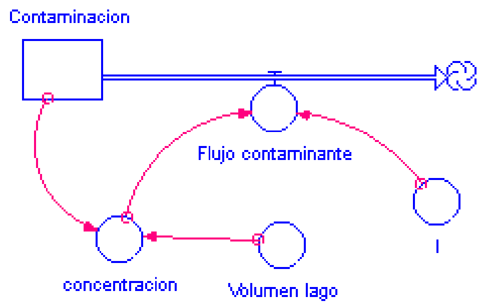
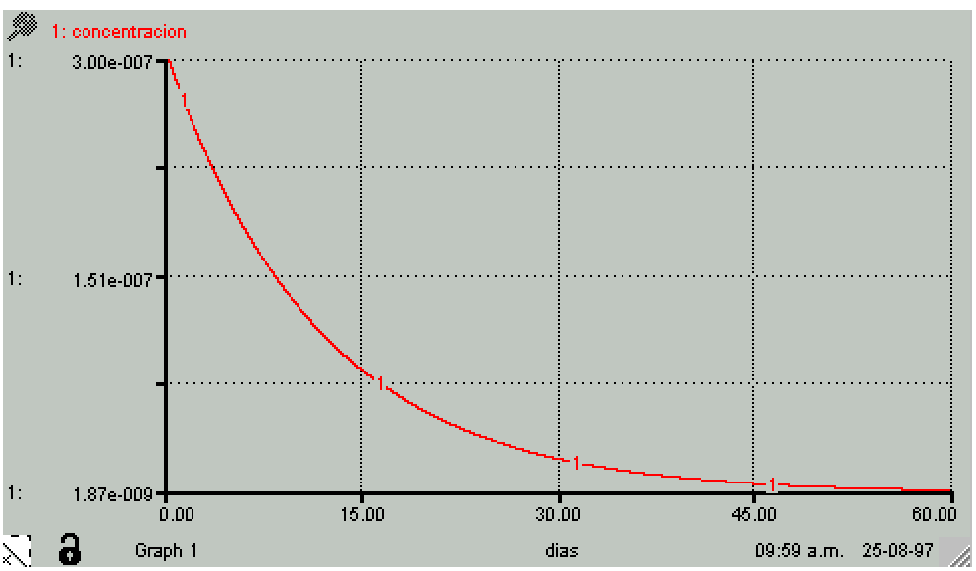


Figura 2

La evolución de la concentración de contaminación, así como las ecuaciones dinámicas se entregan a continuación,



Las ecuaciones dinámicas del modelo del lago son:

```
Contaminacion(t) = Contaminacion(t - dt) + (- Flujo_contaminante) * dt
INIT Contaminacion = 3/10 {metros cúbicos de contaminante}

Flujo_contaminante = concentracion*I {metros cúbicos de contaminante
por día}
concentracion = Contaminacion/Volumen_lago
```

```
I = 84600 {metros cúbicos por día}
Volumen_lago = 10^6 {metros cúbicos}
```

Podemos construir un segundo modelo algo más complejo: Suponga que para el mismo lago no existe polución. Sin embargo por el flujo de entrada al lago empieza a entrar polución (por culpa del vertido de una industria río arriba, por ejemplo) a una razón de concentración dada por la función:

$$r(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ 10^{-4} & 0 < t \le 10^{6} \\ 0 & 10^{6} < t \end{cases}$$

Es decir, esta vez existe flujo de alimentación (flujo de polución) para la variable de estado P(t). Se pide realizar un modelo dinámico para este problema.

La Contaminación de un río

Supongamos que un contaminante es arrojado en un determinado punto de un río, y nuestra intención es conocer como la concentración de polución cambia a través del tiempo y además queremos saber la evolución de la concentración en determinados puntos a lo largo del río abajo respecto del punto de contaminación. Se considera el tiempo y la distancia como variables independientes. ¿Cómo podemos diseñar un modelo que nos entregue información a través de la distancia y el tiempo simultáneamente?

Para resolver este problema establecemos una cadena de niveles de la polución representada por secciones conectadas a lo largo del río, digamos secciones 1, 2, 3, ... etcétera, y conectamos cada nivel con el siguiente mediante flujos controlados de transferencia F_1, F_2, F_3, ..., etc. El nivel representa el volumen de polución en cada sección y es medida en metros cúbicos de polución. Cada una de las variables de transferencia F_1, F_2, F_3, ..., etc. son controladas por un tiempo de permanencia T_1, T_2, T_3, ..., etc., que representa cuanto tiempo una molécula de contaminante y del volumen V que existe en esa particular sección. La cadena de niveles continua hasta que la longitud del río sea descrita con suficiente precisión. El nivel da la cantidad de polución en cada sección y en cualquier tiempo.

Supongamos sin perdida de generalidad, que el contaminante es arrojado en un punto de inyección inicial F_0 y que existen seis secciones del río de interés. El propósito del modelo es encontrar la cantidad de polución en cualquier sección y en cualquier tiempo. Podemos encontrar las concentraciones a diferentes distancias del punto de arrojo dividiendo la cantidad de polución en una sección por el volumen de agua en esa sección. El volumen de las secciones V_1 y V_2 están determinadas por la razón de flujo Q_1, que es la misma para las secciones 1 y 2 (por condiciones del problema). Después de la sección 2, esta razón de flujo cambia. Este cambio puede ser causado, por ejemplo, por cambios en el fondo del río o la presencia de algunos desniveles. El volumen de las secciones V_3, V_4, V_5 y V_6 está determinado por la razón de flujo Q_2.

La permanencia o tiempo de residencia T en cada sección es solo el volumen de esa sección dividida por el flujo de la misma sección. La relación volumen-flujo se supone que será determinada empíricamente y, en principio, variará en el tiempo en respuesta a cambios en la razón de flujo. Para simplicidad del modelo, sin embargo, vamos a suponer valores fijos para Q_1 y Q_2, y si este es el caso entonces cada V_i será constante. En efecto, sabemos que la relación entre flujo y volumen de manera general está dada por

$$V(t_1) = \int_0^{t_1} Q(t)dt$$

ahora si el flujo es constantes, esto es $Q(t) = Q$, se tiene que

$$V = V(t_1) = Q\int_0^{t_1} dt = Q \cdot t_1$$

y de esto se concluye que el tiempo de residencia es $t_1 = \frac{V}{Q}$.

A Cada sección le llamaremos UNO, DOS, ..., SEIS; los flujos serán denotados por F1, F2, ..., F6; los tiempos de residencia por T1, T2, ..., T6; las concentraciones para las secciones respectivas están dadas por CONC 1, CONC 2, ..., CONC 6; los flujos sobre el río están denotados por Q1 y Q2, de manera que Q1 está fija los volúmenes V! y V2, mientras que Q2 fija a V3, V4, V5 y V6.

Con este análisis usted estamos en condiciones de obtener el diagrama de Forrester (Figura 1) con las ecuaciones dinámicas y la evolución de las concentraciones de polución.

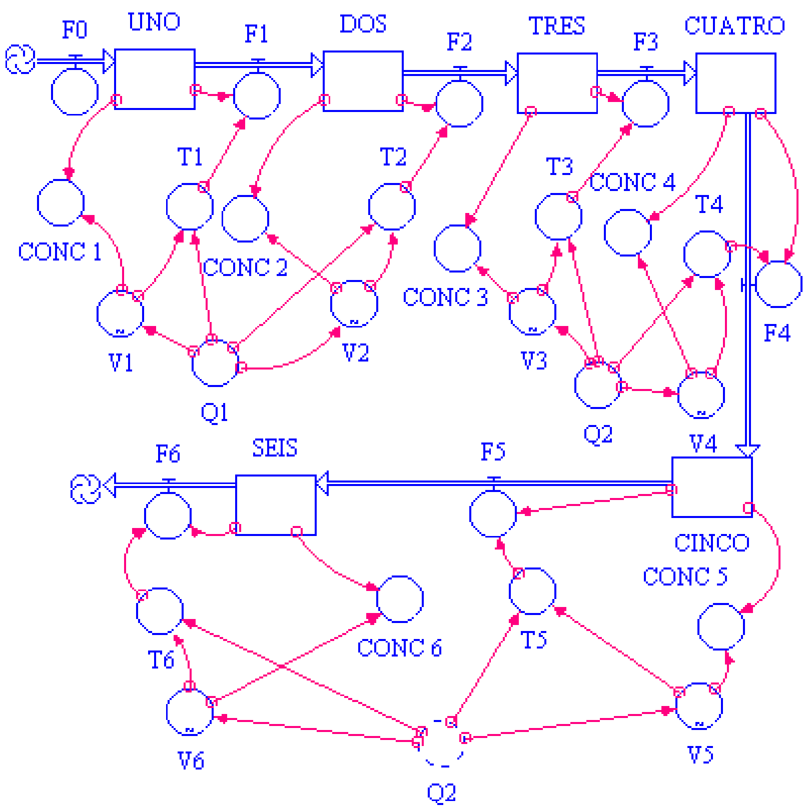
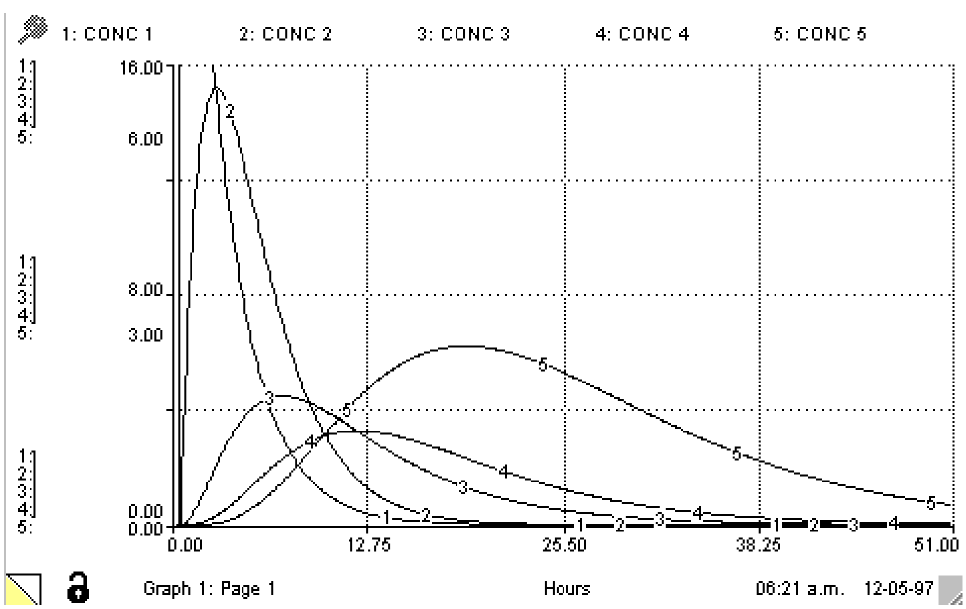


Figura 1



Ecuaciones dinámicas:

```
CINCO(t) = CINCO(t - dt) + (F4 - F5) * dt
INIT CINCO =  0  {Cubic Meters}

F4 =  CUATRO/T4  {Ejects 1/T1 th of its Volume into the Next Station
```

```
at Each Time Step; Cubic Meter per Minute}
F5 =  CINCO/T5  {Ejects 1/T1 th of its Volume into the Next Station at
Each Time Step; Cubic Meter per Minute}
CUATRO(t) = CUATRO(t - dt) + (F3 - F4) * dt
INIT CUATRO =  0  {Cubic Meters}

F3 =  TRES/T3  {Ejects 1/T3 th of its Volume into the Next Station at
Each Time Step; Cubic Meter per Minute}
F4 =  CUATRO/T4  {Ejects 1/T1 th of its Volume into the Next Station
at Each Time Step; Cubic Meter per Minute}
DOS(t) = DOS(t - dt) + (F1 - F2) * dt
INIT DOS =  0  {Cubic Meters}

F1 =  UNO/T1  {Ejects 1/T1 th of its Volume into the Next Station at
Each Time Step; Cubic Meter per Minute}
F2 =  DOS/T2{Ejects 1/T2 th of its Volume into the Next Station at
Each Time Step; Cubic Meter per Minute}
SEIS(t) = SEIS(t - dt) + (F5 - F6) * dt
INIT SEIS =  0  {Cubic Meters}

F5 =  CINCO/T5  {Ejects 1/T1 th of its Volume into the Next Station at
Each Time Step; Cubic Meter per Minute}
F6 =  SEIS/T6  {Ejects 1/T6 th of its Volume into the Next Station at
Each Time Step; Cubic Meter per Minute}
TRES(t) = TRES(t - dt) + (F2 - F3) * dt
INIT TRES =  0  {Cubic Meters}

F2 =  DOS/T2{Ejects 1/T2 th of its Volume into the Next Station at
Each Time Step; Cubic Meter per Minute}
F3 =  TRES/T3  {Ejects 1/T3 th of its Volume into the Next Station at
Each Time Step; Cubic Meter per Minute}
UNO(t) = UNO(t - dt) + (F0 - F1) * dt
INIT UNO =  0  {Amount of toxin in the first station; Cubic Meters}

F0 =  PULSE(100,DT,1000)
{Pulses toxin into the first station at the start of the run.
Injections can be made at various stations at various times. Cubic
Meters per Minute}
F1 =  UNO/T1  {Ejects 1/T1 th of its Volume into the Next Station at
Each Time Step; Cubic Meter per Minute}
CONC_1 = UNO/V1  {Cubic Meters of Pollutants per Cubic Meter of Water}
CONC_2 = DOS/V2  {Cubic Meters of Pollutants per Cubic Meter of Water}
CONC_3 = TRES/V3  {Cubic Meters of Pollutants per Cubic Meter of
Water}
CONC_4 = CUATRO/V4  {Cubic Meters of Pollutants per Cubic Meter of
Water}
CONC_5 = CINCO/V5  {Cubic Meters of Pollutants per Cubic Meter of
Water}
CONC_6 = SEIS/V6  {Cubic Meters of Pollutants per Cubic Meter of
Water}
```

```
Q1 = 1  {Cubic Meters per Minute}
Q2 = 1.6  {Cubic Meters per Minute}
T1 =  V1/Q1     {Dwell Time in Each Section; Minutes}
T2 = V2/Q1     {Dwell Time in Each Section; Minutes}
T3 = V3/Q2     {Dwell Time in Each Section; Minutes}
T4 = V4/Q2     {Dwell Time in Each Section; Minutes}
T5 = V5/Q2     {Dwell Time in Each Section; Minutes}
T6 = V6/Q2     {Dwell Time in Each Section; Minutes}
V1 = GRAPH(Q1 {Cubic Meters})
(0.00, 0.05), (0.167, 0.3), (0.333, 0.35), (0.5, 0.55), (0.667, 1.00),
(0.833, 1.80), (1, 2.80), (1.17, 4.60), (1.33, 6.80), (1.50, 8.25),
(1.67, 9.05), (1.83, 9.70), (2.00, 9.95)
V2 = GRAPH(Q1 (Cubic Meters})
(0.00, 0.00), (0.167, 0.7), (0.333, 1.15), (0.5, 1.50), (0.667, 1.75),
(0.833, 1.95), (1, 2.15), (1.17, 2.50), (1.33, 2.85), (1.50, 3.50),
(1.67, 4.85), (1.83, 7.90), (2.00, 10.0)
V3 = GRAPH(Q2 {Cubic Meters})
(0.00, 0.075), (0.167, 1.35), (0.333, 2.10), (0.5, 2.48), (0.667,
2.93), (0.833, 3.30), (1, 3.90), (1.17, 4.88), (1.33, 6.83), (1.50,
9.07), (1.67, 11.6), (1.83, 13.4), (2.00, 14.8)
V4 = GRAPH(Q2 {Cubic Meters})
(1.00, 0.00), (1.08, 2.03), (1.17, 3.38), (1.25, 4.73), (1.33, 5.93),
(1.42, 6.68), (1.50, 7.80), (1.58, 8.55), (1.67, 9.07), (1.75, 9.90),
(1.83, 12.3), (1.92, 14.0), (2.00, 15.0)
V5 = GRAPH(Q2 {Cubic Meters})
(0.00, 0.09), (0.167, 2.07), (0.333, 4.05), (0.5, 5.85), (0.667,
6.39), (0.833, 6.75), (1, 7.47), (1.17, 8.28), (1.33, 9.63), (1.50,
11.7), (1.67, 14.7), (1.83, 17.0), (2.00, 18.0)
V6 = GRAPH(Q2 {Cubic Meters})
(0.00, 0.1), (0.167, 1.20), (0.333, 1.40), (0.5, 2.10), (0.667, 2.70),
(0.833, 3.80), (1, 5.40), (1.17, 8.50), (1.33, 11.7), (1.50, 15.4),
(1.67, 17.4), (1.83, 18.2), (2.00, 19.8)
```

El modelo para Paipote (1994)

Introducción

El siguiente modelo entraña una historia interesante, en donde convergen los intereses de ciertos sectores de nuestra sociedad. Cuatro años ocurridos los hechos, que aquí se mencionan, es necesario darlos a luz para sus lecciones (y sus reflexiones).

Al inicio del año 1994, un funcionario del sector salud gubernamental local me pide que confirme los resultados de un estudio respecto de la interacción entre los niveles de contaminación debido a la Fundición Paipote, y los niveles de enfermedades respiratorios entre la población infantil. Los datos obtenidos en este estudio eran amplios y muy completos. Ahora bien, en virtud de la pronta llegada de las autoridades ministeriales, era necesario hacer la validación de manera urgente. Mi respuesta, al ver la ristra de formulas, fue de intentar, en forma independiente y con los datos a manos, llegar a una conclusión. Si ésta era la misma que el estudio anterior, no habría problema, se entendería como una revalidación de este último estudio. El problema sería si llegábamos a resultados disímiles. Debemos decir, que el resultado de dicho estudio, en definitiva, apuntaba a una alta correlación entre los niveles de contaminación y de enfermedades respiratorias en los niños de la región, más otros resultados colaterales, enmarcado en el análisis estadístico de los datos. Pues bien, fue aceptada mi proposición, lo cual implicaba, obviamente, tener a mano todos los datos obtenidos. Estos datos, que pasaron a ocupar un sector de nuestra red local, por decir lo menos, eran **candentes**. En efecto, la llegada de las autoridades de salud, más el estudio realizado sobre Paipote en relación a un plan de descontaminación, obedecía a un problema serio y sensible para la población regional, que incluían dimes y diretes en la prensa local. Con una simple mirada de estos datos y con un mínimo de responsabilidad, de quienes estábamos al tanto de éstos, entendíamos que se tenía una **bomba candente**, y que debíamos de ser muy cuidadosos.

El análisis que efectué confirmaba el estudio preliminar, desde el punto de vista estadístico. Ahora bien, la segunda tarea realizada fue la preparación de un "dossier" a las autoridades centrales para mayor aclaración pedagógica de la situación, a fin de evitar las complicadas ecuaciones estadísticas, y que finalmente fue expuesta por el funcionario local que me pidió el asesoramiento. Ahí terminó mi ayuda académica, junto a la devolución del "disco" de los datos candentes. Sin embargo le historia continuaría...

En efecto, a la semana de lo anterior me doy cuenta que había "quedado" una copia de los datos en nuestra red local. En ese entonces, me encontraba realizando un curso clásico de ecuaciones diferenciales, en la que debía incluir temas como la ecuación depredador-presa al estilo de Lotka-Volterra, y modelos simples de epidemias, por lo que decidí utilizar estos datos, sin darlos a conocer al exterior, y aplicarlos para la revalidación de ejemplos "académicos" para los modelos anteriores y ser presentados a mis alumnos. Mientras realizaba estas clases, fuera de los ventanales de nuestras clases persistían los "episodios críticos" de contaminación de Paipote a pesar del bullado plan de descontaminación, con los consabidos dimes y diretes en la prensa local. Yo me encontraba en una situación de espectador ante la película en que sabía los "trucos" de las escenas peligrosas; pero no podía intervenir con "mis datos", porque en un sentido estricto no me pertenecían. Sin embargo, en mi doble condición de profesor universitario e hijo de buen vecino de una ciudad contaminada, comento mis modelos de ecuaciones diferenciales y los obstinados datos que quedaron en la red local con mi colega Dr. Manuel Barahona. Y aquí empieza un episodio dinámico...

El Dr. Manuel Barahona en una prueba de Fundamentos de Matemáticas, en que se debe evaluar el ajuste de una curva parabólica según el método de los mínimos cuadrados, redacta la pregunta del siguiente modo: "Los **genios** del plan de descontaminación de Paipote estiman que..." y enseguida entrega unos pocos datos que deberían ajustarse a una parábola que en la forma coincide con la parábola de los "episodios críticos" del año 1993 en Paipote, aún cuando los datos que entrega en esa prueba eran ficticios y su finalidad era, insistimos, que se ajustara una parábola, que había quedado en la retina y en la mente del Dr. Barahona al mostrarle yo los "porfiados " datos que casualmente, también insisto, habían quedado en la red local. Esta prueba no terminó allí...

En efecto, la comentada prueba llegó a manos del gerente general de la Fundición Paipote de ese entonces. Estamos hablando del año 1995, si es que no lo he dicho. Este gerente general, envía una carta en duros términos a nuestro rector de la universidad, en que acusa al Dr. Barahona, y de alguna manera lo hace extensivo a la universidad, de "irónico" y falto de "precisión y rigurosidad científica". Y claro, llevaba razón en una de sus acusaciones, y en la otra se equivocaba de lleno. Nuestro rector nos llama a una reunión para aclarar la situación, en que participaban el irónico Dr. Barahona; el Dr. Mario Meza (*vea el colofón), como decano y jefe académico nuestro; y yo, como jefe directo del Dr. Barahona. Fue una reunión en que estaba en juego ciertas libertades de la actividad universitaria. En efecto, entendíamos la posición del gerente general que salía en defensa de su gente responsable del mentado plan de descontaminación, pero también estaba la posición de los cientos de niños que acudían a los consultorios infantiles y nuestra posición como miembros de una universidad. Se argumentaron varias cosas, que no es el caso analizarlas en este curso de sistemas dinámicos, pero sí es necesario referirnos a lo medular de la carta del gerente general.

Es claro que el Dr. Barahona fue irónico. Ante los "datos" que teníamos, que en definitiva era "saber la respuesta antes de preguntar" (que es la mejor definición de ironía) no había otra posición. Y eran estos mismos datos, y los dos estudios realizados en forma independientes, y que fueron expuestos a las autoridades centrales, los que nos daban la "precisión y rigurosidad científica"; nuestros modelos podían pecar de inexactitud, era posible, pero eran precisos. Por lo tanto nuestra posición era de no dar explicaciones, con una carta bajo de la manga en que si, por parte del gerente general, se insistía en que diéramos disculpas por la ironía, entonces sacaríamos a la luz los datos y los dos estudios realizados. No fue necesario...

A los dos días de esta reunión, se llega a un "episodio crítico" de niveles de contaminación jamás alcanzado, en que, como dato anecdótico, literalmente las madres con sus hijos que se encontraba en las cercanías de nuestra universidad tuvieron que refugiarse en nuestras oficinas. Era algo nunca visto. Colapsaron todos los centros de atención medica infantil. El gerente general de esa época, en una ironía del destino (o del Dr. Barahona) era cesado en su cargo por incapaz. Ahí terminó el episodio Universidad-Paipote, pero las clases continuarían...

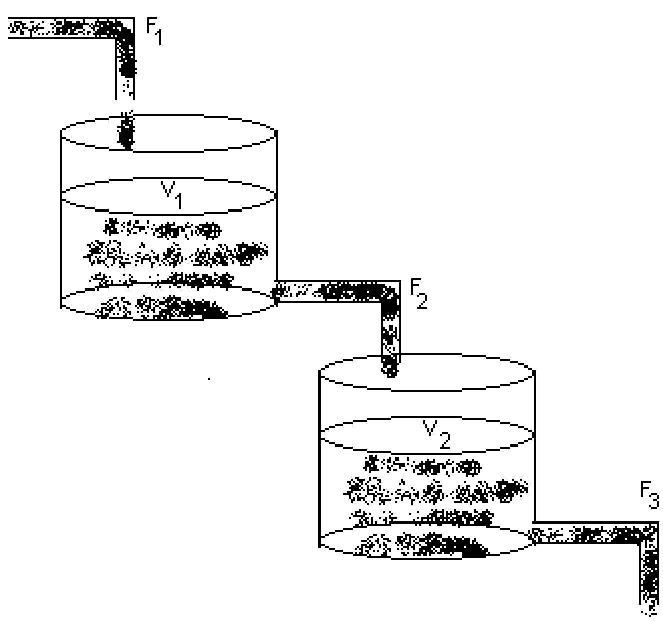
A mediados del año 1995, en mi curso de Dinámica de Sistemas, decido sacar a luz los modelos incipientes de la dinámica (sin revelar datos pero sí algunas gráficas, que en cualquier caso eran de mi propiedad) entre una fuente contaminante y la población infantil, en un curso en que la mayoría de los alumnos eran profesionales activos de la Fundición Paipote. Estos modelos, paradojalmente a pesar de su simpleza, eran nuevos para ellos, fueron discutidos y aceptados ante las porfiadas curvas de interrelación entre los niveles, y fueron evaluados. Desde entonces, este modelo incipiente de contaminación es un tema regular en los cursos de Dinámica de Sistemas.

A manera de colofón. El estudio realizado en forma precisa pero apresurada ante las llegadas de las autoridades en aquel año de 1994, junto a los datos, ha tenido varias incidencias, aparte de la ironía del Dr. Barahona. En efecto, ha servido de base para un estudio realizado por el profesor Wilson Rodriguez, *Valorización de los Efectos de la Contaminación Atmosférica sobre la Salud de la Población*; más una tesis de título de Ingeniería Civil Industrial con el título de *Valoración Económica de los Efectos sobre la Morbilidad de la Población producidos por la Contaminación de la Fundición Paipote* (1997), de Eric Arce y Rafael Figueroa.

Presentaremos ahora el clásico y sencillo modelo efectuado en 1994.

Un modelo sencillo de contaminación: Paipote (1994)

El sistema que veremos a continuación estudia la interacción entre dos subsistemas. La importancia de este ejemplo es que nos servirá para introducirnos al lenguaje de los diagramas de Forrester, que veremos más adelante. Antes de ir de lleno al problema veamos una generalidad, supongamos que se tiene el siguiente esquema:



Es claro que la variación de volumen de cada estanque (en función del tiempo) dependerá de los flujos de entrada y salida para cada estanque. En efecto

$$\frac{dV_1}{dt} = F_1(t) - F_2(t)$$
$$\frac{dV_2}{dt} = F_2(t) - F_3(t)$$

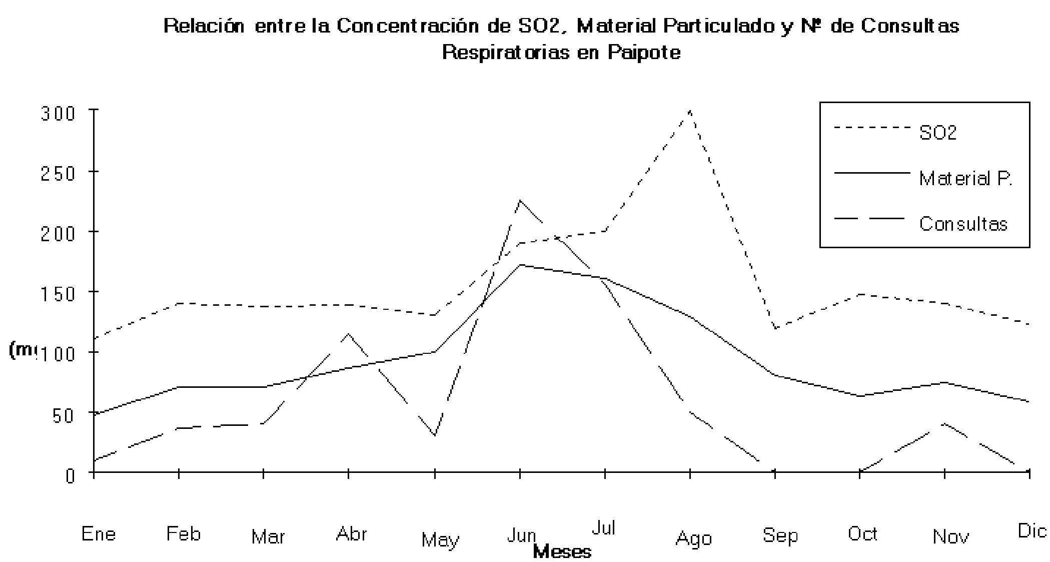
ahora bien, las funciones de flujo no necesariamente son independientes de los volúmenes de los estanques, en general, en los procesos naturales, estas funciones son retroalimentadas por los niveles pertinentes de cada volumen. Luego podemos inferir que las funciones de flujo dependen de los volúmenes de cada estanque, esto es

$$F_i = F_i(V_1(t), V_2(t)) \quad i = 1,2,3$$

Luego el sistema diferencial queda como:

$$V_1'(t) = H(V_1(t), V_2(t))$$
$$V_2'(t) = G(V_1(t), V_2(t))$$

Ahora vamos a presentar un modelo de contaminación, más sencillo de lo que indican las ecuaciones anteriores, pero de tal modo que para saber la dinámica del segundo estanque es necesario conocer la dinámica del primero. Veamos algunos antecedentes, el siguiente cuadro representa gráficamente la relación muestral que existe entre la polución emanada en Paipote (SO_2 y material de partículas respirables) y el número de niños atendidos por problemas de tipo respiratorio.



Supongamos que $y_p(t)$ denota la concentración de SO_2, en la región de Paipote o en un sector específico de ella, de tal forma que es uniforme. El problema consiste en presentar un modelo aceptable que nos entregue la función $y_p(t)$ (y una manera de probar que es aceptable es que se ajuste de buena manera a lo observado). Supongamos que esto lo hemos conseguido. Ahora bien, nuestro segundo subsistema es la población infantil de la localidad de Paipote, que vamos a suponer es constante, digamos N. Definamos por $P(t)$ el número de niños que acuden al consultorio por síntomas de enfermedad en el instante *t*. No es aventurado suponer que la tasa de contagio por enfermedades respiratorias se debe a la concentración de polución $y_p(t)$ puesto que el gráfico anterior así parece indicarlo. Luego si denotamos la tasa de contagio por $\alpha(t)$, entonces

$$\alpha(t) = \alpha\, y_p(t)$$

con esto podemos deducir que el número de contagiados en el instante $t + \Delta t$ es

$$P(t + \Delta t) = P(t) + \alpha y_p(t)\,(N - P(t))\,\Delta t$$

donde $N - P(t)$ es el número de no enfermos en el tiempo *t*. Luego

$$\frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t} = \alpha y_p(t)\,(N - P(t))$$

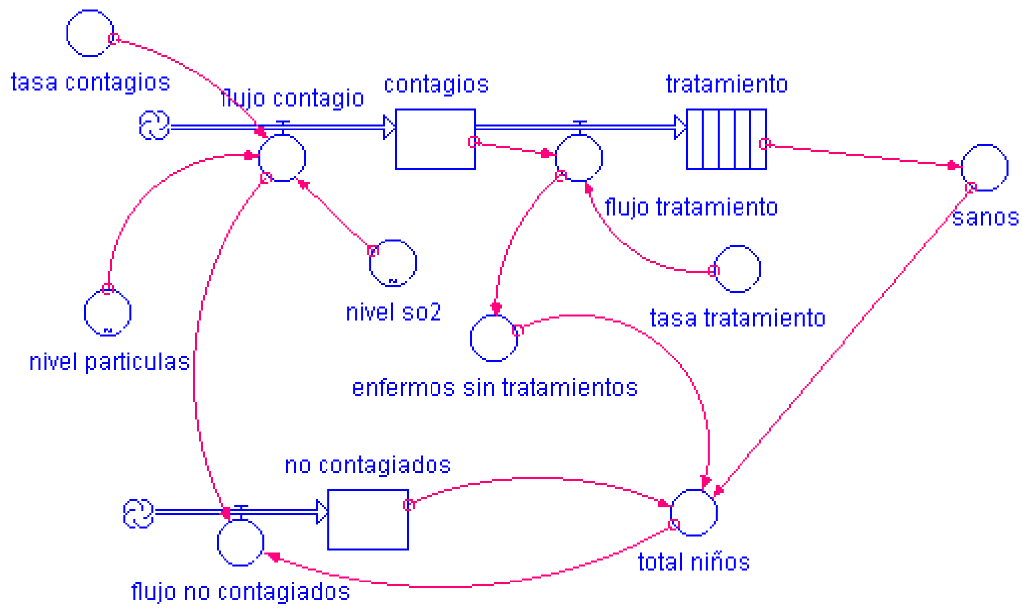
y haciendo $\Delta t \to 0$ se tiene que

$$P'(t) = \alpha y_p(t)\,(N - P(t))$$

ahora si dividimos por N esta ecuación diferencial queda como

$$y'(t) = \alpha\, y_p(t)(1 - y(t))$$

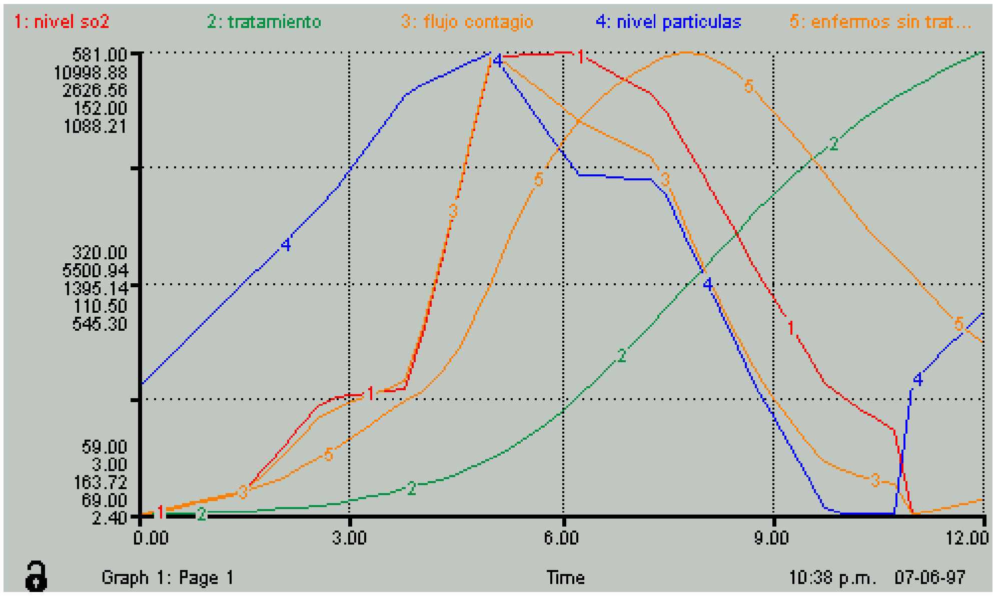
Y este sería una primera aproximación para el cálculo de la proporción de niños enfermos producto de la polución. La resolución de esta ecuación diferencial no es complicada. Varios alumnos trataron este modelo, y más aún lo mejoraron. A continuación se presenta un modelo mejorado, bajo el ambiente Stella.



Ecuaciones dinámicas:

```
contagios(t) = contagios(t - dt) + (flujo_contagio -
flujo_tratamiento) * dt
INIT contagios = 10

flujo_contagio = nivel_particulas*nivel_so2*tasa_contagios


flujo_tratamiento = tasa_tratamiento*contagios
no_contagiados(t) = no_contagiados(t - dt) + (flujo_no_contagiados) *
dt
INIT no_contagiados = 997

flujo_no_contagiados = total_ni-os-flujo_contagio
tratamiento(t) = tratamiento(t - dt) + (flujo_tratamiento) * dt
INIT tratamiento = 3
    TRANSIT TIME = 1
    INFLOW LIMIT = INF
    CAPACITY = INF

flujo_tratamiento = tasa_tratamiento*contagios
enfermos_sin_tratamientos = flujo_tratamiento*.6
sanos = tratamiento
tasa_contagios = .03
tasa_tratamiento = .4
total_ni-os = no_contagiados+sanos+enfermos_sin_tratamientos
nivel_particulas = GRAPH(COUNTER(1,12))
(0.00, 80.0), (1.20, 95.0), (2.40, 110), (3.60, 125), (4.80, 145),
(6.00, 152), (7.20, 130), (8.40, 129), (9.60, 96.0), (10.8, 69.0),
```

```
(12.0, 69.0)
nivel_so2 = GRAPH(COUNTER(1,12))
(0.00, 54.0), (1.20, 60.0), (2.40, 81.0), (3.60, 189), (4.80, 201),
(6.00, 576), (7.20, 582), (8.40, 528), (9.60, 360), (10.8, 201),
(12.0, 141)
```



Colofón: en la actualidad (1999) el Dr. Mario Meza y el Dr. Manuel Barahona son Rector y Vicerrector, respectivamente, de la UDA.

El Problema del Bar y El Señor de las Moscas

Una aproximación matemática y sociológica en el relajo de las coerciones institucionales, para la búsqueda de modelos de células autónomas de gestión en la Administración

Eliseo Martínez H., **Benjamín Chacana P., Nelson Nuñez V.**

Introducción

El presente artículo se basa en dos noticias: una buena y otra mala; la primera, debida a Brian Arthur que apareció en el artículo *Inductive Reasoning, Bounded Rationality and the Bar Problem*, en American Economic Review (Mayo, 1994); y la segunda noticia mala aparece en el libro *El señor de las moscas* donde se entrega el comportamiento "grupal" de una treintena de niños abandonados en una isla, donde no está la presencia directa de los mayores, y tratan de construir una sociedad basado en los pocos recuerdos de la civilización, y la decreciente esperanza en el rescate, mientras día a día surge el "poder de la bestia", que no es otra cosa que la emergencia de los instintos salvajes cuando las normas coercitivas empiezan a desaparecer.

Adelantamos que el marco matemático que se requiere es elemental y se utilizará la intuición más que la formalidad, sin dejar de lado la rigurosidad. La presentación de estos modelos, se espera, permitirá un aporte a la comprensión del comportamiento de los agentes ante situaciones complejas de administración.

Las Buenas Noticias

En el artículo citado de Brian Arthur, se postula que ante un problema económico (o de otra índole), que está **débilmente definido**, esto es sin información completa, los agentes que deben tomar una decisión, y sin conocer las decisiones del resto, dan origen a una complejidad dinámica. Esta complejidad nace del mismo hecho de poca información, solo se conoce las anteriores decisiones, y esto obliga a la toma de decisiones "subjetivas", basadas en modelos mentales o "hipótesis". Ahora bien, toda vez que se activa una hipótesis o un determinado modelo mental, esta se seguirá utilizando en tanto y en cuanto siga dando resultados en el logro de lo que se quiere conseguir, si esta hipótesis "activa" empieza a fallar se deshecha por otra que sí se piensa tendrá éxito. Dando como resultado una evolución dinámica conocida como las **"esperanzas temporalmente satisfechas"**, y que en rigor corresponde a un razonamiento inductivo en contraposición a la racionalidad deductiva, que en el marco de los problemas económicos complejos o débilmente definidos, se caracteriza por ser acotada.

Recordemos que el tipo de racionalidad que normalmente asumen los economistas -perfecta, lógica, racionalidad deductiva- es útil en la generación de problemas teóricos, donde por ser teóricos se suponen una serie de restricciones o información adicional, lo que conlleva a un señorío en la deducción de la búsqueda de los equilibrios estables.

Existen dos razones para echar abajo la racionalidad deductiva o perfecta bajo complicación. La primera, que es obvia, nos dice que más allá de un cierto nivel de complicación, nuestro aparato lógico cesa de combatir -nuestra racionalidad es acotada. La segunda, es que en situaciones interactivas de complicación, los agentes pueden no confiar en que los otros agentes, con los que están tratando, actúen bajo una racionalidad perfecta, y así estén forzados a adivinar su comportamiento. Esto les conduce a un mundo de creencias subjetivas, y creencias subjetivas de creencias subjetivas. Las suposiciones objetivas, bien-definidas, dejan de aplicarse. A la vez, el razonamiento deductivo, racional -que deriva a una conclusión por un proceso de lógica perfecta que viene de premisas bien-definidas- no puede aplicarse. El problema llega a ser débilmente-definido.

Los economistas, por supuesto, están familiarizados con esto. La cuestión en economía no es saber cuando la racionalidad perfecta trabaja, sino más bien qué poner en su lugar. ¿Cómo modelamos la racionalidad acotada en teoría económica? Muchas ideas han sido sugeridas en la pequeña pero creciente literatura sobre racionalidad acotada; pero todavía no hay mucha convergencia entre ellas. En las ciencias del comportamiento esto no es el caso. Los sicólogos modernos están en un razonable acuerdo de que en situaciones complicadas o débilmente-definidas, los humanos usan métodos de razonamientos característicos y predectibles. Estos métodos no son deductivos, sino que *inductivos*.

En lo que concierne a los grupos bajo la denominación de células autónomas, donde suponemos que tomarán decisiones con información débil, se presentará la modelación propuesta por Brian Arthur, conocida como el Problema del Bar, y haremos la cita textual del artículo de Arthur:

"Consideremos un problema que construiré para ilustrar el razonamiento inductivo y como puede ser modelado. *N* personas deciden independientemente cada semana si van o no a un bar que ofrece entretenimiento en una determinada noche. Por simplicidad, supongamos *N* igual a 100. El espacio es limitado, y la velada será agradable si las cosas no son demasiadas tumultuosas -específicamente, si hay menos del 60% de los 100 posibles que se pueden presentar. No hay manera de saber cuanta gente irá, además una persona o agente: *irá* -estimándolo valioso el ir- si él espera que menos de 60 personas irán al bar, o *permanecerá en casa* si él espera que 60 o más irán al bar. No es necesario ver la diferencia de utilidad entre sobre y bajo los 60. Las elecciones no son afectadas por visitas previas; los agentes no se coluden o no tienen comunicación previa; y la única comunicación accesible es el número de personas que fueron la semana pasada. El lector puede reconocer este problema como una aplicación de la cena nocturna sin mucho tumulto, y a otros problemas de coordinación con restricciones de espacio. Es de interés la dinámica del número que se atiende semana a semana.

Notemos dos características interesante de este problema. Primero, si hubiese un modelo obvio de modo que todos los agentes pudiesen usar para predecir el número esperado y basar su decisiones en consecuencia, entonces una solución deductiva podría ser posible. Pero este no es el caso. Dado el números de atenciones en el pasado reciente, un gran número de modelos expectativos pueden ser razonables y defendibles. Entonces, no conociendo cual modelo los otros agentes pueden seleccionar, un agente en particular no puede elegir el suyo de una manera bien definida. No existe una solución racional bien definida -no hay un modelo expectativo "correcto". Desde el punto de vista de los agentes, el problema es débilmente-definido y ellos son empujados dentro de un mundo de inducción.

Segundo, y es diabólico, cualquier grupo de expectaciones se rompe: Si todos creen que *pocos* irán, *todos* irán. Pero se debería invalidar esta creencia. Similarmente, si todos creen que *muchos* irán, *nadie* irá, invalidando esta creencia. Esta es una reminiscencia del famoso comentario del Oso Yogi, "Oh, este lugar está tan lleno, que nadie vendrá nunca más." Esperanzas que será forzada a diferir.

En esta etapa, invito al lector a una pausa y ponderar como la asistencia se comportará dinámicamente a través del tiempo. ¿Convergerá? y si es así ¿adónde?, ¿llegará a ser caótico? ¿cómo pueden hacerse predicciones?"

Ahora bien, Brian Arthur presenta un modelo dinámico relativamente simple, donde demuestra que estos agentes económicos basan su decisión sobre un conjunto de predictores, y probablemente cada agente tendrá diferentes conjuntos de predictores, y estos predictores van siendo realimentados conforme se vaya viendo la evolución de la asistencia de cada jueves al Bar (recuerde que esta es la única información disponible para todos los agentes). Y es así que cada agente opera con su hipótesis activa o predictor que mejor le da resultado, ahora si esta falla la deshecha por otro predictor. Podemos notar que cada agente, ante este problema débilmente definido, se armará de un conjunto de predictores basados en modelos subjetivos, por ejemplo si la información de la asistencia al Bar en las últimas 14 noches de cada jueves ha sido

...44 78 56 15 23 67 84 34 45 76 40 56 22 35

un conjunto particular de hipótesis o predictores para un agente puede ser el siguiente

H1: la misma que la semana anterior

H2: establezco el promedio (parte entera) de las últimas cuatro noches

H3: si la asistencia a la última noche fue menor que el 60% entonces voy, y viceversa

H3: la misma que tres noches anteriores

...

H21: irán 80 personas

Pues bien al realizar un experimento computacional bastante simple como se indica textualmente en el citado artículo, se obtendrá un resultado sorprendente:

"Para muchos conjuntos de hipótesis, analíticamente esto parece ser una cuestión difícil. De modo que en lo que sigue procederé por experimentación computacional. En el experimento, para generar hipótesis, primero crearé una "sopa alfabética" de predictores, en la forma de varias docenas de predictores focales replicados muchas veces. Entonces aleatoriamente saco *k* (digamos 6 o 12 o 23) de estos para cada uno de los agentes. Cada agente entonces posee *k* predictores personales o hipótesis de "ideas" que puede usar. No necesitamos preocuparnos de los predictores inútiles que enlodarán el comportamiento. Si los predictores no "trabajan" ellos no serán usados; si ellos trabajan se seguirá con ellos adelante. Dando condiciones de partida y el conjunto fijo de predictores accesible a cada agente, en este problema las futuras precisiones de todos los predictores está predeterminada. La dinámica en este caso es determinística.

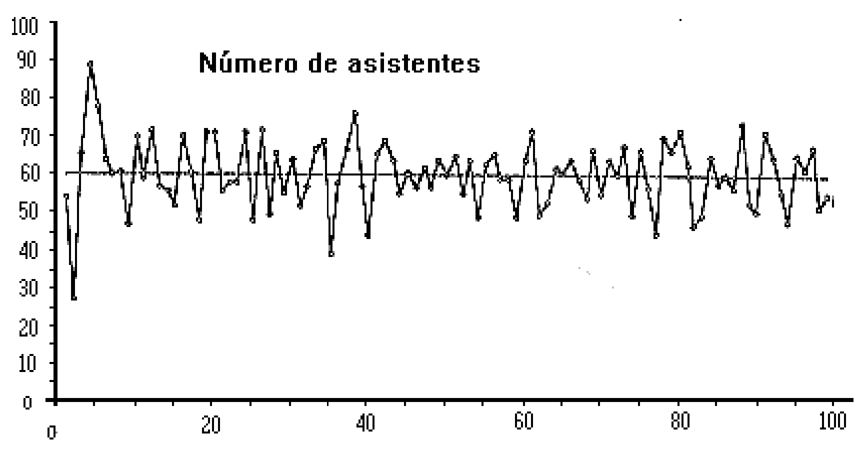


Figura 1

El resultado, en efecto, es sorprendente y nos entrega las buenas noticias: emerge una "ecología natural" que se mueve en promedio alrededor del 60% de asistencia y las predicciones se mueven en un radio de 60/40 (Ver Figura 1). Los resultados de estos experimentos son interesantes. Donde los predictores de indicadores de ciclos se presentan, estos son rápidamente desechados de modo que no existen ciclos persistentes. (Si varias personas esperan que muchas vayan porque fueron muchas tres semanas atrás, ellas se quedarán en casa.) Pero lo interesante es que la asistencia media converge siempre a 60. En efecto, los predictores se auto-organizan en un patrón de equilibrio o "ecológico" en el cual de los predictores activos, aquellos más precisos y por ende los más activos, en promedio el 40% predicen sobre el 60, y el 60% bajo el 60. Esta ecología emergente es casi orgánica en la naturaleza. Mientras la población de predictores activos se mueven dentro de un radio promedio de 60/40, sus miembros mantienen sus cambios para siempre. Esto es algo como un bosque cuyo contorno no cambia, pero los individuos que son los árboles sí lo hacen. Estos resultados aparecen en todos los experimentos, robusto a los cambios en los tipos de predictores y en los números asignados.

Ahora bien, si extrapolamos estas buenas noticias, podríamos decir que si se constituyen grupos o células autónomas, donde no existe una red eficiente de comunicación, o no hay interés en la comunicación (posiblemente por diversidad de intereses), pero el objetivo o meta a alcanzar está claramente establecido (en el caso del Bar "iré en cuanto no vaya más del 60% de la gente, y me quedo en casa en cuanto vaya más del 60% de la gente"), entonces el logro de los objetivos se cumplirá en promedio. Y esto es esperanzador.

Las Malas Noticias

Las malas noticias provienen del autor inglés William Golding (Premio Nobel 1983), y la presenta en su obra el Señor de las Moscas. "El escenario de esta obra -una treintena de muchachos, que se ven forzados a organizar su existencia en una pequeña isla desierta- nos plantea el terror y el deseo de dominación que se exacerba cuando desaparecen las normas aprendidas y surgen los instintos latentes bajo las costumbres civilizadas. *El señor de las moscas* es una portentosa novela que se presta a lecturas diversas e incluso opuestas. Para unos, la parábola ilustra la tesis de los etólogos que sitúan la agresividad criminal entre los instintos básicos del hombre; para otros, por el contrario, es una requisitoria moral contra una educación represiva que no hace sino preparar las brutales explosiones de barbarie que afloran cuando se relajan las coerciones institucionales de las sociedades basadas en la dominación y la violencia."

En este caso diríamos que la treintena de muchachos componen una célula autónoma, sin un objetivo claro más que la fuerte esperanza inicial, establecida en el capítulo 1 (la obra consta de 12 capítulos), de ser rescatados. Sentimiento que es reforzado por el recuerdo del hogar. Y es así que al principio se genera una organización similar a la aprendida con los adultos ("Lo hicimos bien al principio -dijo Ralph-, antes de que las cosas...", dirá el líder en el último capítulo), con normas de reglamentación en cuanto al aseo, fabricación de cabañas, manutención de una señal de humo, etcétera. El temor que nace ante la falta de paradigmas es generado por los más pequeños, los *peques*, que dan origen a la **Bestia**, y este temor hace mella creciente en los más grandes y a la vez pone en duda la *creencia en el rescate.* De manera que va creciendo la **Fuerza de la Bestia**, fuerza que se intenta disminuir mediante la *construcción de una sociedad*, que a su vez está basada en la *creencia en el rescate*. De manera que se presenta una lucha, desarrollada a través de los 12 capítulos, entre la fuerza de la bestia y la creencia en el rescate.

La tesis planteada por Golding es que fatalmente triunfará la fuerza de la Bestia, y estas son las malas noticias. Sin embargo, esta situación se puede modelar con la técnica de los Sistemas Dinámicos.

Los sistemas dinámicos nos permiten ver la interacción entre los elementos que conllevan a que el sistema tome tal o cual valor de estado. De manera que si conocemos como es esta interacción, es posible modificar algunos comportamientos para obtener un determinado resultado. Recordemos que los sistemas sociales y económicos son por lo general complejos, donde las relaciones de interacción son no-lineales, y donde los elementos de causa y efecto no necesariamente deben estar en el mismo espacio y tiempo; y si no entendemos las sutiles interacciones de un sistema y de todas manera tomamos una decisión, por lo general aparecerán resultados contra-intuitivos, o no deseados.

En el modelaje del Señor de las Moscas, aún aceptando la tesis de las malas noticias de William Golding, podemos revertir la situación, y eliminar la Fuerza de la Bestia, y esto es, repetimos, gracias a la modelación dinámica. La herramienta que utilizaremos es el software STELLA (o también el ITHINK), y se utilizan las variables clásicas: variable de **estado** (que indica el estado del sistema, y puede medir valores numéricos y cualitativos), la variable de **flujo** (que es la transmisión de flujo que origina la dinámica en las variables de estado), los **convertidores** (que son las variables que reciben información de las variables de estados para comunicarlas de preferencia a los flujos, en el caso de ser endógenas), y los **conectores** (que son los encargados de entregar la información, si corresponde, entre los elementos del sistema). A continuación presentamos el Diagrama (de Forrester) que modela el Poder de la Bestia (Figura 2)

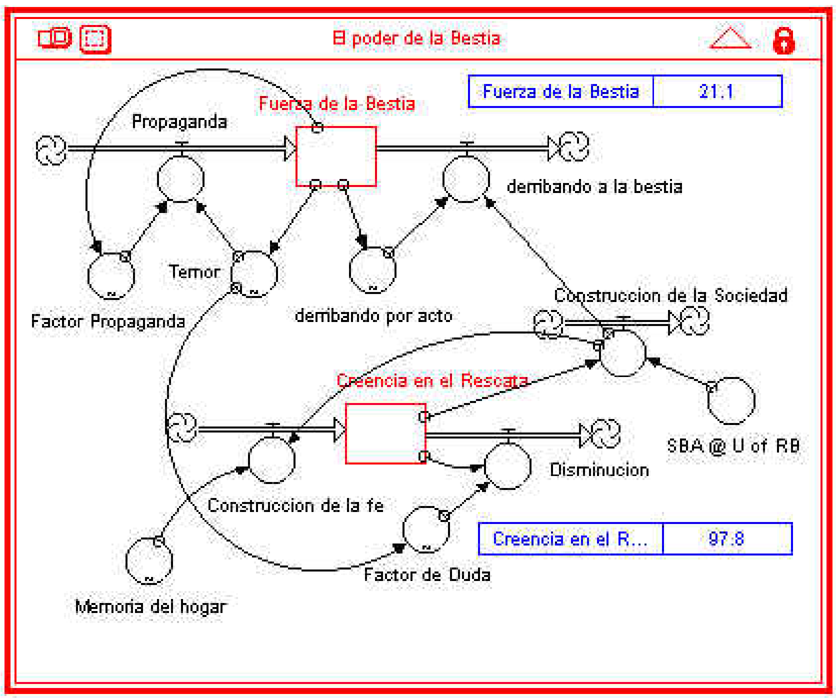


Figura 2

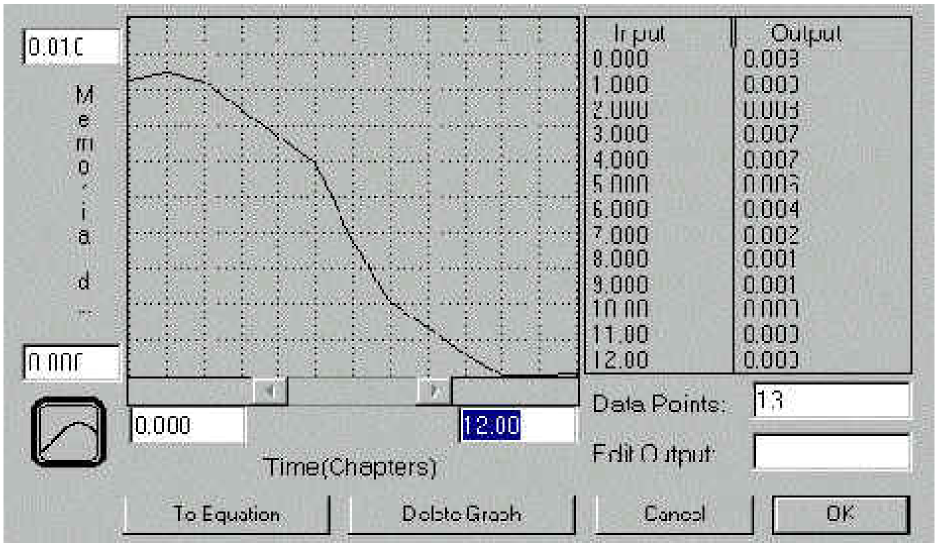


Figura 3

Los convertidores no-lineales se obtienen mediante información estadística obtenida a través de los capítulos. Por ejemplo la memoria del hogar, que disminuye capítulo a capítulo (Figura 3).

Aceptando los valores y las relaciones obtenidas directamente del libro, podemos ver la evolución dinámica (a través de los capítulos) de las principales variables, en la Figura 4 se presentan las variables *creencia en el rescate, la fuerza de la bestia, la construcción de la fe, el temor y la memoria del hogar.* Estos resultados se obtuvieron en virtud de la realimentación, por el propio sistema, de las variables construcción de la fe, el temor y la memoria del hogar, con los valores finales de 0.0166, 14.45 y 0.0083 respectivamente.

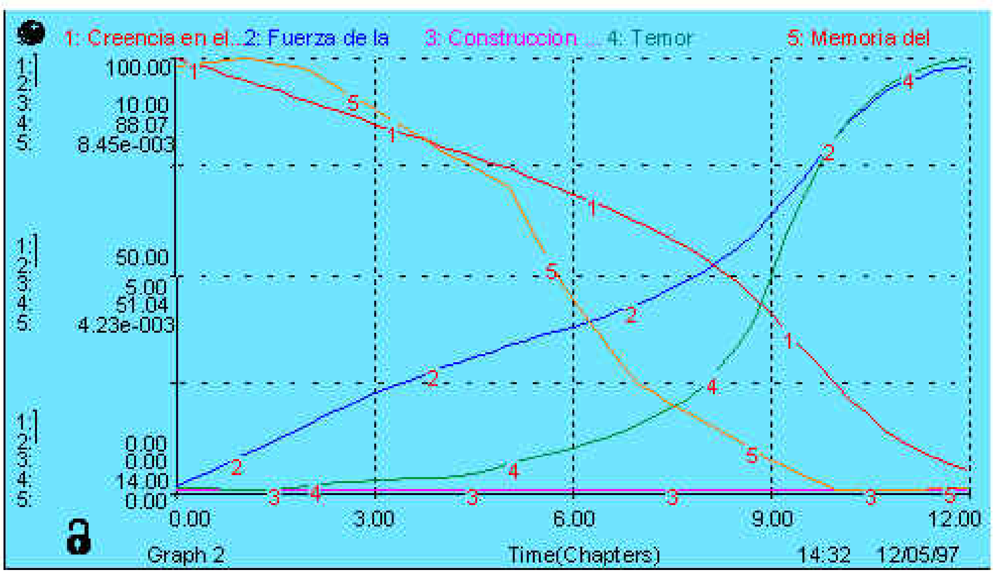


Figura 4

Entendiendo este sistema, podemos luchar contra la teoría de William Holding, de modo que podamos tener control sobre estas variables. Supongamos que damos el valor fijo de 1, 4 y

0.01 a las variables construcción de la fe, el temor y la memoria del hogar. El resultado se muestra en la Figura 5, y se puede observar que la *creencia en el rescate* se mantiene casi constante, y *la fuerza de la bestia* crece lentamente. De manera tal, que si entendemos los elementos "sensibles" que nos pueden conducir a una catástrofe, al liberar o abandonar normas establecidas durante mucho tiempo, podemos revertir la situación. En cualquier caso, esta opción la podemos hacer toda vez que lleguemos a la modelación dinámica, esto es a la modelación de los sistemas sociales complejos. Esto, con la innovación tecnológica actual, es posible. Más aún es necesaria. Ha pasado el tiempo en que se tomaban las decisiones mediante los modelos mentales. Debemos acudir a la modelación formal.

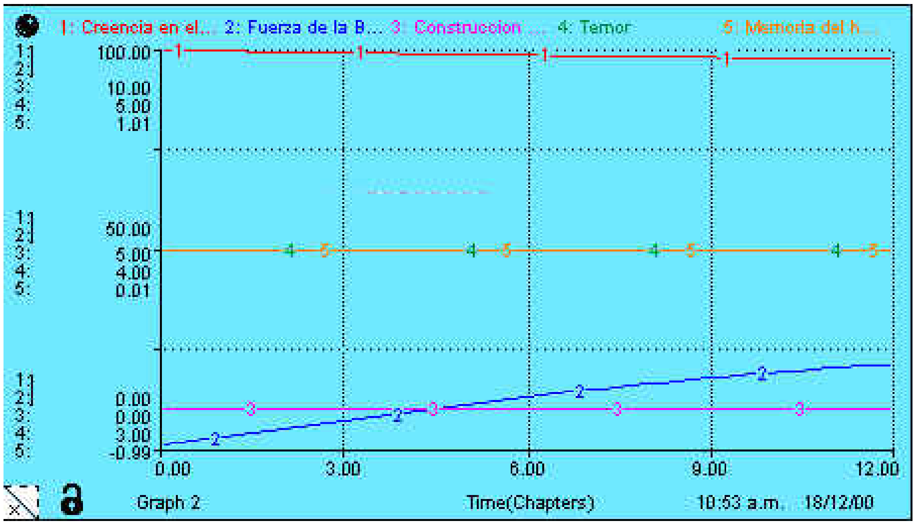


Figura 5

Conclusiones

El mundo de los negocios, especialmente en la la administración de estos, nos enfrenta más a menudo que lo deseado, con situaciones donde el relajo de las coerciones organizacionales es un lugar común, como por ejemplo, la formación de equipos en la administración de la empresa. En efecto, desde este punto de vista, la formación de equipos no es más que la relajación o extinción (en algunos casos) de las jerarquías, normas, reglas y procedimientos comunes en la administración tradicional.

La teoría actual del management dice que el "aplanamiento" de la pirámide jerárquica organizacional es bueno para la productividad, competitividad y viabilidad de largo plazo de la empresa. Pero, al ponerla en práctica nos encontramos con "el poder de la bestia" como una amenaza real a los esfuerzos del proceso innovador de los equipos. El trabajo recién expuesto nos ayuda a implementar las deseadas innovaciones en la administración de empresas, con mayores posibilidades de éxito. Dado que por éxito entendemos al logro de las mejoras en la productividad y competitividad desarrolladas en un clima de creciente bienestar para los hombres que constituyen el sistema empresa, es que -mediante la aplicación del modelo propuesto- es posible alcanzar dicho éxito.

La aplicación del modelo propuesto, nos permite tener un mejor manejo o control sobre las variables que determinan el éxito del sistema. La clave está en entender "inteligentemente" los elementos sensibles, como en el ejemplo de la creación de equipos, que se generan cuando se eliminan los supervisores, las normas, reglas y procedimiento jerárquicos no deseados, nos pueden llevar a una catástrofe o caos que en definitiva desprestigia el esfuerzo de cambio de la Dirección y, lo que es peor, nos aleja del éxito buscado.

Por lo tanto, usted como agente de cambio en su empresa debería recurrir a los modelos dinámicos para administrar el "poder de la bestia". Decimos administrar porque, querámoslo o no, el poder de la bestia se alimenta del temor que se desarrolla en los integrantes del equipo ante la falta de paradigmas o confirmaciones jerárquicas a las cuales estamos acostumbrados. Y esto último, nos guste o no, es una realidad y un desafío para el empresario actual.

Modelos Deterministas de Epidemias

En el modelamiento de la propagación de una epidemia es conveniente subdividir la población afectada por una epidemia en subpoblaciones básicas: *susceptibles, incubadores, infecciosos, resistentes o inmunes, en período de latencia*. Es importante considerar también los llamados *portadores*, que son los individuos que portan y transmiten la enfermedad aún cuando no presentan síntoma alguno. También en algunos casos conviene considerar los casos *subclínicos*, que son los individuos que realizan una enfermedad inaparente, es decir, sin presentar síntomas. En diversos modelos se suele introducir el concepto subpoblacional de *removidos*, que sirve para indicar un infecciosos que ha sido sacado de circulación por cuarentena, por haber terminado su período infeccioso o simplemente por muerte. Existen varias enfermedades importantes que no se transmiten directamente de un infeccioso a un susceptible, sino que lo hacen por medio de otro ser vivo (mosquito, amebas, roedores, etc.). Estos animales transmisores reciben el nombre de *vectores*. El estudio de tales enfermedades requerirá por tanto el análisis de dos poblaciones diferentes.

Muchas veces, más que el número de enfermos que hay en cada instante de tiempo, interesa conocer la llamada **curva epidémica**, que es la frecuencia con que ocurren nuevos casos. Y su definición matemática es relativamente sencilla. Supongamos que $X(t)$ denota el número de infecciosos en el tiempo t, luego entonces $X(t+\Delta t) - X(t)$ será el número de casos nuevos ocurridos en el intervalo $[t, t+\Delta t]$, de manera que la curva endémica es

$$W(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{X(t+\Delta t) - X(t)}{\Delta t}$$

Es decir, la curva endémica es la "velocidad" de la epidemia (número de enfermos por unidad de tiempo).

Se dice que un enfermedad es endémica, cuando se están constantemente presentando casos nuevos, sin que sea posible erradicarla totalmente. Por el contrario, se habla de brote epidémico cuando ocurre una fuerte incidencia de casos que terminan después de cierto tiempo. En estos casos es importante también el concepto de tamaño total de la epidemia, que es el número total de casos ocurridos durante todo el transcurso del brote. En los modelos matemáticos este tamaño total aparece generalmente en forma de límites cuando $t \to 0$.

Lo que haremos a continuación será de modelar conforme al lenguaje de Forrester los modelos clásicos matemáticos de epidemias determinísticas, que si bien estos están regulados por ecuaciones diferenciales para el neófito en matemática serán fácilmente accesibles (y una buena oportunidad para la interacción entre el especialista epidemiológico y el matemático)

La epidemia simple determinística

En este modelo la variable es estado es la población de infecciosos, y se considerará a la población total como constante, digamos N. Luego aparece la invariante de que el número de susceptibles más el número de enfermos es la población total. Además la hipótesis fundamental será de que el número de nuevos enfermos será proporcional a los que ya están enfermos y por el número de susceptibles en ese momento, esto es si $Y(t)$ es el número de infecciosos en el instante t y $X(t)$ es el número de susceptibles en el instante t entonces los infecciosos en el instante $t+\Delta t$ está dada por

$$Y(t+\Delta t) = Y(t) + \beta Y(t)\,X(t)\,\Delta t \qquad (1)$$

donde β es una constante de proporcionalidad llamada constante de contagio. Y es claro que $X(t) = N - Y(t)$ por la hipótesis de invarianza anterior. Buscando la ecuación diferencial, al dividir por Δt y buscar el límite cuando $\Delta t \to 0$, se llega a una ecuación tipo Ricatti:

$$Y'(t) = \beta Y(t)(N - Y(t))$$

suponiendo que se conoce el número de infecciosos en $t = 0$, esto es $Y(0)$ conocido, y además siempre se cumple que $0 < Y(t) < N$ para todo t.

Con la ecuación dinámica en (1) estamos en condiciones de realizar un modelo tipo dinámico. Vea la figura 1

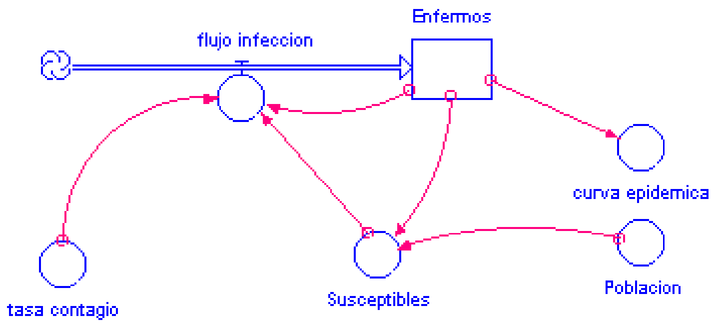
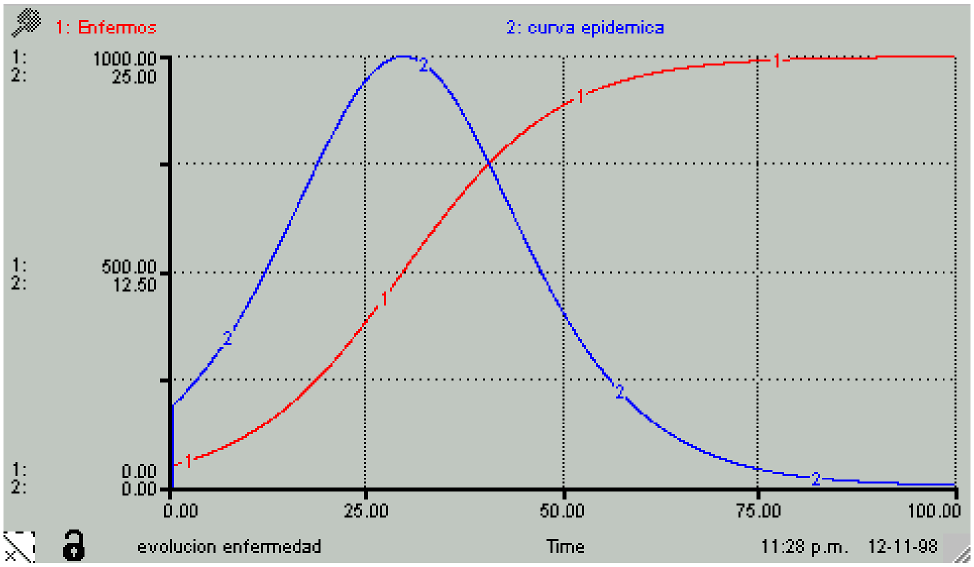


Figura 1.

Las ecuaciones dinámicas como la evolución de la enfermedad se muestra a continuación.

Ecuaciones dinámicas

```
Enfermos(t) = Enfermos(t - dt) + (flujo_infeccion) * dt
INIT Enfermos = 50

flujo_infeccion = tasa_contagio*Enfermos*Susceptibles
curva_epidemica = DERIVN(Enfermos,1)
Poblacion = 1000
Susceptibles = Poblacion-Enfermos
tasa_contagio = 0.0001
```



La epidemia general determinista.

En este caso la población se divide en tres subclases: en susceptibles, $X(t)$; infecciosos, $Y(t)$; y removidos $Z(t) = N - X(t) - Y(t)$. El nivel de la población enferma se alimentará de los nuevos casos de contagio pero también habrá una disminución de este nivel al llevar a cuarentena algunos enfermos de modo que no puedan contagiar, en rigor se tienen las ecuaciones dinámicas:

$$\begin{aligned} Y(t+\Delta t) &= Y(t) + \beta X(t)\,Y(t)\,\Delta t - \gamma Y(t)\,\Delta t \\ X(t+\Delta t) &= X(t) - \beta X(t)\,Y(t)\,\Delta t \\ Z(t+\Delta t) &= Z(t) + \gamma Y(t)\,\Delta t \end{aligned} \qquad (2)$$

donde β representa la constante de contagio y γ representa la tasa de removidos. Buscando las ecuaciones diferenciales al dividir por Δt y pasando al límite se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} X'(t) &= -\beta X(t)\,Y(t) \\ Y'(t) &= \beta X(t)\,Y(t) - \gamma Y(t) \\ Z'(t) &= \gamma Y(t) \end{aligned} \qquad (3)$$

con las condiciones iniciales: $Y(0) = Y_0$ = número inicial de infecciosos; $Z(0) = 0$ = número inicial de removidos; $X(0) = N - Y(0)$ = número inicial de susceptibles, y la condición "invariante": $X(t) + Y(t) + Z(t) = N$

De la ecuación (3) se concluye que se desarrollará la epidemia si $Y'(0) > 0$, de lo contrario solo disminuirá el número de infecciosos al inicio de la epidemia en el tiempo; luego imponiendo esta condición, y reemplazándola en la segunda ecuación diferencial de (3) se tiene

$$(\beta X_0 - \gamma) Y_0 > 0$$

y puesto que Y_0 es positivo, se tiene que la condición de desarrollo de la epidemia es equivalente a

$$\beta X_0 - \gamma > 0 \Leftrightarrow X_0 > \frac{\gamma}{\beta}$$

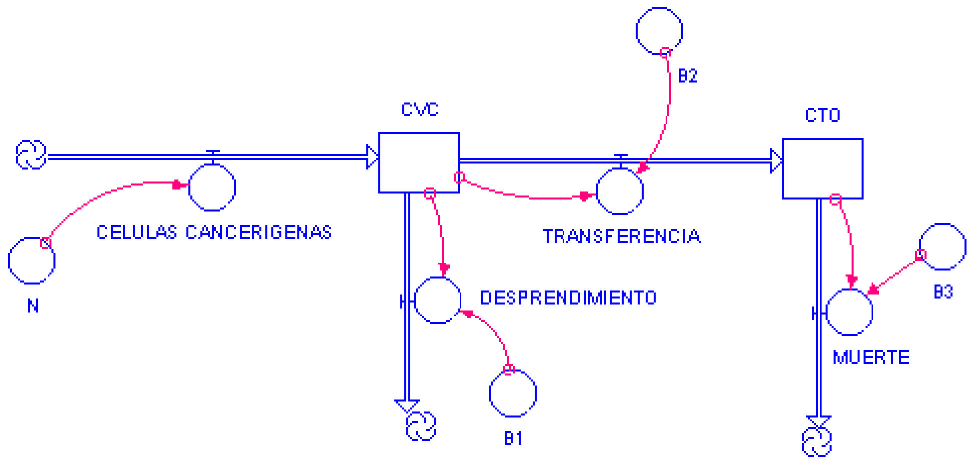
La resolución analítica del sistema diferencial (3) no es soluble por funciones elementales. Ahora bien, las ecuaciones dinámicas dadas en (2) se pueden modelar mediante la técnica de la dinámica de sistemas.

Metástasis de tumores malignos

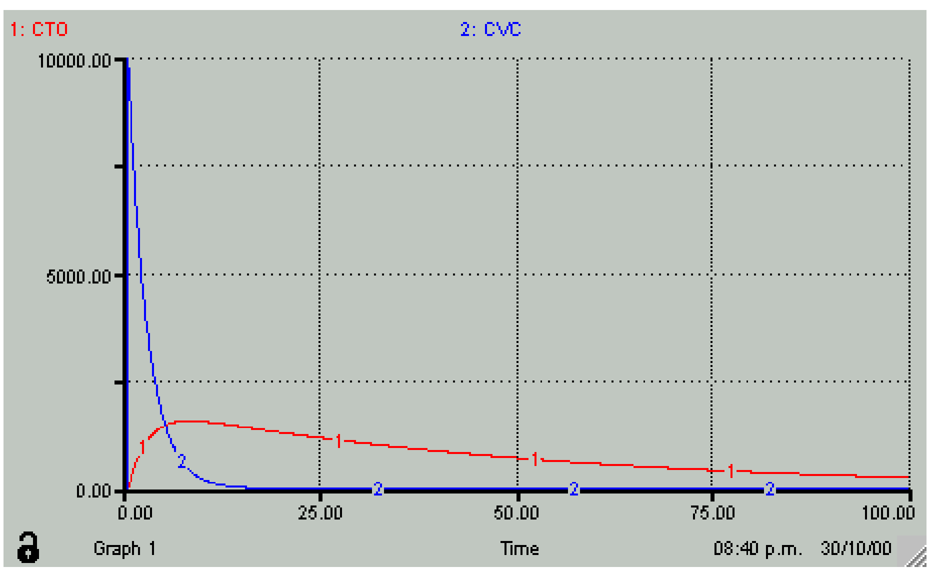
(Idea obtenida en *Understanding Nonlinear Dynamics* de Daniel Kaplan y Leon Glass, Edit. Springer Verlag, pp. 221-224)

La metástasis de cáncer es un proceso por el cual las células cancerosas se extienden en el cuerpo. En algunos casos, las células cancerosas se diseminan a través del flujo sanguíneo y son detenidos en los vasos capilares de un órgano. Muchas de las células detenidas mueren o se desprenden de los vasos capilares, pero algunas son capaces de atravesar la pared capilar e iniciar un foco de metástasis en el tejido del órgano. Liotta y DeLisi (1977) estudiaron la metástasis marcando radiactivamente las células cancerígenas en los pulmones de ratas de laboratorio. Las células fueron inyectadas en las venas de las ratas y transportadas a los pulmones mediante el flujo sanguíneo. El marcaje radioactivo permitió que el número de células cancerosas en los pulmones de las ratas fueran medidas.
Este proceso dinámico se puede describir de la siguiente manera. Se inyecta un número determinado de células cancerígenas, digamos N, de tal forma que algunas de estas mueren o se desprenden de los vasos capilares, por ejemplo una proporción β_1 de estas N, mientras

que otras células pueden atravesar la pared capilar e invadir el tejido del órgano en cuestión (los pulmones, en nuestro ejemplo), en una proporción β_2 de N. Del total de células alojadas en el tejido del órgano, una proporción de ellas, por ejemplo β_3, mueren y el resto que queda desarrolla la metástasis. Observemos el siguiente diagrama de Forrester,



Donde CVC significa el número de células marcadas que son inyectadas en los vasos capilares del órgano del ratón; CTO es el número de células marcadas que llegan a los tejidos del pulmón. Estas dos variables claramente dependen del tiempo. Liotta y DeLisi estudian este comportamiento dinámico para ver la efectividad en el tratamiento contra la metástasis, donde dicho tratamiento estará reflejado en los valores de las tasas de mortandad o desprendimiento, siendo B2 la tasa de transferencia desde los vasos capilares del órgano al tejido de éste. Para los valores $\beta_1 = 0.32$, $\beta_2 = 0.072$ y $\beta_3 = 0.02$, con unidades hr^{-1}, tenemos el siguiente comportamiento dinámico de la población de células "marcadas" con $N = 1000$.



Liotta, L. And Delisi, C. (1977). Method for quantitating tumor cell removal and tumor cel-invasive capacity in experimental metastases. *Cancer Res.* **37**, 4003-08

Simulación de Sistemas Dinámicos[1]

El propósito de esta conferencia es enfatizar la necesidad de modelar los sistemas dinámicos, de manera que podamos tener la comprensión de nuestro entorno, a veces altamente complejo. La estructura para alcanzar este objetivo se apoya en describir, en primer lugar, ciertas tomas de decisiones basadas en modelos mentales, con un lenguaje impreciso y ambiguo, de forma que se obtienen resultados no deseados, que nos harán creer que estamos en un mundo casi sin posibilidad de salida para su mejoramiento, o en un mundo que empeora por las decisiones tomadas. En segundo lugar, se propone que todo sistema dinámico, por complejo que sea, y en particular los sistemas sociales o sistemas con repercusiones de largo alcance, son susceptibles de ser modelados. Y, finalmente, se mostrará la movilidad de los modelos dinámicos a diferentes campos aparentemente disímiles.

1. Sale un paradigma, entra otro

Es frecuente oír decir que la modelación de sistemas complejos es difícil y estéril, tan frecuente como oír que las ecuaciones diferenciales para los alumnos de humanidades o de letras son incomprensibles y altamente difíciles de digerir. Pues bien, creo haber leído por alguna parte que existe un gran secreto académico celosamente guardado, que reza más o menos así: "Los principios de la ciencia son simples". Ay de mí, si pongo un cartel en mi fichero de avisos en mi departamento de matemática: "Curso de Ecuaciones Diferenciales y de Ecuaciones en Diferencias Finitas para estudiantes de la carrera de Derecho que deseen estudiar todos los posibles efectos de proyectos de leyes". Y en verdad que recuerdo la primera vez que realicé una charla sobre el modelamiento de los procesos de rendimientos crecientes, mediante el software Stella, en un determinado departamento de matemática cuyo sesgo eran los sistemas dinámicos. Allí, en la práctica, se me dijo que estaba infringiendo ese principio que era celosamente guardado. Cómo podía explicar fenómenos altamente complejos mediante una simple figura de un estanque con un flujo de agua que entra y otro que sale… Era una locura y un engaño. Y lo que más dolía era que, efectivamente, los alumnos de pregrado que me acompañaban resolvían ecuaciones diferenciales altamente complejas con sencillos dibujos. Bueno, en realidad, ellos entregaban el dibujo al ordenador y éste hacía los cálculos "bajo cualquier escenario".

Comprendiendo que es difícil hacer penetrar estas ideas, enfatizo el principio de adjudicar a la dinámica de sistemas el papel simultáneo de resolver difíciles problemas de ecuaciones diferenciales, y de resolver problemas cotidianos reales con relativa sencillez. La dificultad radicaba en que eliminaba el reduccionismo que a veces se confunde, entre los matemáticos, con la "belleza de la resolución analítica".

Y comprendiendo también la dificultad de introducir paradigmas, como por ejemplo que sea más fácil la integración que la derivada, porque la primera sí existe en la naturaleza, mientras que la segunda sólo es una creación de la mente humana, decidí atacar el problema en otro sector. Ya no en los departamentos de matemáticas, sino en los departamentos de educación matemática (que en mi país, cuidado, hay que hacer la diferencia, no me confunda señor, yo soy un matemático, no un profesor de matemática). Pues bien, me encontré, en ese sector, que se estaba más abocado a la elección de software matemáticos, como el DERIVE, el MAPLE, o el MATHEMATICA, que al modelamiento de fenómenos de la naturaleza. Es decir, que estos nuevos software matemáticos (que son una maravilla, yo soy partidario del DERIVE) más bien iban a hacer la enseñanza, en general, más reduccionista, porque sin duda están hechos por matemáticos para matemáticos y estudiantes de matemáticas o de ingeniería

De manera que estábamos como al inicio. Luego era necesario sustituir el paradigma de que la modelación es complicada y sólo apta para matemáticos, por el siguiente: la modelación de sistemas no sólo es sencilla, sino que debe hacerse siempre. Y la manera de cambiar los paradigmas es por la fuerza de los hechos. Debemos convencernos de que la modelación es necesaria y sencilla. Ahora es sencilla gracias a la tecnología actual, y es necesaria para no cometer los errores del pasado, cuando no existía esta tecnología.

2. Los errores del pasado y presente: la sutileza de los sistemas dinámicos

Intentaré convencerles de que la modelación de un sistema dinámico es fácilmente transportable a situaciones diferentes. Esto significa, en la práctica, que un modelo de, por ejemplo, dos niveles (ya veremos qué significa esto) servirá para describir cualquier sistema dinámico que esté compuesto por dos variables de estado. Ahora bien, para esto, intentaré primero mostrar dos ejemplos que reforzarán la idea de modelar siempre. Los dos ejemplo nos permitirán descubrir dos características frecuentes en las personas que no modelan. La primera, es creer que causa y efecto están en el mismo sitio y en el mismo tiempo, lo que implicaría que los sistemas dinámicos sociales son fáciles de prever por la mente humana. Y la segunda es que el lenguaje ordinario, el lenguaje coloquial, no sirve para modelar, ni siquiera para la toma de decisiones, y que, en consecuencia, el conocimiento de la dinámica de sistemas nos debe entregar una actitud crítica dentro de la sociedad para su mejoramiento.

El primer ejemplo. Una gran empresa se encuentra con una pérdida de cientos de miles de dólares anuales, debido a la alta frecuencia de reposición de los zapatos de seguridad para sus obreros. La gerencia entrega el problema al departamento respectivo con el objetivo de reducir esos costos. Se descubrió que el zapato de seguridad era excelente y, en consecuencia, eran usados por los trabajadores para usos domésticos, bailes, salir de compras, etcétera y, además, eran cedidos a los hijos para el uso escolar. Todo esto implicaba su rápido desgaste y, por ende, la reposición en intervalos de tiempo más cortos. De manera que, se decidió eliminar el factor atractivo y se presentaron los nuevos zapatos como los de la figura 1.

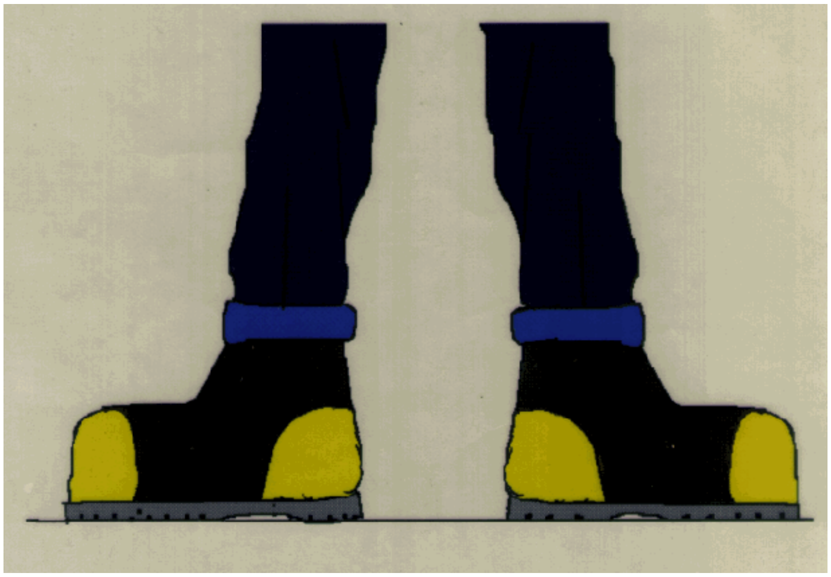


Figura 1

Como vemos, el color amarillo de los zapatos era fosforescente. Cuando el trabajador va a reponer sus zapatos de seguridad, se encuentra con esta sorpresa, y se le explica que la fosforescencia es otra medida de seguridad, para poder ser detectado a lo lejos en la carretera si su trabajo es nocturno. Es fácil de prever que con tamaño zapato de seguridad ya no podía ir el trabajador a efectuar las compras con su esposa al centro comercial, ni menos traspasarlo a sus hijos para que fueran al colegio. Y encima, un sector de los trabajadores que obedecían al sistema de contrato, es decir no eran de la planta rutinaria de la empresa, y por lo tanto no afecto a tamaños zapatos de seguridad, les gritaban a la salida del trabajo algo como ¿cuándo llegó el circo? ¿dónde están los otros payasos?, … producto de esa ingeniosidad muy popular de nuestros pueblos. Resultado: en efecto, bajó el nivel de reposición de zapatos, pero... Las relaciones entre trabajadores y gerencia llegaron a su punto más bajo, el lenguaje cambió, se utilizaba el sentido del ridículo para conseguir rebajar los costos. Pues bien, la guerra empezó. Y el balance final fue de pérdidas de miles de miles de dólares debidas a las huelgas y a los problemas causados en la productividad por las malas relaciones. No se conocía la sutileza de los sistemas dinámicos complejos.

El segundo ejemplo. Escuché a un alto funcionario de un Ministerio de Obras Públicas la siguiente expresión: "estamos construyendo 10.000 casas al año, por lo tanto estamos reduciendo el déficit habitacional". Sin duda era una noticia alentadora. Pero, aquellos que alcanzamos un nivel introductorio de dinámica de sistemas, sabemos que es una noticia falsa, que conduce a desorientaciones y refuerza la expresión "las cosas se complican a pesar de que estamos tomando buenas medidas políticas". Este alto funcionario estaba confundiendo dos variables distintas que pertenecen a todo sistema dinámico, estaba confundiendo variable de estado con variable de flujo.

Permitan que entregue ciertas nociones de la dinámica de sistemas. Confundir una variable de estado con una de flujo es como confundir el grifo del agua que llena una vasija, con la vasija misma. Es decir, la vasija es una variable de estado, y el grifo es una variable de flujo. Observen la figura 2.

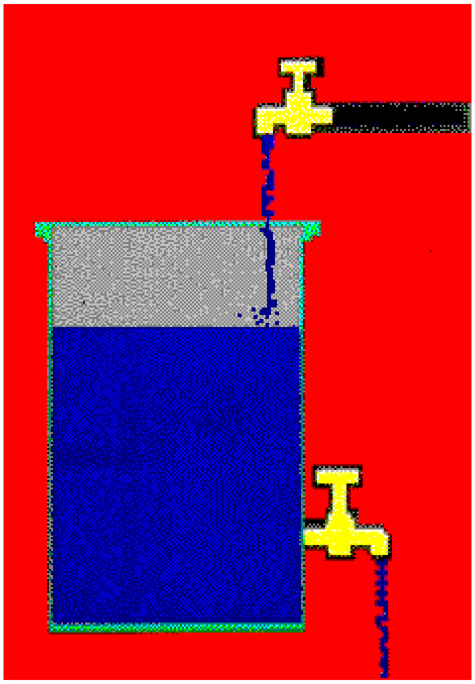


Figura 2

Pues bien, lo que usted está viendo es una excelente aproximación de una ecuación diferencial, o si lo prefiere, de una ciudad en que se muestra el nivel de la población, en su dinámica, producida por el flujo de nacimiento, el de entrada, y el flujo de muerte, el de salida. De momento no pensaremos quién mueve los grifos, aunque esa es la parte que entrega la complejidad de los sistemas dinámicos. Sin embargo, recuerde que tomará la decisión de cerrar el grifo que llena su lavabo conforme el nivel de éste alcanza el nivel deseado. Así, en este caso, el del lavabo de su casa, el propio nivel del sistema, la propia variable de estado con su valor de ese momento, realimente el sistema, es decir entrega información a las diferentes variables de flujo que salen o entran en el sistema. Y este es el sencillo principio que regula toda la dinámica de sistemas. Un sistema será más complejo si tiene, en principio, más variables de estados, es decir más vasijas, con el agregado de que no se sabe a ciencia cierta la medida en el abrir o cerrar los grifos, debido a que no se sabe con exactitud (aunque el modelo sea preciso) cuál es la dependencia funcional de la variable de estado con la variable de flujo. Pero es una situación sencilla de controlar, al realizar distintas "aperturas" de los grifos (esto es simular) para ver cómo varían las vasijas o las variables de estados. Bien, con esto en mente, veremos cómo explicar -a cualquier persona que no tenga un curso de dinámica de sistemas-, que el alto funcionario del Ministerio de Obras Públicas estaba equivocado. Es necesario aclarar que las casas a las que hacía referencia el alto funcionario eran para poblaciones de bajos ingresos, como parte de la política social de cualquier gobierno, pero que en definitiva eran viviendas básicas. Permítanme reconocer entonces dos variables de estado, o dos vasijas si lo prefieren: una vasija describirá a las familias de bajos ingresos que no tienen casa, y otra vasija representará el número de casas que faltan para abastecer a las familias sin casa, esto es la deuda de viviendas (básicas y para familia de bajos ingresos, se entiende). Observemos la figura 3.

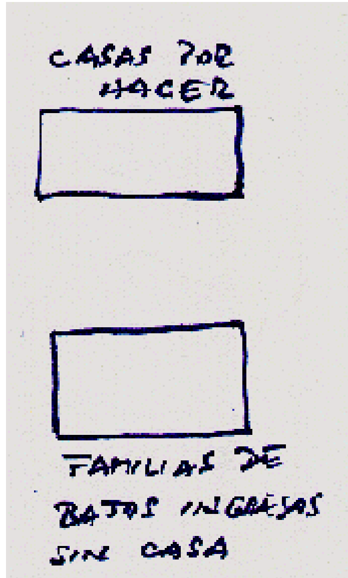


Figura 3

Ahora bien, ambas vasijas, ambas variables de estado, tienen dinámica a través del tiempo (podemos hacer mediciones anuales, por ejemplo), producto de flujos de entrada y salida, como se indica en la figura 4. Ya en ella se observa que el déficit habitacional anual es una variable de flujo, y que dependerá del crecimiento anual de la población de familias de bajos ingresos sin casa.

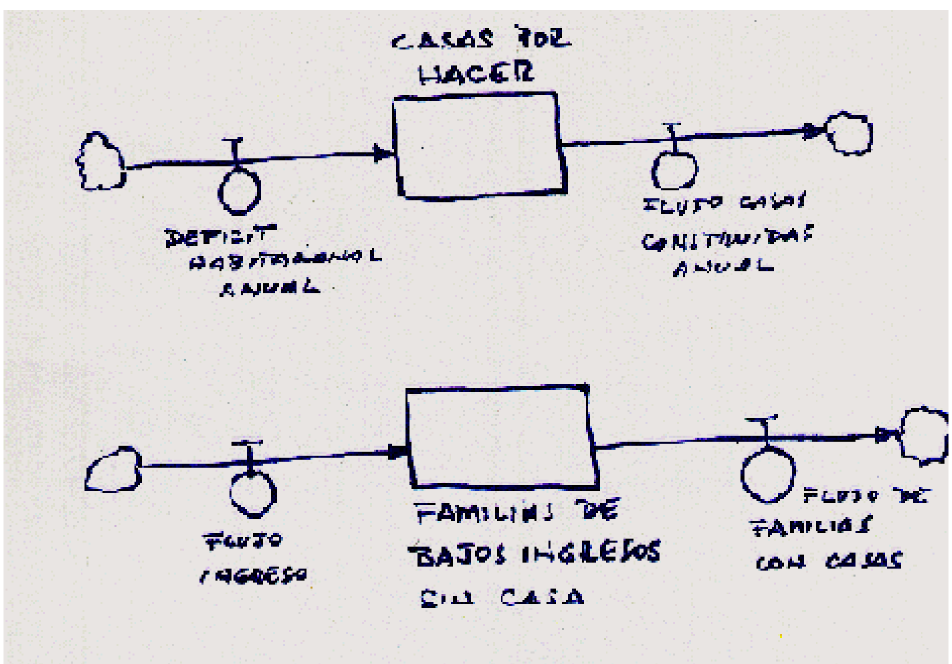


Figura 4

Además, el flujo de construcción, el grifo de salida, permite cuantificar el flujo de familias que tendrán casa, es decir, si se construyen 10.000 casas anualmente (en promedio), entonces habrá 10.000 familias de bajos ingresos que saldrán de la vasija inferior del diagrama en ese año. Pero lo importante es que el flujo de construcción no disminuye el déficit habitacional necesariamente. Observen la figura 5. Y podemos decir que el déficit habitacional depende del crecimiento anual de la población de bajos ingresos, y que a su vez esta población se alimenta del flujo de ingreso que depende de una tasa de ingreso, que es el verdadero elemento "sensible" para atacar el problema de la pobreza. Bien, con este sencillo modelo de dos niveles estamos en condiciones de discutir y convencer sobre aspectos importantes de política social, basados en un lenguaje formal, que no admite ambigüedades, ya que si bien es discutible la cuantificación o la relación analítica de las variables, el modelo es preciso. De tal manera que podemos decir que el flujo de construcción de casas de bajos ingresos o viviendas básicas no resuelve el crecimiento de "los sin casa". El trabajo de Jay Forrester al respecto, descrito en su libro Urban Dynamics, plantea que la construcción de viviendas de bajo costo para población de bajos ingresos hace que las cosas empeoren en las grandes ciudades. El problema en el lenguaje, el anquilosamiento de viejos paradigmas, la excesiva confianza en los modelos mentales, nos permite sorprendernos ante el "comportamiento contraintuitivo de los sistemas sociales".

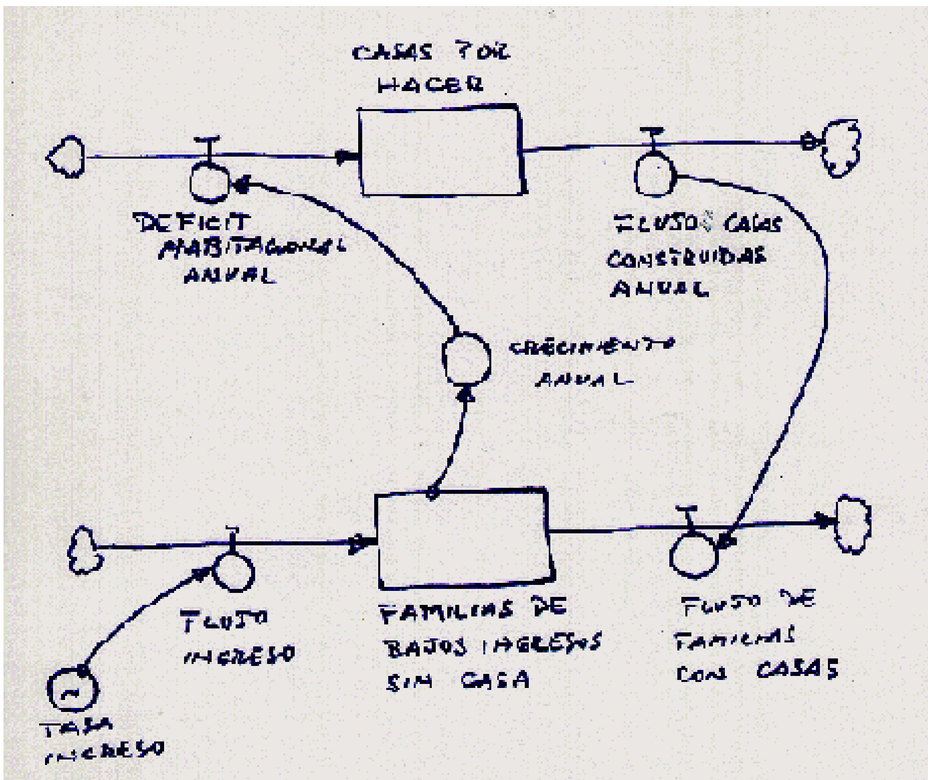
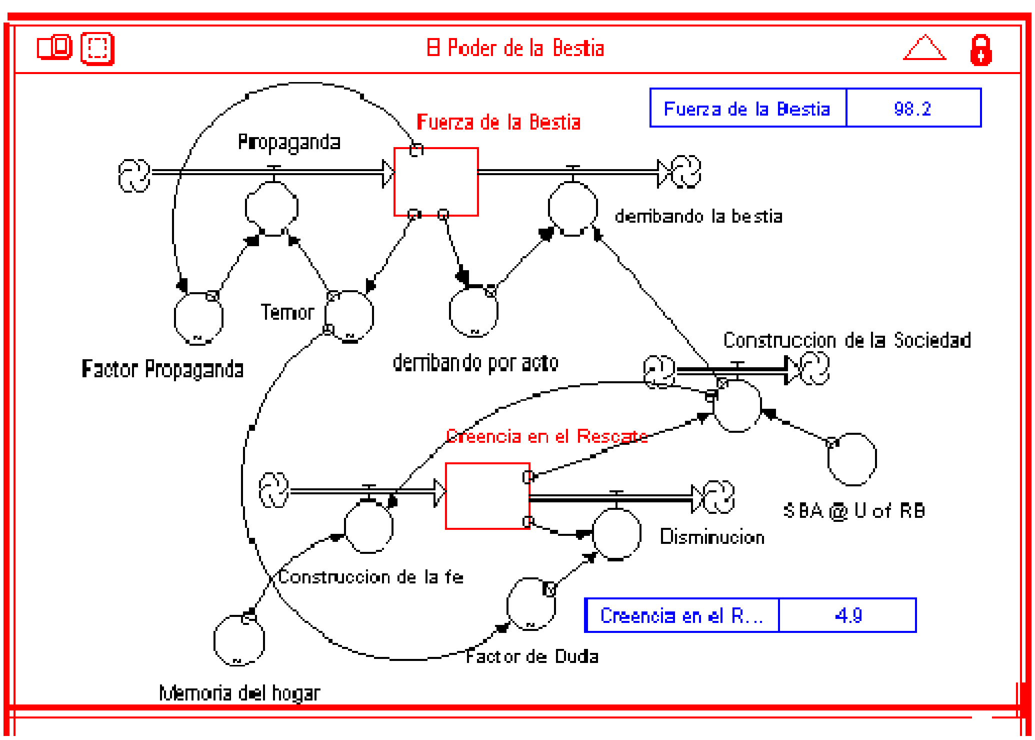


Figura 5

3. La ubicuidad de los modelos: del libro a la empresa

Bien, ahora veremos como un sistema, bastante complejo, que trata de la evolución dinámica de la trama de un libro, puede aplicarse, por ejemplo, a la actividad organizacional de una determinada empresa. Veamos su génesis. Un amigo y profesor de mi universidad, que escribió un libro muy hermoso sobre la Calidad Total y la poesía de mi compatriota Gabriela Mistral, me hablaba de la problemática de un nuevo tipo de organización, que él llamaba, y creo que se llama en el lenguaje organizacional, células autónomas, y no encontraba manera de atacar el problema para su comprensión y posterior divulgación en la perspectiva de los problemas que podía tener el desarrollo de estas células autónomas. Pues bien, en primera instancia recordé el ya clásico "Problema del Bar El Farol" de Brian Arthur, en que trata del modelamiento dinámico entre agentes económicos que actúan, para el cumplimiento de un objetivo, con información incompleta o difusa, hipótesis clásicas en los problemas complejos actuales. Sin embargo, posteriormente, inducido por la característica de mi colega de buscar relaciones entre la literatura y las teorías organizacionales, recordé un trabajo debido a Timothy Joy, de La Salle High School, en que modela la obra de William Golding, *El señor de las moscas*. Como recordarán, esta obra cumbre del Nobel inglés relata la historia de una treintena de muchachos, que se ven forzados a vivir en una pequeña isla desierta, y donde aparece el terror y el deseo de dominación que se exacerba cuando desaparecen las normas aprendidas y surgen los instintos latentes bajo las costumbres civilizadas. *El señor de las moscas* se presta a lecturas diversas. Para unos, la agresividad criminal está dentro de los instintos básicos del hombre; para otros, por el contrario, es una requisitoria moral contra una educación represiva que no hace sino preparar las brutales explosiones de barbarie en la dominación y la violencia. Sea cual fuese la mejor interpretación, pienso, con mi colega, que esta situación se podría extrapolar o asimilar al comportamiento de una célula autónoma, dentro de organizaciones jerárquicas planas, donde al relajar o eliminar reglamentos coercitivos, se supone que habrá pauta para la creatividad, competitividad y viabilidad a largo plazo, sin dejar de pensar que, ante este relajamiento, se pone en peligro la estabilidad laboral, penetrando el miedo y ciertos instintos "bestiales" en las relaciones laborales. Pues bien, con esta hipótesis de isomorfismo entre ambas situaciones decidimos estudiar el problema.

El trabajo de Timothy Joy es un ejemplo paradigmático en la modelación de sistemas complejos, al considerar la evolución dinámica del "poder de la bestia" a través de los 12 capítulos del libro de Golding, en que se plantea, sin duda alguna, una situación muy compleja. Se observa en la figura 6 el diagrama de interconexión entre las variables de estados y flujos, llamado diagrama de Forrester, donde se muestra la interacción entre las partes del sistema. La relación analítica entre las variables es también un ejemplo de trabajo en equipo "ante un lenguaje muy claro", como es el diagrama de Forrester. (Figura 6)



Fundamentalmente lo que explica este diagrama es la trama del libro. Permítanme un breve resumen: Los treinta muchachos no tienen más objetivo que la fuerte esperanza inicial, establecida en al capítulo 1, de ser rescatados. Sentimiento que es reforzado por el recuerdo del hogar. Y así, al principio, se genera una organización similar a la aprendida con los adultos, con normas que regulan el aseo, fabricación de cabañas, manutención de una señal de humo, etcétera. El temor que nace ante la falta de paradigmas es generado por los más pequeños, los *peques*, que dan origen a la **Bestia**, y este temor hace mella creciente en los más grandes, poniendo en duda, a la vez, la creencia en el rescate. De manera que va creciendo la **fuerza de la Bestia**, fuerza que se intenta disminuir mediante la *construcción* de una sociedad, que a su vez está basada en la **creencia en el rescate**. Así, se presenta una lucha, desarrollada a través de los 12 capítulos, entre la **fuerza de la Bestia** y la **creencia en el rescate**. La tesis planteada por Golding es que, fatalmente, triunfará la fuerza de la bestia.

De los valores obtenidos conn la lectura del libro, se obtiene una evolución dinámica para las principales variables del sistema, como se observa en la figura 7. En particular estos resultados se obtuvieron en virtud de la realimentación, por el propio sistema, de las variables *construcción de la fe*, *el temor*, y la *memoria del hogar*.

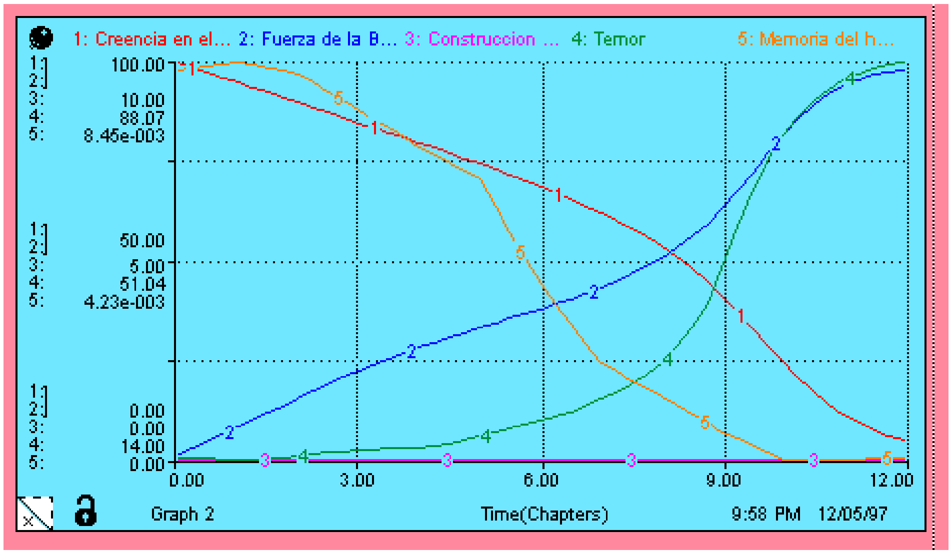


Figura 7

Pues bien, ante la maravilla de modelación del sistema dinámico *El señor de las moscas* y considerando que las células autónomas serían el equivalente a los chicos abandonados a su suerte en la isla, la idea de Timothy Joy es que un "grande" bajaría en paracaídas a la isla, y empezaría a manipular los elementos sensibles del sistema, como por ejemplo, hablándoles del hogar que les espera (para aumentar su recuerdo del hogar), intentando disminuir el temor (que "eso" que está en algún lugar de la isla no existe), etcétera. Este reforzamiento del "paracaidista" no es otra cosa que la manipulación de un "simulador de vuelo", donde se observan las trayectorias de las principales variables para determinados valores de los elementos considerados sensibles. El objetivo es que la fuerza de la Bestia no aniquile a la célula autónoma. Demás está decir que la Bestia está anidada en nuestra propia mente. Pues bien, con mi colega enseñábamos el modelo dinámico de Joy en muchas empresas, y, en seguida, lo que llamamos la movilidad de este modelo a la empresa:

"El mundo de los negocios, especialmente en la administración, nos enfrenta más a

menudo de lo deseado, a situaciones donde el relajo de las coerciones organizacionales es un lugar común, como por ejemplo, la formación de equipos en la administración de la empresa. En efecto, desde este punto de vista, la formación de equipos no es más que la relajación o extinción (en algunos casos) de las jerarquías, normas, reglas y procedimientos comunes en la administración tradicional.

La teoría actual del management dice que el *aplanamiento* de la pirámide jerárquica organizacional es bueno para la productividad, competitividad y viabilidad a largo plazo de la empresa. Pero, al ponerla en práctica, nos encontramos con el *poder* de la bestia como una amenaza real a los esfuerzos del proceso innovador de los equipos.

El trabajo recién expuesto nos ayuda a implementar las deseadas innovaciones en la administración de empresas, con mayores posibilidades de éxito. Dado que por éxito entendemos el logro de las mejoras en la productividad y competitividad desarrolladas en un clima de creciente bienestar para los hombres que constituyen el sistema empresa, será posible -mediante la aplicación del modelo propuesto- alcanzar dicho éxito.

La aplicación del modelo propuesto, nos permite tener un mejor manejo o control sobre las variables que determinan el éxito del sistema. La clave está en entender "inteligentemente" los elementos sensibles. Por ejemplo, la creación de equipos formados eliminando los supervisores, las normas, reglas y procedimientos jerárquicos no deseados, nos puede llevar a una catástrofe o caos que, en definitiva, desprestigia el esfuerzo de cambio de la Dirección y, lo que es peor, nos aleja del éxito buscado.

Por lo tanto ustedes, como agentes de cambio de su empresa, deberían recurrir a los modelos dinámicos para administrar el "poder de la bestia". Decimos "administrar" porque, querámoslo o no, el poder de la bestia se alimenta del temor que se desarrolla en los integrantes del equipo ante la falta de paradigmas o confirmaciones jerárquicas a las cuales estamos acostumbrados. Y esto último, nos guste o no, es una realidad y un desafío para el empresario actual."

Como ven, un modelo cuyo objetivo inicial era hacer más agradables las clases de literatura, en este caso, se transporta hacia la innovación de elementos de teoría de administración, o de estudios sociológicos. En la actualidad, siguiendo el camino trazado por Joy, así como por Pamela Hopkins que ha modelado *Hamlet*, mis alumnos del curso de Dinámica de Sistemas están intentando modelar la obra de Niko Kazantzakis *Zorba el Griego*, ¿se imaginan ustedes para qué?

La movilidad de los modelos dinámicos a otros campos es sin duda una característica muy propia de la Dinámica de Sistemas. Al principio de mi charla les decía que en la figura 2 yo observaba la dinámica de una ciudad. Sin embargo, también puedo considerar que se trata del trabajo por hacer en un escritorio, o en una empresa. Les desafío a que enumeren 20 sistemas dinámicos complejos que pueden ser modelados por la figura 2. A mis alumnos les digo que dominen muy bien un modelo de dos niveles, o de dos variables de estados, de cierta complejidad, y verán muchas cosas que no todos pueden ver.

4. Conclusión en más de tres líneas

Esta conclusión fue generada por una pregunta del coordinador general de este Tercer Simposium. Me solicitaba a través de un email que, con cierta urgencia, respondiera en no más de tres líneas a la pregunta ¿Cuál es la importancia del enfoque sistémico? Le respondí con la urgencia pedida y, respetando las tres líneas, le dije: "un nuevo lenguaje para la lucha contra la pobreza; un lenguaje para el diálogo en el respeto de la diversidad; un nuevo lenguaje para la trilogía: conocimiento, entendimiento, acción."

Bien, ahora voy a explicar en más de tres líneas, pero no muchas, lo que quiero decir. Creo que la innovación tecnológica, este mundo globalizado, este Internet de todos los día, puede traer un peligro: ahondar más la diferencia entre ricos y pobres. Es posible que esté equivocado, más bien, me gustaría estar equivocado, pero, claro, estudiar la dinámica de sistemas me ha ayudado a entender el *efecto San Mateo*, que caracteriza a los procesos de Rendimientos Crecientes, que son los procesos que explican la nueva economía que emerge en este mundo globalizado. Y ya saben ustedes lo que significa el *efecto san Mateo*: "al que tiene más, más se le dará; y al que nada tenga, aún lo que tenga se le quitará". Es un loop de realimentación positiva, que explica, o esconde a veces, la frase "el círculo duro de la pobreza", o el porqué en los países en vías de desarrollo -vamos, del Tercer Mundo-, sus científicos no pueden publicar en las revistas mejor indexadas (claro, para publicar allí hay que haber publicado allí, es decir el efecto San Mateo en su estado puro), de modo que existirá una ciencia para el "Primer mundo", y otra para el "Tercer Mundo". Y me permito la pregunta ¿es que algún científico del Tercer Mundo no había detectado las enfermedades emergentes, o no podía haber dado señales de estas enfermedades, de modo que hubiesen sido publicadas en revistas de primer nivel de lectura en el mundo científico? Bueno, este descubrimiento de los efectos San Mateo, cuando es negativo, cuando es nocivo para la gente, cuando alimenta más aún la pobreza, debe ser detectado, puesto al descubierto y, escuchen este atrevimiento, enseñárselo a nuestros gobernantes. Y no me digan que no podemos formar chicos que digan "Sr. Alto Funcionario del Ministerio Tal, usted está equivocado, confunde déficit con deuda". Sí, creo que podemos formar hombres así para este siglo que viene, y para todos los siglos.

He dicho que la Dinámica de Sistemas es un lenguaje para el diálogo en el respeto a la diversidad. ¿Cómo lo entiendo yo esto? Miren ustedes, creo que el lenguaje de los sistemas dinámicos, esto de variable de estados y variables de flujos, es un lenguaje preciso y sin ambigüedades, en el que pueden participar en forma multidisciplinaria muchas personas, en el que discutirán el valor de tal o cual variable, en el que, en primera instancia, cada participante, cada modelador, entregue su modelo mental, y gracias a la interacción con el resto, llegarán a un modelo formal de variables de estado y variables de flujos con flechas interconectadas. Y de esta forma, en primer lugar, cada uno de los participantes, con este modelo, inicial si se quiere, explicará el fenómeno dinámico en estudio ***sin entrar en contradicciones***, como ocurre cuando uno trabaja con un modelo mental. En segundo lugar, con esta manera de actuar, en el respeto de las diversidades, se podrá eliminar la arraigada costumbre, ya paradigmática, del debate verbal para después proceder a la votación en una toma de decisión. El debate en cuestiones técnicas, no digo que sea estéril, digo que es necesario, pero no es suficiente.

Y finalmente, ¿qué quiero decir cuando hablo que es un lenguaje para el entendimiento, conocimiento y acción?. Toda decisión que afecte o esté dirigida al bienestar de un grupo de personas, de una nación, de una familia, debe considerar el entendimiento, el conocimiento y la acción. Simultáneamente. Cualquier acción tomada en base a todo el conocimiento a mano, de primer orden, será inútil si no se cuenta con el entendimiento por parte de las personas que pesarán esa acción. Por otro lado, muchas veces tenemos el entendimiento, y somos conscientes de tomar una acción, pero nos falta el conocimiento para validar la acción. Y a veces, tenemos el entendimiento y tenemos el conocimiento, pero, por desidia, por costos colaterales, o por lo que sea, somos incapaces de tomar la acción. Bien, en el marco de esta trilogía es donde, modestamente, propongo la dinámica de sistemas como un lenguaje de interrelación, porque estoy convencido de que es un lenguaje adecuado.

Agradecimientos

Agradezco a los profesores Nelson Nuñez y Benjamín Chacana, colegas de mi universidad, por sus comentarios y aportes sobre varios modelos de sistemas dinámicos que hemos desarrollado y que han inspirado el presente trabajo; a Yolanda Corrochano que revisó y corrigió los borradores de este trabajo y me hizo útiles sugerencias, aún cuando me declaro como único responsable sobre algún error de fondo.

Referencias

Arthur, Brian., 1994 *Inductive Reasoning, Bounded Rationality and the Bar Problem*. Santa Fe Institute Paper 94-03-014

Forrester, Jay W., 1995 *Counterintuitive Behavior of Social Systems*. Technology Review Vol. 73, Nº 3, pp. 53-68

Dinámica de Sistemas y Sociedad (*)

Introducción

Los sistemas sociales por lo general, si no siempre, son más difíciles de entender que los sistemas físicos y tecnológicos. Por otro lado, sea cual sea el tipo de sistema, social, físico o tecnológico, subyacen los mismos elementos: variables de estado y variables de flujos, con ciclos complejos de realimentación. Sin embargo, la gente insiste en clasificar a los sistemas físicos, como "difíciles" puesto que su comprensión, o modelación, obedece a complejas ecuaciones diferenciales, y a su vez trata a los sistemas sociales como temas que pueden ser fácilmente tratados con la simple discusión, argumentación, intuición o por adivinación. En rigor, el estudio o análisis de un sistema social es altamente complejo y su resolución en cuanto a tomar la mejor política de decisión equivale a resolver una ecuación diferencial de orden superior. No obstante, la gente intenta tomar una decisión con un simple ejercicio mental, y esto equivale a intentar resolver una ecuación diferencial compleja utilizando solo la mente, cuestión que sabemos no es factible. Vamos a insistir diciendo que los sistemas sociales necesitan un mismo tratamiento que los sistemas físicos, pero decir a la vez que la formación de las complejas relaciones entre las variables que conforman un sistema complejo pueden ser manejables con el lenguaje de la *Dinámica de Sistemas*. Y que es absolutamente necesario utilizar la *Dinámica de Sistemas* para una mejor comprensión de un mundo cada vez más complejo a medida que seguimos ampliando las fronteras del conocimiento.

En la actualidad, y gracias a los trabajos de Jay Forrester, estamos entendiendo el *comportamiento contraintuitivo de los sistemas sociales*. Y esto significa que por mucho que nos esforzamos en toma de decisiones políticas por el mejoramiento de la calidad de vida, de las políticas sobre crecimiento urbano, etcétera, y que a pesar de ser políticas obvias no tenemos los resultados esperados, y más aún estas propias políticas pasan a ser la causa del problema a solucionar. De tal manera que ahora el campo de la dinámica de sistemas nos puede explicar la complejidad que nuestra mente no puede prever. Además, la dinámica de sistemas tiene la característica de ser transversal en las áreas del conocimiento, esto significa que un determinado modelo en una determinada área del conocimiento puede ser utilizada, con variación mínima y cambio de unidades de las variables en juego, hacia otra área del conocimiento absolutamente diferente. Esto le da a la dinámica de sistemas la propiedad de "unificadora".

Finalmente al analizar un sistema social con la técnica de la *Dinámica de Sistemas* nos damos cuenta que, contrariamente a los resultados esperados por las políticas tomadas en base a la discusión y a la racionalidad, lo que se quería evitar aparece con más fuerza (los llamados errores de proyección), o aparecen resultados no deseados, y en la propia construcción de un modelo dinámico que refleje la realidad que se quiere estudiar aparecen contradicciones producto del lenguaje coloquial que estamos acostumbrados a utilizar, que no es formal, o aparecen sutiles variables que nuestra mente no alcanza a percibir.

En este trabajo vamos a reforzar lo que se dice en los párrafos anteriores. Esto es, que la *Dinámica de Sistemas* nos ayude a buscar modelos que nos permitan comprender las complejidades que aparecen en nuestra sociedad, y a buscar soluciones.

El trabajo de Jay Forrester

Citaré someramente el trabajo fundamental de Jay Forrester en la dinámica de sistemas urbanos, que por lo demás está ampliamente difundido en su libro *Urban Dynamics* (1969). Forrester examinó los cuatro programas comunes que se utilizan a menudo para mejorar la depresión de las grandes ciudades. A saber, la creación de trabajos para la ocupación de desempleados (fundamentalmente trabajo suburbano), mediante trabajos gubernamentales o municipales con sueldos mínimos. Segundo, la creación de programas de capacitación para grupos de bajos ingresos. Tercero, la ayuda federal para ciudades en depresión mediante subsidios. Y en cuarto lugar, la construcción de casas de bajos ingresos o viviendas "progresivas" (eufemismo utilizado en Chile para referirse a casas muy pequeñas, muy baratas y con subsidio estatal). El modelo computacional utilizado para este efecto mostraba como la industria, las casas, y la gente interactuaba una con otra a medida que la ciudad crecía y decaía. Todos los resultados obtenidos mostraban que los cuatro programas oscilaban en un rango de total ineficacia a un daño considerable, ya sea por su efecto en la economía de la ciudad o por su efecto nocivo a la larga sobre la población de bajos ingresos. Ambos resultados, anunciaba Forrester, confirmaban y explicaban mucho de lo que ha estado sucediendo sobre las últimas décadas en varias ciudades.

Este trabajo mostró, entre otros resultados contraintuitivos, que la depresión en ciertas áreas de las ciudades surgen del "exceso" de construcción de casas de bajos ingresos en vez de lo que normalmente se supone que se debe a la escasez de casas. No es mi intención de repetir el análisis hecho por Forrester bajo el peligro de la respuesta de que él "modelo otra realidad". La realidad de las grandes urbes norteamericanas. Sin embargo permítanme hacer una pequeña reflexión en la política de "construcción de casas de bajos ingresos" en nuestra realidad, en Chile, o en cualquier país sudamericano, que no será muy diferente. Para ningún estadista, para ningún grupo de gobierno, de oposición, congresistas, funcionarios de estado, se pone en duda que la construcción de casas de bajos ingresos es una política correcta y necesaria en la lucha contra la pobreza. Y si alguien lo pone en duda, esta duda es rápidamente desechada por no tener otra alternativa a "corto plazo", de resultados inmediatos. Más bien, el problema se traduce, entre oposición y gobierno, a la discusión de que las casas construidas de bajos ingresos son las suficientemente posibles, por parte del gobierno, y, por parte de la oposición, que esta construcción es un número deficiente. Incluso se utiliza la palabra "déficit" habitacional, para referirse a "escasez de casas de bajos ingresos". Se confunde deuda con déficit. Se mantiene una discusión más o menos larga en el número de casas de bajos ingresos. Para unos lo suficiente, para otros insuficiente. Datos objetivos en Chile apuntaban que hace dos años atrás se podían construir 100 casas de bajos ingresos en una hectárea (ad-hoc para esta política), ahora con la insistencia de esta inobjetable política apunta a la construcción de aproximadamente 120 casas en la misma hectárea. No es necesario anunciar las medidas en metros cuadrados de cada una de estas casas de bajos ingresos, que por lo pequeña se les da el tratamiento de "progresiva", es decir se alimenta el componente dinámico de que pueden aumentar "levemente" en construcción conforme aumenta el tamaño del grupo familiar. Este concepto de "progresivo" además alimenta el concepto de perpetuidad de una casa de bajos ingresos. En efecto, todos sabemos que una casa tiene su propia dinámica, las grandes mansiones construidas hace más de un siglo para un hábitat escogido han dado paso a otro tipo de hospedadores, unas veces para ser ocupadas por trabajadores de medianos ingresos, después por trabajadores de bajos ingresos, y finalmente para su demolición en reemplazo de otro tipo de construcción. No obstante el carácter "progresivo" de estas viviendas de bajos ingresos apunta el hecho de que la demolición es impensable y contra natura. Por otro lado, es claro que el relevo social, esto es los hijos de los propietarios de bajos ingresos, están condenados a perpetuarse en su nivel social toda vez que estas casas carecen de lo esencial para el desarrollo intelectual de los chicos que estudian, por falta de espacio vital, de luz, de silencio, en resumen de una promiscuidad atentatoria a la superación. Y sin embargo, creemos, mucha gente cree que la entrega de una llave para una casa de bajos ingresos es una demostración de la lucha contra la pobreza.

Existe una sencilla ecuación diferencial en el lenguaje de Forrester, y que fue discutida por el autor de esta conferencia con Javier Aracil, de la Universidad de Sevilla, en que se refleja la política "solitaria" (esto es de no considerar otras interacciones dinámicas como las presentadas en el párrafo anterior) de construcción de casas de bajos ingresos y que sin duda alguna apuntan a un colapso en el sentido de la teoría de los sistemas dinámicos. Y que por lo demás este modelo aclara completamente la inútil y errónea discusión, entre oposición y gobierno, de que la construcción de casas de bajos ingresos reduce el déficit habitacional anual de este tipo de casas.

El trabajo de Brian Arthur

Brian Arthur (1990), en su trabajo sobre retroalimentación positiva en la economía utiliza un modelo no lineal de urna al estilo Polya. Ahora bien, Arthur da como ejemplos de retroalimentación positiva asociados a las empresas tecnológicas y de preferencias a la Nueva Tecnología. Las cinco opciones que caracterizan a las trayectorias de estos procesos son:

1. Caminos dependientes o no-ergodicidad
2. Impredecibles
3. no superioridad o trayectorias sub-óptimas
4. Sensibilidad a las condiciones iniciales
5. Racionalidad emergente

Ahora bien, el punto 3 establece, en lo que respecta a trayectoria de desarrollo en una economía, que nadie asegura, justamente por el mismo reforzamiento, que la trayectoria elegida sea la mejor. Si bien es cierto que una trayectoria de desarrollo basado en una determinada tecnología tenderá a hacerla cada vez mejor en cuanto la adopte más gente, es posible que de todas maneras no sea esta trayectoria la más óptima, tecnológicamente hablando.

Ahora bien, veremos dos aspectos no tratados en profundidad en la literatura económica, cuando aplicamos la teoría de los procesos de rendimientos crecientes a economías alejadas de las nuevas tecnologías. El llamado efecto *San Mateo*, otra manera de llamar a la retroalimentación positiva, puede resultar perverso en algunas situaciones, sobre todo cuando su trayectoria de desarrollo no es la mejor o la más óptima en términos de equidad.

El ejemplo más trivial proviene de las publicaciones científicas en revistas indexadas. Pongamos un ejemplo con la comunidad científica cuyo interés en compartir y divulgar sus resultados y conocimientos no se ve afectado en absoluto por la participación de los "países pobres", sino al contrario. Pues bien, el Sience Citation Index (SCI), es una institución que enlista artículos de aproximadamente 3.300 revistas científicas, de un universo -hasta el año 1998- de más de 70.000 que hay en el mundo. Es claro que la inclusión en este "índice", hablemos de "club selecto", es fundamental para que un determinado artículo sea considerado por el mundo científico, tanto en lo que se refiere a la información del estado del arte, como las nuevas revelaciones científicas. Ahora bien, para optar a esta selecta clasificación deben cumplir normas rigurosas, como que la propia revista donde se publique el artículo esté en la práctica en este "club selecto" En este contexto, podemos deducir fácilmente que la publicación de un artículo en una revista que no esté indiciada en el SCI, tendrá escasa probabilidad de ser leído por sus pares de la comunidad científica. El efecto San Mateo se plantea así como un circulo vicioso que juega del siguiente modo: para que una revista entre al club debe tener un índice de citación elevado; pero como no está en el club, las probabilidades de ser citadas son escasas, por no decir nulas y, en consecuencia, no podrá entrar al club. Además, y para incrementar el efecto San Mateo, las revistas de los "países pobres" citan a las revistas ya indexadas, aumentando el prestigio de éstas. Así, la realidad es que los países del tercer mundo no pueden compartir entre sí ni con el mundo industrializado sus avances y descubrimientos, lo que afecta profunda y negativamente su desarrollo científico.

Las consecuencias de este particular efecto San Mateo son varias. En primer lugar, con toda seguridad, puede acarrear un empeoramiento en la metodología científica de los países en desarrollo o del tercer mundo, puesto que no tendrán "vallas" altas que saltar, ni un llamado de atención para la corrección de sus avances científicos, al no tener acceso a este "club selecto". Consecuencia: Un empeoramiento de la Ciencia en el tercer mundo.

En segundo lugar, es posible que las revistas rechazadas que desean integrar este selecto club, intenten hacerse atractivas e interesantes para ser admitidas, de tal forma que trabajarán con parámetros de exigencia que conducirán a la resolución de problemas del primer mundo más que del tercero. Además, por lo general, las bibliotecas optarán por la suscripción a las revistas que pertenecen a este círculo de manera que se producirá una perturbación en la búsqueda de la investigación en los países del tercer mundo, lo que se traducirá en la práctica en que la ciencia del tercer mundo intentará resolver los problemas del primer mundo.

En tercer lugar, es posible que se prive al primer mundo de conocimientos importantes relativos a los problemas del tercer mundo y al no trazarse una línea de investigación respecto a esos problemas aparezcan las llamadas catástrofes o "enfermedades emergentes" (recuérdese el ébola y otras enfermedades emergentes de la "zona caliente" africana, donde es muy probable que hubiera sido anunciada por algún investigador local).

Finalmente, este efecto San Mateo, en una estructura fractal, se repite a nivel de los países pobres, sufriendo las investigaciones locales el mismo efecto perverso respecto de las revistas o investigaciones centrales que éstas sufren a nivel mundial.

Arthur establece a través de sus artículos sobre realimentación positiva que, en lo que respecta a conocimiento tecnológico o a empresas que desarrollan nuevas tecnologías, el efecto San Mateo es altamente saludable, fundamentalmente por el "efecto de red" que lleva asociado.

Arthur (1996) establece que "Muchos productos de alta tecnología necesitan ser compatibles con una red de usuarios. Así, si muchos software son descargados de Internet pronto aparecerán como programas escritos en lenguaje Java de Sun Microsystems, entonces los usuarios necesitaran Java en sus computadores. De modo que si se gana posición, este lenguaje emergerá como estándar". En realidad, el "efecto de red" va más allá del posicionamiento de un estándar, más bien se refiere, pensamos, a la convivencia pacífica y cooperativa de artículos tecnológicos que están asociados o sustentan una alta tecnología. Considere una red que es un grafo completo, es decir todos los nodos o vértices están conectados, de modo que un nodo particular represente la industria de impresoras láser, en otro nodo los software de diseño para páginas web, en otro nodo los diseñadores de páginas web, en otro nodo los computadores de última generación, etcétera. Es indudable que es muy difícil que un nodo desaparezca en tanto y en cuanto el resto de los nodos sigan activos, y por otro lado la misma supervivencia de estos nodos es que mantiene a la red viva.

Arthur utiliza la dinámica de sistemas para la resolución de los problemas del primer mundo mediante la modelación dinámica de los procesos de realimentación positiva. Este modelo, basado en la realimentación positiva, explica muchos fenómenos económicos. Explica lo que sucedió, por ejemplo en el Silicon Valley, explica como la economía se organiza en el espacio, explica lo que sucede actualmente con Microsoft, explica el fenómeno Internet, en resumen explica los dos mundos de negocios: el de rendimientos crecientes y el de rendimientos decrecientes (este último, el mundo de Marshall). Sin embargo, no explica en demasía el llamado efecto San Mateo, desde mi modesto punto de vista. Y es claro, los objetivos del primer mundo no son los mismos objetivos del mundo de Nerhu.

Quisiera hacer una reflexión para insistir que el proceso de realimentación positiva, descrito por Arthur, también está en la naturaleza. Acudiré a un modelo biológico para subrayar el lado perverso de este tipo de procesos. Y acudiré a las hormigas. Observemos los tres caminos que existen desde un hormiguero a una fuente de comida para las hormigas (figura 1).

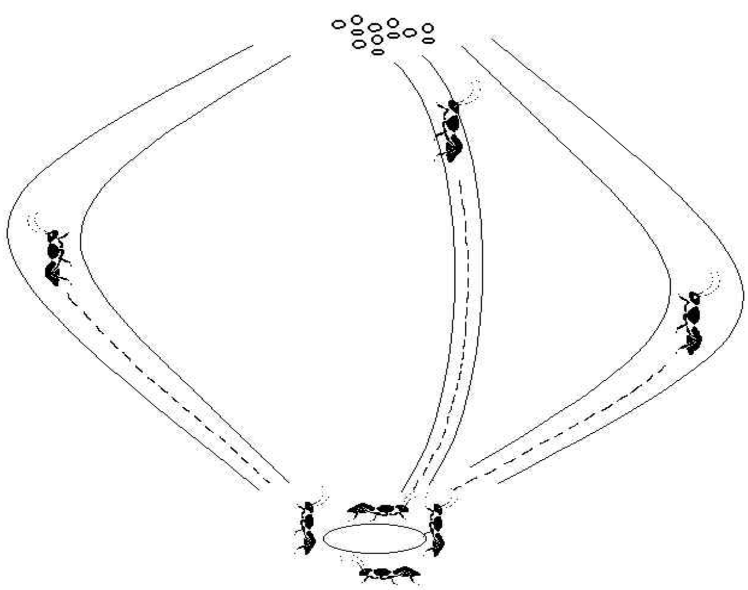


Figura 1

Uno de ellos es, circunstancialmente, más corto. Es sabido que las hormigas dejan una huella química, las *feromonas*, como señal de información (figura 2). Es altamente probable, en la búsqueda de comida, que una hormiga llegué a la fuente de alimentación por el camino más corto. Y lo que si es seguro que toda vez que una elija el camino más corto, en virtud de la señalización por feromonas, regresará por el mismo camino a su hormiguero, de manera que ese camino tendrá más concentración de feromonas, por lo menos dos veces más que los otros caminos, puesto que por ellos aún no regresan los otros exploradores, y por lo tanto pasará a ser, en lo que dure la comida, el camino transitado.

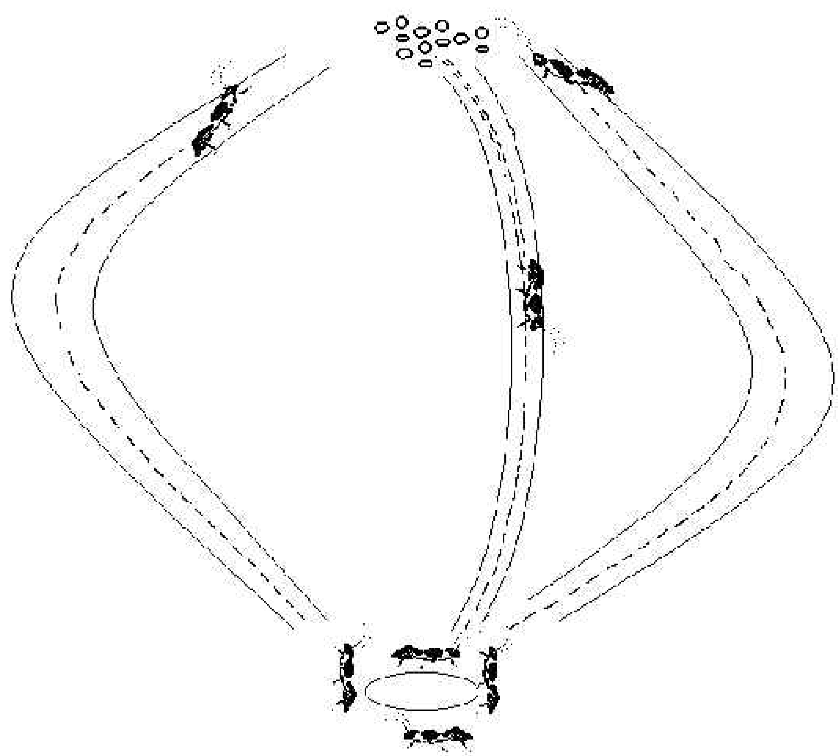


Figura 2

Se convertirá, a fuerza de una realimentación positiva (figura 3) pisada tras pisada de las primeras hormigas en el único camino hacia la alimentación de todo el enjambre.

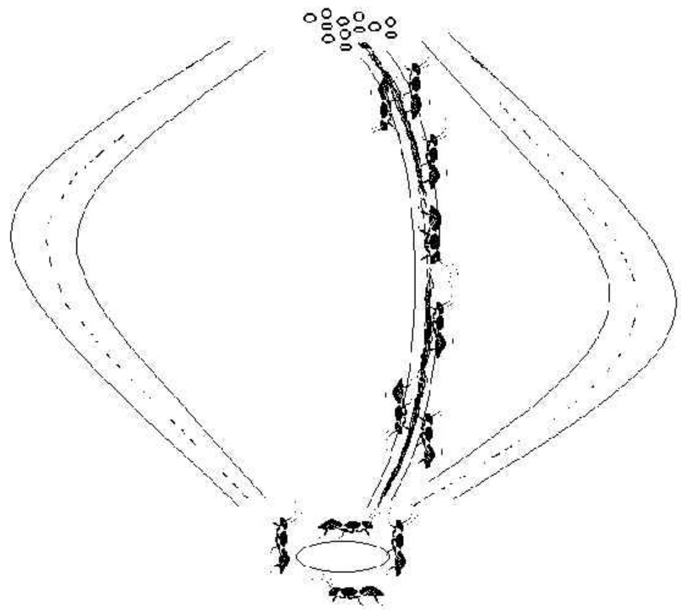


Figura 3

No voy a hablar de las implicancias computacionales que tiene este sencillo modelo, solo lo usaré para graficar las soluciones "subóptimas" o trayectorias no-óptimas (figura 4) por la sociedad (incluso por la sociedad de insectos colectivos).

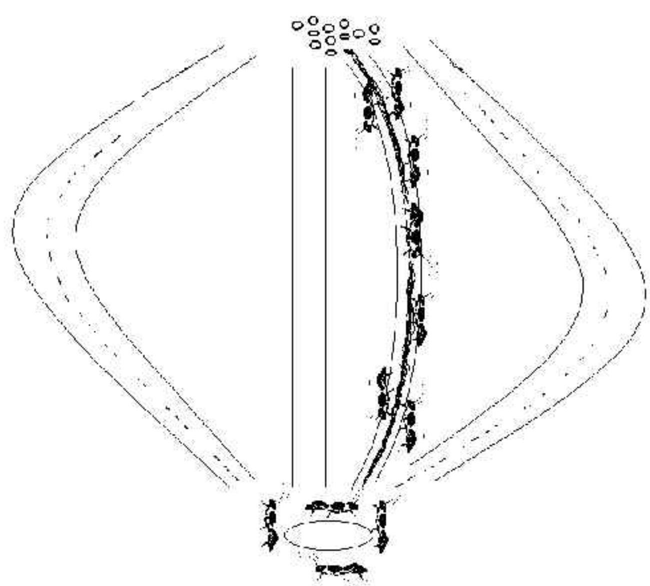


Figura 4

Observemos que existía una probabilidad positiva de que las hormigas exploradoras no tomaran el camino más corto, de manera que en este caso, el camino más probable que se pudo haber seleccionado era el subsiguiente más corto. De manera que se pudo haber seleccionado un camino no-óptimo. Sin embargo supongamos que no es este el caso. Que de todas maneras se eligió el más corto, y así actúa este enjambre de insectos colectivos. Supongamos ahora que trazamos un camino notoriamente más corto, como lo indica la figura siguiente. Por la fuerza de las feromonas este camino no será elegido posteriormente. Bien, esto ocurre con las hormigas, y su comprobación in situ es fácil de realizarlo. Yo lo he hecho. La pregunta que invito a responder es la siguiente ¿se comporta de esta manera la sociedad humana? O mejor dicho, ¿en algunos casos se comporta así la sociedad humana?

Es evidente que este ejemplo es otro efecto San Mateo. Bien, sí, creo que con mucha frecuencia así nos comportamos. Y no acudiré a los ejemplos en el campo de la tecnología cuando se toman trayectorias no-óptimas, acudiré a un ejemplo más trivial. Existe un camino que todas las instituciones financieras toman, se le da crédito financiero a quien puede pagar, o de otra forma más directa no se le presta dinero a los pobres.

Es decir, hasta ahora, en esta conferencia, ha quedado meridianamente claro, por lo menos para mí, que a las personas de bajos ingresos se les puede subsidiar una casa de bajos ingresos y no se les puede prestar dinero. Ambos caminos, a la larga y a la corta refuerzan lo que se conoce como "el círculo duro de la pobreza".

En lo que viene, dejaré de hablar de Jay Forrester y Brian Arthur, y hablaré de dos economistas que combaten el lado perverso del efecto San Mateo.

El trabajo de Muhammad Yunus

Yunus obtuvo su doctorado en economía en la universidad de Vanderbilt, y, como la mayoría de los que han estudiado en el primer mundo, regresa a su país natal. En el caso de Yunus a Bangladesh. Las teorías económicas aprendidas por Muhammad chocaron con la hambruna de 1974 en Bangladesh. Permítanme citar textualmente las impresiones del doctor Yunus: *"Quise saber como era la economía real de los pobres. Puesto que la universidad de Chittagong está ubicada en una zona rural, me resultaba fácil visitar los depauperados domicilios de Jobra, un pueblecito vecino. En el transcurso de muchas visitas, llegué a conocer casi todo sobre la lucha por la vida de mis vecinos y aprendí sobre economía muchas cosas que jamás son explicadas en las aulas. Me sentí desolado al ver cuanto sufrían los indigentes de Jobra porque no conseguían reunir mínimas cantidades de capital para los gastos ordinarios. Con frecuencia bastaba con menos de un dólar por persona, pero solo aceptando condiciones leoninas para llegar a conseguir esa minúscula cantidad. En la mayoría de los casos, la gente se veía obligada a vender sus bienes a prestamistas a los precios fijados por éstos (...) Esta tragedia cotidiana me impulsó a la acción. Con la ayuda de mis alumnos de segundo ciclo, confeccionamos una lista de quiénes necesitaban pequeñas cantidades de dinero. En nuestra lista figuraban 42 personas. La suma total requerida era de 27 dólares (...) de mi propio peculio, presté los 27 dólares a las personas de mi lista (...) Empero, eran muchos otros quienes podían beneficiarse de créditos. Decidí dirigirme al banco de la universidad y tratar de persuadir a sus directivos para que concedieran crédito a los pobres de la localidad (...) El gerente de la sucursal me dijo, sin embargo, que el banco no podía prestar dinero a los necesitados: los aldeanos, adujo, no ofrecían garantías. Me reuní con funcionarios de mayor rango del banco, con idénticos resultados (...) En 1976 solicité un préstamo del banco local y distribuí el dinero entre los individuos de Jobra más azotados por la pobreza. Todos los aldeanos, sin excepción, devolvieron sus préstamos. Pero el banco, ni aun ante esa prueba, estaba dispuesto a concederles un préstamo directo. Así que repetí mi experimento en otra aldea, y tuve éxito de nuevo. Seguí ampliando mi trabajo, de dos a cinco, a 20, a 50, a 100 aldeas, todo para convencer a los banqueros de que debían prestar a los pobres (...) A pesar de que en cada nueva aldea se devolvían los préstamos, los banqueros seguían sin cambiar de opinión sobre quienes carecieran de avalistas (...) Puesto que no podía cambiar de actitud de los bancos, decidí crear un banco independiente para los pobres. Tras mucho trabajo y largas negociaciones con el gobierno, en 1983 quedó establecido el banco Grameen (o banco de la* *aldea, en idioma bengalí)".*

Ni siquiera citaré la extensión territorial que en la actualidad tiene el Banco Grameen en el mundo, tal vez citar rápidamente que ya México cuenta con una sucursal, como tampoco hablaré de la incidencia que tuvo este banco en la reducción de la extrema pobreza, pueden consultar el sitio en la web que indico en las referencias bibliográficas. Creo que es de interés en describir las sutiles interacciones que ocurren en la complejidad de la sociedad, y en nuestro caso en las sociedades de extrema pobreza. De otra forma, ¿como consiguió el doctor Yunus trazar un camino, con feromonas "solidarias", para que fuera transitado con éxito por un colectivo de pobres condenado a más de cien años de soledad?

Antes de dar la respuesta, permítanme que los conduzca a un descubrimiento que realicé hace algunos años y que solo entiendo su significado científico en el contexto de la dinámica de sistemas, ahora que estudio la obra del Muhammad Yunus.

Hace unos ocho años atrás, desde un punto de vista exclusivamente matemático pero intentando resolver un problema de pobreza, durante un par de meses me dediqué al estudio del sistema del ganado caprino en la región de Chile donde vivo. Como pueden saber, este ganado caprino tiene su sistema ecológico en las zonas áridas y semiáridas, y es claro que no puede ser de otra manera, puesto que en otro tipo de nicho, digamos en abundancia de vegetación, se llega a un colapso ecológico, de manera que el ganado caprino es naturalmente desplazado a este tipo de áreas. Ahora bien, la caracterización social de las zonas áridas es de pobreza en todo sentido, de modo que nos encontramos en un sistema casi cerrado, ganado caprino-pobreza local. De manera que los esfuerzos del gobierno local consistía en la ayuda para la obtención de productos de manera óptima para el beneficio de las familias que viven de esta ganadería. El primer parámetro relevante, como era obvio de suponer, fue que el tamaño familiar era proporcional al tamaño del ganado caprino, y el segundo parámetro, casi como consecuencia del primero, era la alta tasa de natalidad en las familias. Por otro lado, pensando en una estrategia de transferencia de tecnología, a objeto de mejorar los productos en raza, leche, queso, carne, etcétera, hice una exhaustiva revisión de la ciencia dedicada a este sistema. Encontré que era relevante, más aún, los organismos estatales habían realizado grandes esfuerzos en la capacitación en cuanto a esta transferencia, pero todo había sido inútil. No había avance notorio, y al parecer el sistema estaba completamente cerrado. Incluso, ya la capacitación entre las familias del sistema caprino apuntaban a una reconversión laboral, y era así que emergían cursos para que las mujeres aprendieran otro oficio. Poco antes de abandonar ese estudio leí un artículo de un experto peruano en ganado caprino, Enrique Nolte, titulado *El componente social en los sistemas sociales de explotación caprina de las zonas áridas*. En este artículo se hacía referencia a las funciones en el ingreso del producto caprino, la alimentación, los roles y la cohesión social de la familia del sistema caprino. Se citaban las diferentes contradicciones al interior de la familia, y se decía que, en determinadas regiones, el dinero de la venta de animales para beneficio o para reproducción es utilizado por los varones jefe de familias para las compras al mayoreo de víveres, así como para solventar gastos de eventos sociales como matrimonios, bautizos, etcétera. Las mujeres en cambio, disponen del dinero proveniente de la leche, ya sea vendida fresca o en forma de queso. Este ingreso se destina a ciertas mejoras en la alimentación (pescado, verduras), en la vestimenta de los hijos y en el equipamiento del hogar. De manera que en este artículo se desprende tendencias al conflicto, al preferir los varones, que los cabritos consuman la mayor cantidad de leche, mientras que las mujeres se inclinan a la venta directa de ese producto y sus derivados. De modo entonces que toda transferencia tecnológica, ya sea en la mejora de la raza o en la elaboración de productos lácteos, debía pasar por el respeto y la superación de esas contradicciones. Por entonces, ajeno aún a la técnica de la dinámica de sistemas, no tenía elementos para modelar tan compleja interacción, de modo que abandoné el trabajo.

Muy bien, ¿cuál es el nexo entre esta anécdota de este sistema caprino con el banco Grameen? El doctor Yunus supo reconocer las interacciones sutiles pero fundamentales en la dinámica de los roles sociales al interior de la pobreza. El banco Grameen no presta dinero a diestra y siniestra, como ya se pueden imaginar. El préstamo se basa en la fuerza de los iguales, sobre la fuerza de los prestatarios. Se les exige que se unan al banco en grupos de cinco que ellos mismo constituyen, y de preferencia mujeres! Los miembros del grupo se apoyan entre sí, prestándose ayuda mutua y consejos, se refuerza la disciplina (se está trazando otro camino y se debe realimentar bajo la teoría de los procesos de realimentación positiva), se evalúa la viabilidad de los negocios y asegurar las devoluciones de los préstamos. Si alguno de los miembros deja de pagar un préstamo, todos los miembros corren el riesgo de ver suspendida su línea de crédito. En rigor, toda vez que una persona de los cinco paga su quinta cuota, entonces se concede un préstamo a la segunda en espera del grupo, y así sucesivamente. Se declara, dentro de la aldea, que si una integrante del grupo es maltratada por su marido, se cortará su línea de crédito (se debe marcar el camino con feromonas sociales bien claras!). El banco acude a la aldea, los pagos se realizan en reuniones semanales en las que participan siete u ocho grupos, se realiza un reforzamiento, los prestatarios deben comprometerse a reducir su tasa de natalidad, esto es gestionar el número de hijos, debe evitar fomentar la promesa de matrimonio entre jóvenes, no deben realizar pagos o dotes matrimoniales, debe beber agua limpia, cultivar y comer hortalizas, excavar y utilizar pozos negros. En resumen son 16 resoluciones. Los beneficios obtenidos abarcan más allá del propio préstamo, por ejemplo se utilizan procedimientos anticonceptivos con mayor regularidad. Hay un principio básico, el banco Grameen presta dinero solo a quienes viven por debajo de la línea divisoria de la pobreza. La mezcla de participantes paupérrimos con otros económicamente más solventes conduciría a que fueran éstos quien dominasen los grupos. Es decir, se trata de definir un efecto San Mateo por la trayectoria inferior al modelo de Arthur.

Ahora bien, ¿porqué se eligió esta metodología? O con más precisión ¿por qué son mayoritariamente mujeres las que obtienen líneas de crédito en el banco Grameen? La respuesta la da otro economista del tercer mundo.

El trabajo de Partha Dasgupta

Economista indio, su trabajo se centra en el círculo *crecimiento demográfico, entorno local y pobreza*. Sus estudios están basados en las regiones del África y la India, pero su análisis interactivo sistémico de estas tres componentes se puede transportar a los "bolsones de pobreza" en nuestra Sudamérica. El Dr. Dasgupta no intenta resolver el problema de si la explosión demográfica es causa del aumento de la pobreza y de la degradación del entorno local, o si es la pobreza la causa del crecimiento demográfico, sino que explica la interacción entre el crecimiento demográfico, el entorno local y la pobreza, para demostrar que estos tres factores se fomentan entre sí.

Hemos dicho que un enfoque sistémico nos permite ver con claridad las sutiles interacciones entre los elementos de un sistema. En efecto, es de perogrullo que el crecimiento demográfico global representa un peligro para el planeta, pero se olvida que ya el pobre está en peligro; se pide a la gente que cuide el medio ambiente, haciendo exigencia a todos por igual, mientras el pobre va a cuestas con su subsistencia. Dasgupta encuentra las interacciones que fomentan entre si el crecimiento demográfico, la pobreza y el entorno local, y para esto realiza un descarnado análisis dentro del hogar de las familias pobres tanto como la interacción entre estas familias. Su razonamiento está basado en estudios descriptivos provenientes de la ecología, ciencias políticas, antropología, ciencias alimentarias, matemáticas, etcétera. Esto es, unificación del pensamiento científico para la explicación de un sistema social complejo. Descubre que el rol social de la familia también tiene inequidades, que las decisiones familiares en cuanto al número de hijos, de la educación, del trabajo, de la utilización de los recursos del entorno local no son participativas, y prima la opinión de quien está a cargo de los ingresos familiares, mayoritariamente del jefe de hogar. La elevada tasa de natalidad de lugares de extrema pobreza es una de las principales evidencias en la falta de equidad de este tipo de sociedades. Al decidir el número de hijos prima el juicio del varón, aunque el peso de la carga recaiga sobre la mujer. En algunas comunidades, la procreación no es un asunto privado, sino también una actividad social en la que influye el medio cultural. Entre otros motivos la procreación de hijos significa una inversión, un bien de producción, los hijos no solo constituyen una mayor fuente de ingresos y mano de obra en las duras tareas de subsistencia diaria, al mismo tiempo representan un seguro de vejez para sus progenitores.

Una consecuencia del elevado número de hijos es la presión destructora del entorno, debido a que los padres no asumen toda la responsabilidad y el gasto de la crianza de los hijos normalmente se comparte con otros miembros de la comunidad. El contar con que la procreación tendrá bajos costes y rendirá altos beneficios fomenta las familias numerosas, ejerciendo una presión más dura contra el medio ambiente. Cuando esto sucede la fecundidad y la degradación ambiental se refuerzan mutuamente y crecen en espiral, aumentando la pobreza.

Por otro lado, si consideramos la dureza biológica y física que implica para la mujer la gestación de los hijos (9 meses de gestación, tiempo para amamantar, cuidado de los hijos, etcétera), se podría esperar una disminución en la tasa de nacimiento. Sin embargo, ¿por qué no ocurre esto? ¿falta de instrucción?... puede ser. Si esto es así, no debería ser la única razón. Dasgupta, fundamenta que una causa importante es la falta de ingresos en la mujer. Por lo tanto, su propuesta consiste en incorporar a la mujer al trabajo remunerado, fomentando su desarrollo personal y valoración en las sociedades de extrema pobreza.

Resumen

En el presente trabajo se entregan los primeros resultados de Jay Forrester en la modelación para la comprensión del comportamiento contraintuitivo de los sistemas sociales, fundamentalmente en lo que respecta a políticas obvias basadas exclusivamente el modelos mentales para el mejoramiento de sistemas sociales complejos. Luego se analiza el trabajo de Brian Arthur en su modelación del Efecto San Mateo, o procesos de realimentación positiva, cuyos resultados tienen distinto interés conforme se utilice para explicar procesos económicos en los países desarrollados, o bien se utilice para revertir el lado perverso de este efecto en los países del tercer mundo. Se presenta, para este último caso el enfoque sistémico de los trabajos de dos economistas, Muhammad Yunus y Partha Dasgupta.

En definitiva se pretende convencer que la dinámica de sistemas, como paradigma del enfoque sistémico, es absolutamente necesario para la lucha contra la pobreza.

(*) Conferencia dictada al Instituto Tecnológico de Monterrey, Campus Querétaro, Septiembre 2000

Referencias bibliográficas

Arthur, Brian (1996). Increasing Returns and the Two Worlds of Business. *Santa Fe Institute Paper* 96-05-028.

Forrester, Jay (1995). Counterintuitive Behavior of Social Systems. *Technology Review*. Vol. 73, Nº 3: 53-68.

Dasgupta, Partha (2000). Science as an Institution: setting priorties in a new socio-economic context. *Tex of a lecture delivered at the Plenary Session on Science in Society at de* UNESCO/ICSU *World Conference on Science, held in Budapest,* 26 june – 1 july, 1999

Dasgupta, Partha (1995). Población, pobreza y entorno local. *Investigación y Ciencia*. Abril 1995, Número 223: 6 – 12

Yunus , Muhammad (2000). El banco Grameen. *Investigación y Ciencia*. Febrero 2000, Número 281:. 70 – 76.

Referencias en Internet

http://www.econ.cam.ac.uk/faculty/dasgupta/index.htm

http://www.aiesec.org/webs/ic98/icare/speakers/Yunus.htm

http://www.santafe.edu/arthur/

http://sysdyn.mit.edu/people/jay-forrester.html

El Movimiento Browniano en el Precio de las Acciones

Introducción (*)

"Robert Brown, con toda seguridad, no fue el primero en descubrir el movimiento que lleva su nombre. A consecuencia de sus viajes se fue interesando en la investigación de los coloides, y en la cuidadosa observación de preparaciones microscópicas en el estudio de los mecanismos de reproducción en las plantas. Sin embargo, el comportamiento errático del polen suspendido en una solución lo asoció a las teorías vitalistas de la vida, haciendo defensa de que este movimiento era propio de la materia viviente, y relacionado con los mecanismos de la reproducción. Sin embargo, en sus trabajos finales concluye que el movimiento errático observado era de *naturaleza mecánica* y no dependía del carácter orgánico ni inorgánico de los objetos microscópicos observados. Esto ocurría en el año 1828.

Parecía claro la no existencia de un modelo matemático para este movimiento: la Matemática y la Física del siglo XIX no estaban lo suficientemente desarrolladas para atacar el fenómeno. Fue necesario esperar los trabajos de Einstein, en 1905, para su modelación. Y la barrera fundamental que impedía el conocimiento del movimiento Browniano era justamente el determinismo clásico de la Mecánica de Newton. Esta aseguraba que todo movimiento debía tener por causa una fuerza. Einstein usando la teoría molecular cinética de la materia prueba que dicho movimiento se produce sin que medie la acción de fuerza externa alguna. Su razonamiento es de una sencillez extrema: si los granos de polen en suspensión se mueven es porque las moléculas del líquido chocan con ellos. las moléculas a su vez están en movimiento constante por efecto de fuerzas externas al líquido (interacciones moleculares o, incluso, por cambios producidos en los niveles de energía en la estructura subatómica). De este modo Einstein llegó a la conclusión de que el *movimiento Browniano es intrínseco a la materia*."

Propuesta de un modelo de trayectoria estocástica.

Supongamos que $X(t)$ denota la trayectoria de una partícula que está *sometida a choques* con moléculas (por ejemplo, dentro de un fluido); el desplazamiento de esta partícula, en un intervalo de tiempo de longitud Δt se mide mediante $X(t+\Delta t)-X(t)$, luego este desplazamiento, aparte de deberse a la velocidad de la partícula en ese momento, se agregará otro que puede ser proporcional a un desplazamiento, debido a interacciones azarosas, denotado por $\Delta W = W(t+\Delta t) - W(t)$. Supongamos que $X(t) = x$ y que la velocidad en el tiempo t y en la posición x, es $\mu(t,x)$, se tendrá entonces que

$$X(t+\Delta t)-X(t)=\mu(t,x)\,\Delta t+\sigma(t,x)\,\Delta W \quad (1)$$

siendo $\sigma(t,x)$ el factor de proporción que eventualmente puede depender del tiempo t y la posición x. Digamos que el desplazamiento se explica por una parte determinística, el primer término de la suma en el lado derecho de (1), y por una parte aleatoria, indicada por el segundo término del lado derecho de (1). De manera más general,

$$X(t+\Delta t)-X(t)=\mu(t,X(t))\,\Delta t+\sigma(t,X(t))\,\Delta W \quad (2)$$

Observemos que si $\Delta W=W(t+\Delta t)-W(t)$ obedece las leyes de alguna probabilidad, se tendrá que, en definitiva, $X(t+\Delta t)-X(t)$, y por ende $X(t)$, será una variable aleatoria.

Ahora bien, si $X(t)$ es una variable aleatoria, entonces una posible trayectoria, conforme a la ley de probabilidad que la rige, se denotará por $X(t,\omega)$, donde ω es el resultado obtenido del espacio de probabilidad en que se sustenta la variable $X(t)$. Salvo cuando sea absolutamente necesario la trayectoria de $X(t,\omega)$ la denotaremos simplemente por $X(t)$.

El movimiento Browniano unidimensional y su modelación.

Supongamos que $\{W_t; t\geq 0\}$ es una colección de variables aleatorias, diremos que este proceso es un movimiento Browniano si tiene las siguientes propiedades:

(i) para $0\leq s<t<\infty$, W_t-W_s es una variable aleatoria normalmente distribuida con media 0 y varianza $t-s$.

(ii) para $0\leq t_0<t_1<\cdots<t_n<\infty$, $\{W_{t_0}; W_{t_k}-W_{t_{k-1}}, k=1,\ldots,n\}$ es un conjunto de variables aleatorias independientes.

Recordemos que una variable aleatoria X se distribuye con media μ y varianza σ^2 (que denotaremos por $\mathrm{N}(\mu;\sigma^2)$) si la ley de probabilidad es

$$\Pr\{Y\leq y\}=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\int_{-\infty}^{y}e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}dx \quad (3)$$

de manera que la propiedad (i) nos dice que para $0<s<t$

$$\Pr\{W_t-W_s\leq a\}=\frac{1}{\sqrt{2\pi(t-s)}}\int_{-\infty}^{a}e^{-\frac{1}{2}\frac{x^2}{t-s}}dx \quad (4)$$

y la propiedad (ii) nos dice que para $0\leq t_0<t_1<\cdots<t_n<\infty$ se tiene que

$$\Pr\{W_{t_0}-W_{t_1}\leq a_1, W_{t_2}-W_{t_1}\leq a_2,\ldots,W_{t_n}-W_{t_{n-1}}\leq a_n\}=$$
$$\Pr\{W_{t_0}-W_{t_1}\leq a_1\}\Pr\{W_{t_2}-W_{t_1}\leq a_2\}\cdots\Pr\{W_{t_n}-W_{t_{n-1}}\leq a_n\}$$

La aparente complejidad de estas propiedades matemáticas son realmente sencillas de interpretar (o modelar).

Sea $0 < t_1 < t_2 < t_3 < \cdots < t_n$, intentaremos crear una posible trayectoria para cada valor de t_i, esto es $W(0), W(t_1), W(t_2), \cdots, W(t_n)$. Supongamos que $W_0 = 0$ por hipótesis , ¿cómo se obtiene $W(t_1)$?, para esto acudimos a la variable aleatoria $W(t_1) - W(0) \, (= W(t_1))$, donde sabemos que un posible valor para este incremento sigue una distribución normal $\mathrm{N}(0, t_1)$, luego generamos un valor aleatorio según esta distribución y así obtenemos un valor para $W(t_1)$. Para generar el valor de $W(t_2)$, acudimos al incremento $W(t_2) - W(t_1)$ (observemos que ya sabemos el valor de $W(t_1)$, digamos $W(t_1) = w_1$) que es obtenido mediante la generación de un número aleatorio según una distribución $\mathrm{N}(0, t_2 - t_1)$, sea este número k_2, esto es $W(t_2) - W(t_1) = k_2$, de modo que $W(t_2) = k_2 + W(t_1) = k_2 + w_1$, y así continuamos con el proceso. De modo que para generar una posible trayectoria de este movimiento Browniano, se generan en forma independientes (garantizado por la propiedad (ii)) los incrementos $B(1) = W(t_1), B(2) = W(t_2) - W(t_1), \; B(3) = W(t_3) - W(t_2), \cdots$, y se calcula la trayectoria mediante

$$
\begin{aligned}
&W(0) = 0 \\
&W(t_1) = B(1) \\
&W(t_2) = B(2) + B(1) \\
&W(t_3) = B(3) + B(2) + B(1) \\
&\vdots \\
&W(t_n) = B(n) + B(n-1) + \cdots + B(1)
\end{aligned}
$$

sin olvidar que cada $B(i)$ se ha obtenido de una distribución $\mathrm{N}(0, t_i - t_{i-1})$, cálculos que en general son más sencillo en cuanto es común establecer que la diferencia entre los tiempos ($t_i - t_{i-1}$) sea constante, esto es $\Delta t = t_i - t_{i-1} \;\; \forall i$, de modo que $B(i)$ se genera mediante una distribución $\mathrm{N}(0, \Delta t) \;\; \forall i$.

Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Estocásticas

En la sección 2 describíamos el movimiento de una partícula suspendida en un fluido, y que estaba influenciado por dos fuerzas. La primera, correspondía a un movimiento no aleatorio (determinístico) generado por la naturaleza subyacente del flujo del fluido o inducida por alguna fuerza externa impuesta sobre el sistema. La segunda, colisiones y/o relaciones de interacciones con otras partículas originan movimientos aleatorios que actúan en tiempos de corta duración, y que a menudo se describen correctamente por las fluctuaciones de un movimiento Browniano.. De manera que, para un periodo de tiempo desde t hasta $t + \Delta t$, el desplazamiento de la partícula se puede aproximar por

$$X(t + \Delta t) - X(t) \approx \mu(x,t) + \sigma(x,t) \Delta W \quad (5)$$

donde $X(t) = X(t, w) = x$ es la localización de la partícula en el tiempo t. Aquí $\mu(x,t)$ es la velocidad instantánea del fluido en el tiempo t y en la posición x mientras que el cambio incremental asociado a un movimiento Browniano, $W(t)$, es representado por

$\Delta W(t) = W(t+h) - W(t)$, y $t_i - t_{i-1} = \Delta t$ mide la varianza instantánea asociadas con las colisiones del proceso $X(t)$.

Ahora bien, la ecuación (5) se puede escribir en notación de diferenciales, esto es

$$dX(t) = \mu(X(t),t) + \sigma(X(t),t)\,dW(t) \quad (6)$$

y esta es una ecuación diferencial estocástica. Si obviáramos la palabra "estocástica", que se debe a la diferencial dW, estaríamos tentado a integrar en el sentido clásico de Riemann-Stieltjes, para obtener alguna "solución" para $X(t)$, esto es

$$X(t) = X(0) + \int_0^t \mu(X(z),z)dz + \int_0^t \sigma(X(z),z)dW(z) \quad (7)$$

sin embargo la segunda integral, que diremos integral estocástica, no puede recibir el tratamiento clásico, toda vez que el proceso Browniano $W(t)$ no es de "variación acotada". Entonces la integral estocástica $\int \sigma(X(t),t)dW(t)$ deberá tener un tratamiento especial. Existen dos versiones para el tratamiento de esta integral, digamos entonces que hay dos tipos de integrales estocásticas: *la integral de Ito*, y *la integral de Stratonovich*.

De momento nuestro interés será la identificación de algún fenómeno real que se pueda modelar según la ecuación (6).

Variación del precio de las acciones.

Si bien es cierto que la ecuación (6) se obtuvo teniendo en cuenta consideraciones de la Física, veremos como el precio de las acciones se comportan como partículas que sufren fluctuaciones aleatorias debidos a interacciones. De paso, entregaremos un ejemplo de como un proceso discreto se puede aproximar a un **proceso de difusión** (en espera de la definición formal de un proceso de difusión, digamos que el $X(t)$ de la ecuación (6) es un proceso de difusión, en virtud de las buenas propiedades del movimiento Browniano $W(t)$).

Sea S_i el precio de una determinada acción observada al término del $i-$ésimo día. Es común definir el retorno del precio de esta acción como

$$R_i = \frac{S_i - S_{i-1}}{S_{i-1}} \quad (8)$$

Observemos que este retorno corresponde al incremento del día $i-$ésimo (positivo o negativo) respecto del precio de la acción del día anterior S_{i-1} (en tanto por 1). Vamos a presentar un modelo que se puede catalogar de ingenuo, pero sin lugar a dudas nos ayudará a clarificar conceptos del Cálculo Estocástico. Supongamos que la sucesión $\{R_i; i = 0,1,\ldots\}$ admite la siguiente estructura

$$R_i = \mu + \varepsilon_i \quad (9)$$

donde μ es el retorno esperado y las variables ε_i son independientes y se distribuyen según una normal $N(0, \sigma^2)$; de manera tal que las R_i son independientes e identicamente distribuidas según $N(\mu, \sigma^2)$. Reemplazando (8) en (9),

$$\frac{S_i - S_{i-1}}{S_{i-1}} = \mu + \sigma \eta_i$$

donde η_i son i.i.d. según $\mathrm{N}(0,1)$, de manera que

$$S_i - S_{i-1} = \mu S_{i-1} + \sigma S_{i-1} \eta_i \,;\; i = 0, 1, \ldots \quad (10)$$

Observemos que esta ecuación en diferencias finitas actúa en el espacio de tiempo discreto $\{0,1,2,\ldots\}$. Extendamos nuestro espacio de tiempo a $[0, \infty)$, y efectuemos una partición, siempre discreta, de manera de proponer un modelo levemente más general, y que en cualquier caso cuando la partición coincida con el conjunto $\{0,1,2,\ldots\}$ nos resulte la ecuación (10). Para $0 = t_0 < t_1 < \cdots < t_n < \cdots$, hagamos

$$S_{t_i} - S_{t_{i-1}} = \mu S_{t_{i-1}} (t_i - t_{i-1}) + \sigma S_{i-1} (W_{t_i} - W_{t_{i-1}}) \quad (11)$$

donde $\{W_t; t \geq 0\}$ es un movimiento Browniano.

Si la partición $0 = t_0 < t_1 < \cdots < t_n < \cdots$ es tal que su desplazamiento es constante, esto es $t_i - t_{i-1} = \Delta t$, entonces si $\Delta t = 1$ la ecuación (11) es en esencia la ecuación (10). Se puede demostrar, mediante técnicas avanzadas del Cálculo Estocástico, que toda vez que esta partición sea más fina, es decir cuando $\Delta t \to 0$, entonces el proceso S_{t_i} definido por la ecuación (11) converge (en distribución) a un proceso de difusión S_t, que satisface la ecuación diferencial estocástica

$$dS_t = \mu S_t \, dt + \sigma S_t \, dW \quad (12)$$

Observemos que la ecuación (12) es una caso particular de la ecuación (6). De manera que para obtener una trayectoria de la evolución del precio de la acción, S_t, significa resolver la integración estocástica de $\int S_t dW$.

Ahora bien, con estos antecedentes, estamos en condiciones de modelar el proceso entregado en (11) mediante la técnica de la Dinámica de Sistemas a través del software STELLA.

(*) En la introducción prácticamente he citado las palabras textuales de una conferencia sobre el mismo tema que realizó el Dr. Rolando Rebolledo, prestigioso matemático chileno, profesor de la Universidad Católica de Chile)

Julio de 1997.

La retroacción positiva en la economía

Una nueva teoría económica aclara los mecanismos por los que pequeños acontecimientos aleatorios que se produzcan en los albores de una industria o tecnología deciden hacia dónde se inclinará la balanza competitiva.

W. Brian Arthur

La teoría económica convencional se basa en el supuesto de los rendimientos decrecientes. Las acciones económicas engendran una retroacción negativa que conduce a un equilibrio predecible de los precios y al reparto del mercado. Tal retroacción tiende a estabilizar la economía porque todo cambio importante se verá compensado por las reacciones mismas que genera. El alza de los precios del petróleo en el decenio de 1970 fomentó la conservación de la energía e impulsó la prospección, precipitando una caída predecible de los precios poco después de 1980. Según la teoría convencional, el equilibrio conduce al "mejor" resultado posible en cada caso, esto es, a la máxima eficiencia en el uso y asignación de los recursos.

Este cuadro tan agradable no se compadece a menudo con la realidad. En muchas partes de la economía no parece que actúen las fuerzas estabilizadoras. En su lugar, una retroacción positiva amplía los efectos de pequeños cambios económicos; los modelos económicos que describen tales efectos difieren considerablemente de los convencionales. Los rendimientos decrecientes implican un solo punto de equilibrio en la economía, cuando una retroacción positiva, es decir, unos rendimientos crecientes, permiten muchos puntos posibles de equilibrio. Nada garantiza que el resultado económico concreto seleccionado entre las muchas alternativas sea el "mejor". Asimismo, una vez que acontecimientos aleatorios hagan que la economía discurra por una determinada trayectoria, esa opción puede resultar obligada, con independencia de las ventajas de las vías alternativas. Si un producto o nación en un mercado competitivo se pone a la cabeza por "suerte", tenderá a seguir en esa posición e incluso a incrementar su ventaja. Deja de estar así garantizado un reparto del mercado predecible.

En los últimos años, teóricos de la economía de la Universidad de Stanford, del Instituto de Santa Fe de Nuevo México y de otros lugares hemos estado trabajando en una visión de la economía basada en la retroacción positiva. La economía de los rendimientos crecientes tiene antecedentes que se remontan 70 años o más, pero su aplicación a la economía en su conjunto constituye, en gran parte, una novedad. La teoría tiene mucho parecido con la moderna física no lineal (en oposición a los modelos físicos anteriores al siglo XX en que se basa la economía convencional), requiere técnicas matemáticas nuevas y sugestivas y parece ser la teoría apropiada para comprender la economía moderna de alta tecnología.

La historia de los magnetoscopios o grabadoras de cintas magnéticas ("videocassettes") brinda un sencillo ejemplo de retroacción positiva. El mercado de ese producto comenzó con dos formatos competitivos que se vendían más o menos al mismo precio: VHS y Beta. Ambos podían obtener rendimientos crecientes cuando su parte de mercado aumentaba: un mayor número de magnetoscopios VHS incitaría a las tiendas de vídeo a disponer de más cintas grabadas en formato VHS, incrementando así el valor de poseer un aparato VHS y haciendo que más gente adquiriera uno. (Lo mismo, claro está, se aplicaría al formato Beta.) De esta suerte, un pequeño incremento de la parte del mercado mejoraría la posición competitiva de un sistema y le ayudaría a acrecentar su ventaja.

Un mercado de esta índole resulta inicialmente inestable. Ambos sistemas se introdujeron, más o menos, al mismo tiempo y comenzaron, por tanto, con partes del mercado bastante iguales; esas partes fluctuaron pronto por causa de circunstancias externas, "suerte" y maniobras empresariales. Llegó un momento en que los rendimientos crecientes de las mejoras iniciales inclinaron la competencia a favor de VHS, que sacó los cuerpos de ventaja como para hacerse prácticamente con todo el mercado de magnetoscopios. Con todo, cuando comenzó la competencia, hubiera sido imposible decir qué sistema triunfaría, esto es, cuál de los dos posibles equilibrios sería el elegido. Asimismo, si fuera verdad lo que se aduce acerca de que Beta era técnicamente superior, entonces la elección hecha por el mercado no condujo al mejor resultado económico.

La teoría económica convencional adopta una visión diferente de la competencia entre dos tecnologías o productos que desempeñan la misma función. Un ejemplo es la competencia entre agua y carbón para generar electricidad. Conforme las centrales hidroeléctricas se hace con una parte mayor del mercado, los ingenieros tendrán que recurrir a emplazamientos más costosos para la construcción de presas, incrementando así las posibilidades de que una central térmica resulte menos costosa. Cuando estas últimas amplían su parte del mercado, subirá el precio del carbón (o se impondrán unos costosos controles de la contaminación) y así volverá a inclinarse la balanza hacia la hidroelectricidad. Las dos tecnologías terminan repartiéndose el mercado en una proporción predecible, que aprovecha al máximo las posibilidades de cada una, en contraste con lo que ocurrió con los dos sistemas de magnetoscopios.

La evolución del mercado del vídeo no habría sorprendido al gran economista de la época victoriana Alfred Marshall, uno de los fundadores de la economía convencional de hoy en día. En sus *Principios de economía*, escritos en 1890, advirtió que si bien, por lo general, los costos de producción de una firma disminuyen cuando su parte del mercado aumenta, toda empresa que por simple suerte consiga al principio una elevada proporción del mercado estará en condiciones de aventajar a sus rivales; "toda firma que arranque con un buen pie" acapararía el mercado. Marshall, sin embargo, no desarrolló esa observación y la teoría económica la ha ignorado casi siempre hasta hace poco.

Marshall no creía que los rendimientos crecientes se aplicasen por doquier; la agricultura y la minería -pilares de la economía de su tiempo- estaban sometidas a los rendimientos decrecientes causados por las limitadas disponibilidades de tierra fértil y de yacimientos minerales de alta calidad. La industria, en cambio, gozaba de unos rendimientos crecientes porque la gran fábrica permitía una mejor organización. Los economistas modernos, sin embargo, no piensan que las economías de escala conduzcan siempre a unos rendimientos crecientes. Las grandes instalaciones han resultado a veces más económicas; en muchas otras ocasiones, eso no ha sido así.

Me voy a permitir actualizar la reflexión de Marshall señalando que aquellas partes de la economía que se basan en recursos (agricultura, producción de bienes al por mayor, minería) siguen estando, en su mayoría, sometidas a rendimientos decrecientes. Aquí, la economía convencional continúa siendo válida. Las partes de la economía que se basan en conocimientos, en cambio, registran en su mayoría rendimientos crecientes. Bienes tales como ordenadores y sus soportes lógicos, productos farmacéuticos, misiles, aeronaves, automóviles, equipo de telecomunicaciones o artículos de fibra óptica son complicados de diseñar y fabricar. Requieren grandes inversiones iniciales en investigación, desarrollo y maquinarias, pero, una vez que empiezan las ventas, la producción marginal resulta relativamente barata. Diseñar, desarrollar, obtener el visto bueno de las autoridades y empezar a producir un nuevo fuselaje o un nuevo motor de avión, por ejemplo, suele costar de 2000 a 3000 millones de dólares. Después, cada ejemplar costará, quizás, entre 50 y 100 millones de dólares. Conforme se produzcan más unidades, los costos unitarios seguirán bajando y aumentarán los beneficios.

La mayor producción reportará ventajas adicionales: fabricar más unidades significará adquirir más experiencia del proceso de producción y conocer mejor cómo producirlas aún más barata. Además, la experiencia obtenida con un bien o tecnología facilitará fabricar nuevos productos que incorporen tecnologías similares o conexas. El Japón, por ejemplo, convirtió una inversión inicial en instrumentos de precisión en capacidad para fabricar productos electrónicos de consumo y, a continuación, los circuitos integrados que incorporan.

No sólo los costos de producir bienes de alta tecnología disminuyen cuando una empresa los fabrica en mayor cantidad: también las ventas que entraña su uso aumentan. Artículos como ordenadores o equipo de telecomunicación funcionan en redes que requieren compatibilidad; cuando una marca se hace con una parte apreciable del mercado, la gente tendrá muchas razones para comprar más del mismo producto, a fin de poder cambiar información con quienes ya lo usan.

Si los rendimientos crecientes son importantes, ¿por qué han sido casi siempre ignorados hasta hace poco? Algunos dirán que los productos complicados, o la alta tecnología, donde intervienen con tanto peso los rendimientos crecientes, constituyen un acontecimiento reciente. Es verdad, pero tal cosa sólo constituye una respuesta parcial. Después de todo, en los decenios de 1940 y 1950, los economistas Gunnar K. Myrdal y Nicholas Kaldor, entre otros, identificaron mecanismos de retroacción positiva que no se veían afectados por la tecnología. Los economistas ortodoxos han evitado los rendimientos crecientes por motivos más profundos.

Algunos economistas veían con disgusto, e incluso consideraban poco científico, el hecho de que existiera más de una solución a un mismo problema. "Los equilibrios múltiples", escribía Joseph A. Schumpeter en 1954, "no son fuerzas inútiles, pero desde el punto de vista de *toda* ciencia exacta la existencia de un equilibrio determinado unívocamente reviste, claro está, suma importancia, aun cuando ese resultado haya de obtenerse a costa de supuestos muy restrictivos; si no hay posibilidad de demostrar la existencia de un equilibrio unívocamente determinado -o, como mucho, de un pequeño número de posibles equilibrios- aunque sea en un nivel de abstracción muy elevado, el conjunto de los acontecimientos de que se trate se vuelve un caos que escapa a todo control analítico."

Otros economistas se percataban de que las teorías que incorporaban los rendimientos crecientes destruirían su mundo familiar de equilibrios únicos y predecibles y la idea de que la elección del mercado era siempre la mejor. Asimismo, si una empresa o unas pocas empresas llegaban a dominar un mercado, el supuesto de que ninguna firma se bastaba por sí sola para condicionar los precios del mercado (lo que hace que los problemas económicos sean fáciles de analizar) también se vendrían abajo. Cuando John R. Hicks estudió esas posibilidades en 1939, se echó atrás alarmado. "El edificio amenazado", escribió, "es el constituido por la mayor parte de la teoría económica". Los economistas se limitaron así a los rendimientos decrecientes, que no presentaban anomalías y podían analizarse cabalmente.

Sin embargo, otros manifestaron su perplejidad ante la pregunta de cómo un mercado podía seleccionar una entre varias soluciones posibles. En el ejemplo de Marshall, la firma que es la más grande al comienzo tiene los costos de producción más bajos y ha de triunfar inevitablemente en el mercado. En tal caso, ¿por qué las empresas menores se molestarían en competir? Por otra parte, si por ventura un mercado comenzara con varias firmas idénticas, sus cuotas de mercado se mantendrían en un equilibrio inestable por siempre jamás.

Al estudiar estos problemas en 1979, pensé que podía encontrar una salida a muchas de tales dificultades. En el mundo real, si varias firmas de tamaño similar entran en un mercado al mismo tiempo, pequeños acontecimientos fortuitos -pedidos imprevistos, encuentros afortunados con compradores, genialidades o fantasías empresariales- contribuirán a determinar quiénes se hacían con las primeras ventas y qué firma dominaba con el tiempo. la actividad económica es el resultado de agregar transacciones individuales que por sus exiguas dimensiones no se pueden observar, y esos pequeños acontecimientos "aleatorios" pueden acumularse y verse ampliados por retroacciones positivas que acabarán determinando el resultado. Esos hechos sugerían que situaciones dominadas por los rendimientos crecientes no deberían contemplarse como problemas estáticos y deterministas, sino como procesos dinámicos basados en acontecimientos fortuitos y retroacciones positivas naturales, de carácter no lineal.

Con esa estrategia, un mercado de rendimientos crecientes podría reconvertirse en un modelo teórico y observarse conforme el proceso correspondiente se desarrolla más y más. En ocasiones surgiría una solución, otras veces (en idénticas condiciones) una distinta. Sería imposible saber de antemano cuál de las muchas soluciones se impondría en el discurrir económico. Con todo, sería posible registrar el conjunto de acontecimientos aleatorios que conducen a cada solución y estudiar la probabilidad de que surgiera una solución dada bajo un determinado conjunto de condiciones iniciales. La idea era sencilla, y pudo muy bien habérsele ocurrido a economistas del pasado. Pero llevarla a la práctica requería la teoría de procesos aleatorios no lineales, inexistente en aquel entonces.

Ningún problema de rendimientos crecientes ha de estudiarse de modo aislado; muchos acaban encajando en un esquema probabilístico general de carácter no lineal. Tal cosa puede describirse si imaginamos una mesa sobre la que colocamos bolas de una en una; esas bolas pueden ser de varios colores, a saber, blancas, rojas, verdes o azules. Desconocemos el color de la bola que vamos a añadir a las que ya estén sobre la mesa, pero la probabilidad de un determinado color dependerá de la proporción que haya en la mesa. Si una proporción creciente de bolas de un determinado color aumenta la probabilidad de que se añada otra bola de igual color, el sistema presenta una retroacción positiva. La cuestión es cómo saber, dada la función que relacione las proporciones existentes con las probabilidades, cuáles serán las proporciones de cada color en la mesa después de que hayan añadido muchas bolas.

En 1931, el matemático George Polya resolvió una versión muy particular de ese problema donde la probabilidad de añadir un color era siempre igual a la proporción que había de ese color sobre la mesa. Tres teóricos estadounidenses del cálculo de probabilidades, Bruce M. Hill, de Ann Arbor, y David A. Lane y William D. Sudderth, de la universidad de Minesota, resolvieron una versión no lineal más general en 1980. En 1983, dos teóricos soviéticos de las probabilidades, Yuri M. Ermoliev y Yuri M. Kkaniovski, ambos del Instituto Glushkov de Cibernética de Kiev, y yo mismo, encontramos la solución de una versión muy general. Demostramos que, conforme siga añadiéndose bolas, la proporción de cada color acabará estabilizándose en un "punto fijo" de la función de probabilidad, lo que arroja un conjunto de valores donde la probabilidad de añadir cada uno de los colores es igual a la proporción de ese color sobre la mesa. Los rendimientos crecientes permiten varios conjuntos de puntos de esa índole.

Esto significa que podemos determinar las pautas o soluciones posibles de un problema de rendimientos crecientes resolviendo la cuestión mucho más sencilla de encontrar los conjuntos de puntos fijos de su función de probabilidad. Con tales instrumentos, los economistas pueden ahora definir los problemas de rendimientos crecientes con precisión, identificar sus posibles soluciones y estudiar el proceso por el que se llega a una solución. Los rendimientos crecientes ya no son "un caos que escapa a todo control analítico".

En el mundo real, las bolas podrían ser empresas; sus colores, las regiones donde deciden establecerse. Supongamos que las empresas entran en un sector una por una y escogen su ubicación con miras a maximizar el beneficio. La preferencia geográfica de cada empresa (el beneficio intrínseco que obtiene al establecerse en una región particular) variará; la suerte determina la preferencia de la empresa que entre a continuación en ese sector. Supongamos también, sin embargo, que los beneficios de una empresa aumentan cuando se halla cerca de otras empresas (que son proveedores o clientes suyos). La primera empresa que entra en el sector elige un emplazamiento basado únicamente en preferencias geográficas. La segunda empresa decide basándose en la preferencia modificada por los beneficios que obtendrá al ubicarse cerca de la primera empresa. La tercera empresa se ve influida por las posiciones de las dos primeras, y así sucesivamente. Si alguna ubicación tiene la buena fortuna de atraer un mayor número de empresas que las demás en las primeras etapas de esa evolución, la probabilidad de que atraiga más empresas aumenta. La concentración industrial se refuerza a sí misma.

La secuencia histórica aleatoria de empresas que entran en el sector determinará la pauta de las ubicaciones regionales resultantes, pero la teoría muestra que no todas las pautas son posibles. Si la atracción ejercida por la presencia de otras empresas aumenta continuamente cuando se añaden más empresas, alguna región siempre predominará y eliminará a todas las demás. Si la atracción no aumenta, otras soluciones, con una distribución de la actividad entre varias regiones, serán posibles. Nuestros nuevos instrumentos nos dicen qué tipos de solución pueden darse en cada caso.

¿Hay regiones que cuentan, en la práctica, con una gran proporción de una industria debido al azar histórico, más que a su superioridad geográfica? El condado de Santa Clara en California ("Valle del Silicio") es un ejemplo que viene a punto. En los años cuarenta y primeros cincuenta, ciertas personas que ocupaban puestos claves en la industria electrónica de los Estados Unidos -los hermanos Varian, William Hewlett y David Packard, William Shockley- se establecieron cerca de la Universidad de Stanford; la disponibilidad local de ingenieros, suministros y componentes que esas primeras empresas ayudaron a crear hicieron al condado de Santa Clara extremadamente atractivo para las 900 empresas más o menos que vinieron después. Si esos primeros empresarios hubieran preferido otros lugares, la concentración más densa de electrónica del país podría muy bien estar ubicada en otra parte.

En una escala mayor, cabe preguntarse si, en el caso de que pequeños acontecimientos históricos hubieran sido diferentes, el emplazamiento de las ciudades mismas no habría sido distinto. Pienso que la respuesta es positiva. En tanto en cuanto ciertas ubicaciones constituyen puertos naturales o encrucijadas al borde de ríos o lagos, la distribución de las ciudades de hoy no obedece al azar sino a la geografía. En tanto en cuanto las actividades económicas y la gente se ven atraídas por lugares donde esos recursos ya están reunidos, unas pequeñas y primeras concentraciones fortuitas pueden haber sido la semilla de la configuración actual de los centros urbanos. "El azar y la necesidad", para usar una frase de Jacques Monod, se influyen recíprocamente. Ambos aspectos han desempeñado papeles cruciales en el desarrollo de las ciudades en los Estados Unidos y por doquier.

Los mecanismos que se refuerzan a sí mismos, distintos de los regionales, operan en la fabricación y en el comercio internacionales relacionados con la alta tecnología. Los países que adquieran mucha importancia y experiencia en un sector de tecnología elevada podrán obtener ventajas de menores costos y mayor calidad que les permitan excluir a otros países. Por ejemplo, en los primeros años de la década de 1970, los fabricantes japoneses de automóviles empezaron a vender cantidades apreciables de coches pequeños en los Estados Unidos. Conforme el Japón aumentaba su parte del mercado sin mucha oposición de Detroit, sus ingenieros y trabajadores adquirieron experiencia, sus costes disminuyeron y sus productos mejoraron. Tales factores, unidos a unas mayores redes de venta, permitieron al Japón aumentar su parte en el mercado estadounidense; como consecuencia de ello, los trabajadores adquirieron aún más experiencia, los costes bajaron todavía más y la calidad siguió mejorando. Antes de que Detroit respondiera seriamente, ese proceso de retroacción positiva había permitido a las compañías japonesas hacerse con una parte importante del mercado de automóviles pequeños de los Estados Unidos. Procesos similares han tenido lugar en los mercados de aparatos de televisión, circuitos integrados y otros productos.

¿Cómo deberían los países responder ante una economía mundial donde se aplican tales normas? Las recomendaciones convencionales de política comercial basadas en rendimientos constantes o decrecientes tienden a adoptar enfoques prudentes. Se basan en el mercado abierto, desalientan los monopolios y dejan asuntos tales como el gasto en investigación y desarrollo en manos de las empresas. Su hipótesis básica es que existe un precio mundial fijo al que los productores lanzan sus bienes al mercado; por tanto, toda interferencia con los costos y precios locales mediante subvenciones o aranceles resulta poco atractiva. Tales políticas son apropiadas para las partes de rendimientos decrecientes de la economía, pero no para las partes basadas en la tecnología, donde predominan los rendimientos crecientes.

Las políticas que resultan apropiadas para tener éxito en la producción y el comercio internacional de alta tecnología incitarían a las industrias a que procurasen de un modo agresivo mejorar productos y procesos. reforzarían la base nacional de investigación en la que se asientan las ventajas de la alta tecnología. Fomentarían que las empresas de un determinado sector pusieran en común sus recursos en empresas mixtas que se repartieran costos variables, redes de comercialización, conocimientos técnicos y normas de fabricación. Cabría incluso alentar alianzas estratégicas, permitiendo que compañías de varios países entrasen en una industria compleja que ninguna por sí sola podría abordar. La teoría de los rendimientos crecientes también destaca la importancia de elegir el momento oportuno al emprender investigaciones en nuevas industrias. No tiene mucho sentido entrar en un mercado próximo a cerrarse o que, de otro modo, brinde pocas posibilidades de éxito. Políticas de esa índole están poco a poco propugnándose y adaptándose en los Estados Unidos.

El valor de otras políticas, tales como subvencionar y proteger industrias nuevas -la bioingeniería, por ejemplo- para capturar mercados extranjeros, resulta discutible. A veces se han citado dudosas ventajas retroactivas para justificar actividades inútiles patrocinadas por los gobiernos. Asimismo, tal como Paul R. Krugman, del Instituto de Tecnología de Massachusetts, y varios otros economistas han señalado, si un país aplica tales políticas, otros tomarán medidas de represalia subvencionando sus propias industrias de alta tecnología. Nadie gana con ello. La cuestión de una política industrial y comercial óptima basada en unos rendimientos crecientes ya se está estudiando intensamente. Las políticas que los países elijan determinarán no solo lo que será la economía mundial en el decenio de 1990, sino también quiénes ganarán y quiénes perderán.

Los mecanismos de rendimientos crecientes no se limitan a decidir las balanzas competitivas entre las naciones; pueden provocar también que las economías -aun cuando hayan tenido tanto éxito como las de los Estados Unidos y el Japón- se queden encerradas en unas trayectorias de desarrollo menos buenas. Una tecnología que mejore lentamente al principio, pero con muchas posibilidades a la larga, podría fácilmente anularse, abocando a la economía a una vía que sea a la vez inferior y difícil de evitar.

Las tecnologías suelen mejorar cuando las adopta más gente y las empresas adquieren una experiencia que orienta el desarrollo ulterior. Ese vínculo constituye un proceso retroactivo positivo: cuanto más gente adopte una tecnología, más mejorará y más atractiva resultará. Cuando dos o más tecnologías (o dos o más productos) compiten, la retroacción positiva hace que su mercado resulte inestable. si una de ellas de destaca en el mercado, quizá por azar, su desarrollo podrá acelerarse lo bastante como para apropiarse del mercado. Una tecnología que mejore más rápidamente conforme más personas la adopten tendrá mas posibilidades de sobrevivir, ya que contará con una "ventaja selectiva". La superioridad inicial, sin embargo, no garantiza la idoneidad a largo plazo.

En 1956, por ejemplo, cuando los Estados Unidos emprendieron su programa de energía nuclear, se propusieron varios diseños: reactores enfriados por agua, agua ligera, agua pesada, incluso sodio líquido. Robin Cowan, de la Universidad de Nueva York, ha mostrado que una serie de circunstancias triviales empujaron prácticamente a toda la industria nuclear de los Estados Unidos hacia el agua ligera. Los reactores que la usaban se adaptaron inicialmente a partir de unidades compactas, diseñadas para impulsar submarinos nucleares. El papel de la Marina estadounidense en los primeros contratos de construcción de reactores, los esfuerzos desplegados por el Consejo de Seguridad Nacional para obtener un reactor -el que fuere- que operara en tierra, a raíz del lanzamiento del *Sputnik* en 1957, así como las predilecciones de algunos funcionarios importantes, todo ello actuó en favor del predominio inicial de los reactores de agua ligera. La experiencia en la construcción permitió mejorar los diseños correspondientes y, hacia 1965, la trayectoria de la industria quedaba fijada. El que otros diseños hubieran sido en realidad superiores a la larga es algo discutible, pero gran parte de las obras técnicas que se han escrito sobre el particular sugiere que unos reactores de alta temperatura, enfriados por gas, habrían sido mejores.

Las convenciones o normas técnicas, así como determinadas tecnologías, tienden a quedarse bloqueadas por una retroacción positiva, como mi colega Paul A. David, de Stanford, ha documentado para varios casos históricos. Aunque una norma por sí sola puede no mejorar con el tiempo, su adopción con carácter general hace ventajoso para quienes llegan por vez primera a una actividad -y que han de intercambiar información o productos con quienes ya trabajan en ella- ceñirse a lo ya establecido, trátese del idioma inglés, un sistema de televisión de alta definición, el sentido en que ha de girar una rosca o el teclado de una máquina de escribir. Normas que se han establecido pronto -tales como el lenguaje de programación FORTRAN de los años cincuenta- pueden ser de difícil sustitución por otras, por muy superiores que éstas sean.

Hasta hace poco, los textos económicos convencionales tendían a describir la economía como algo parecido a un gran sistema newtoniano, con una solución en equilibrio, predeterminada por aspectos tales como recursos minerales, geografía, población, gustos del consumidor y posibilidades tecnológicas. Desde ese punto de vista, las perturbaciones o alteraciones temporales -tales como la crisis del petróleo de 1973 o el hundimiento del mercado bursátil en 1987- se ven rápidamente compensadas por las fuerzas que suscitan. Dadas las posibilidades tecnológicas futuras, se podría, en teoría, prever con precisión la trayectoria de la economía como una solución, con suaves cambios, de las ecuaciones analíticas que rigen precios y cantidades de bienes. La historia, en esta perspectiva, no resulta demasiado importante; simplemente conduce a la economía a su inevitable equilibrio.

La economía de retroacciones positivas, en cambio, encuentra su parangón en la física no lineal moderna. Loa materiales ferromagnéticos, los vidrios espinoriales, los láseres de estado sólido y otros sistemas físicos que consisten en elementos que se refuerzan mutuamente muestran las mismas propiedades que los ejemplos económicos que he citado. Presentan una "fijación de fase" en una de las muchas configuraciones posibles; pequeñas perturbaciones en momentos críticos influyen en el resultado que se elegirá, y el resultado escogido puede tener mayor energía (esto es, ser menos favorable) que otros posibles estados físicos.

Esta clase de economía también tiene parecido con la teoría evolutiva del equilibrio por puntos. los pequeños acontecimientos (las mutaciones de la historia) suelen ser ignorados, pero de vez en cuando adquieren suma importancia, al inclinar parte de la economía hacia estructuras y pautas nuevas que, retenidas entonces, constituyen una nueva etapa del desarrollo.

En esa nueva perspectiva, economías inicialmente idénticas con sectores apreciables de rendimientos crecientes no elegirán necesariamente la misma trayectoria. Al contrario, acabarán divergiendo. En la medida que pequeños sucesos que determinan la trayectoria general quedan fuera del alcance de la lupa de los economistas, una previsión precisa del futuro de la economía puede resultar, no sólo en la práctica, sino también en la teoría, inviable. Dirigir una economía con retroacciones positivas hacia el mejor de sus muchos estados de equilibrio posibles requiere mucha suerte y elegir bien el momento, esto es, apreciar cuándo hay más posibilidades de un cambio beneficioso de una pauta a otra. la teoría puede ayudar a que se identifiquen esos estados y momentos y orientar a quienes deciden para que apliquen la cantidad adecuada de esfuerzo (sin pecar por defecto ni por exceso), a fin de cambiar estructuras cerradas en sí mismas.

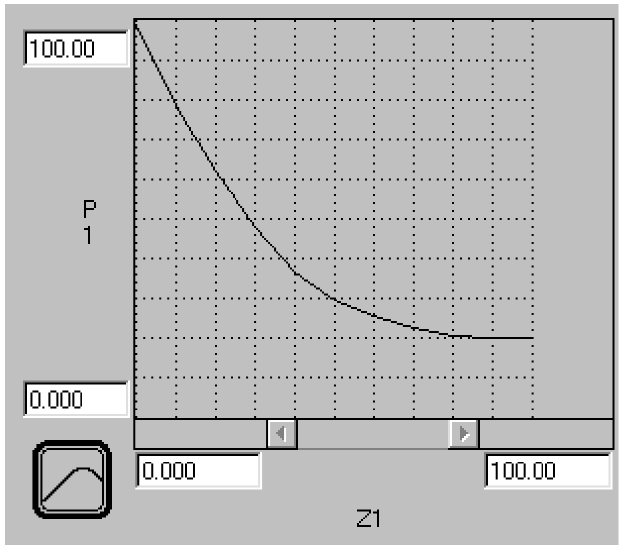
El filósofo inglés de la ciencia Jacob Bronowski señaló en cierta ocasión que la economía ha padecido desde hace tiempo una estructura fatalmente simple impuesta en el siglo XVIII. Por mi parte, encuentro apasionante que tal cosa esté ahora cambiando. Con la aceptación de las retroacciones positivas, la teoría económica está empezando a definir la economía no como algo sencillo sino complejo, no como una ciencia determinista, predecible y mecanicista, sino como un acontecimiento orgánico, vinculado a procesos y en constante evolución.

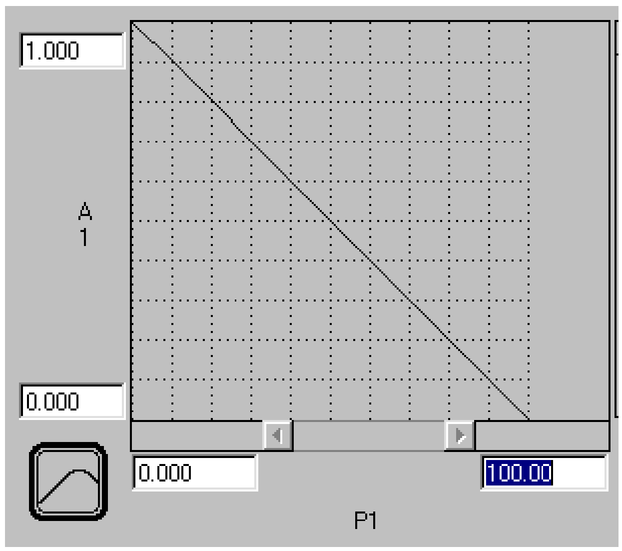
Realimentación Positiva en la Economía (II)

Traducción de la sección Positive Feedback in the Economy,
del libro Modeling Dynamic Economic Systems de Matthias Ruth y Bruce Hannon,
Editorial Springer, 1997, p.p. 76-81

El efecto de la realimentación positiva y negativa sobre un sistema dinámico ha sido ampliamente discutido. Ambas fuerzas intentan hacer lo siguiente: la realimentación negativa (si hay mucho entonces menos, si hay menos entonces más) conduce aun sistema a un estado de equilibrio, mientas que la realimentación positiva conduce al sistema fuera del equilibrio mediante el reforzamiento de una tendencia dada en el sistema. Actuando sola, la

realimentación positiva puede conducir al sistema a nuevos e impredecibles estados de equilibrio.
Debido a la tendencia de mantener los estados de equilibrio, que por lo demás son analíticamente más tratables, los investigadores han focalizado sus estudios sobre los procesos de realimentación negativa. Rompiendo esta tradición, el economista Brian Arthur escribió sobre la vital influencia de la realimentación positiva en los sistemas económicos. Arthur vio que los procesos de realimentación positiva conducen sus fuerzas para determinar cuales de las nuevas tecnologías podrían dominar el mercado. Arthur usó el desarrollo de la industria del VCR como un ejemplo para explicar el efecto de la realimentación positiva. La industria comenzó con dos diferentes formatos. VHS y Beta. Ambos formatos entraron al mercado aproximadamente al mismo tiempo, con similares productos, y al principio se veía la participación en el mercado de manera equitativa. ¿Qué tecnología al final iba a dominar el mercado? Nadie podía asegurarlo. Y mucha gente deseaba saberlo. Los fabricantes de películas necesitaban saber si producían en formato VHS o Beta. Las tiendas de alquiler de videos necesitaban que formato guardar en stock. Los consumidores necesitaban saber qué tecnología comprar. El mercado estaba inestable, tanto productores, como dueños de tiendas de alquiler de películas, y consumidores deseaban ver que formato iba a ganar. Una combinación de estrategia corporativa y "algo de suerte" dio una pequeña ventaja a la VHS. Sobre la construcción de esta ventaja, la VHS logró dominar el mercado.
Debido a que al principio el mercado era inestable, pequeños, y al parecer aumentos aleatorios de participación en el mercado tecnológico pudo expandir su crecimiento de manera exponencial. Necesariamente, en la tecnología de videos, el crecimiento de la VHS dejó fuera del mercado a la Beta. Este no es el único ejemplo. Otros productos y tecnologías que compiten estrechamente, pero que son mutuamente excluyentes, rivalizan simultáneamente en la entrada a un mercado han tenido experiencias similares.
Para capturar la realimentación positiva en un mercado supongamos dos productores que están en carrera en el dominio de un mercado. Al comienzo de esta "carrera", cada uno produce la misma cantidad de productos. Además, cada uno de los productores es libre de ajustar su producción en cada período de tiempo. Denotemos la producción de cada productor por Q1 y Q2, respectivamente. De estos valores podemos calcular la participación en el mercado que llamaremos F1 y F2, respectivamente. Podemos también considerar la producción acumulativa Z1 y Z2, respectivamente.
Supongamos que el que más ha estado produciendo, ha ganado más experiencia, y en consecuencia, ha bajado sus costos de producción por unidad de producto. Tener bajos costos se traduce en bajar los precios P1 y P2, que, a la vez, aumenta la atracción del producto sobre el consumidor. La relación entre producción acumulada (Z1) y precio (P1), y la relación entre precio (P1) y "atracción" (A1) del producto al consumidor, están dados por las gráficas que se indican más abajo. Vamos a suponer que ambos productores tienen las mismas curvas.





Supongamos que las influencias aleatorias sobre el mercado son desconocidas. Y ellas son capturadas por una variable que llamaremos ALEATORIA, definida como un número aleatorio entre 0 y 1:

ALEATORIO = RANDOM (0, 1)

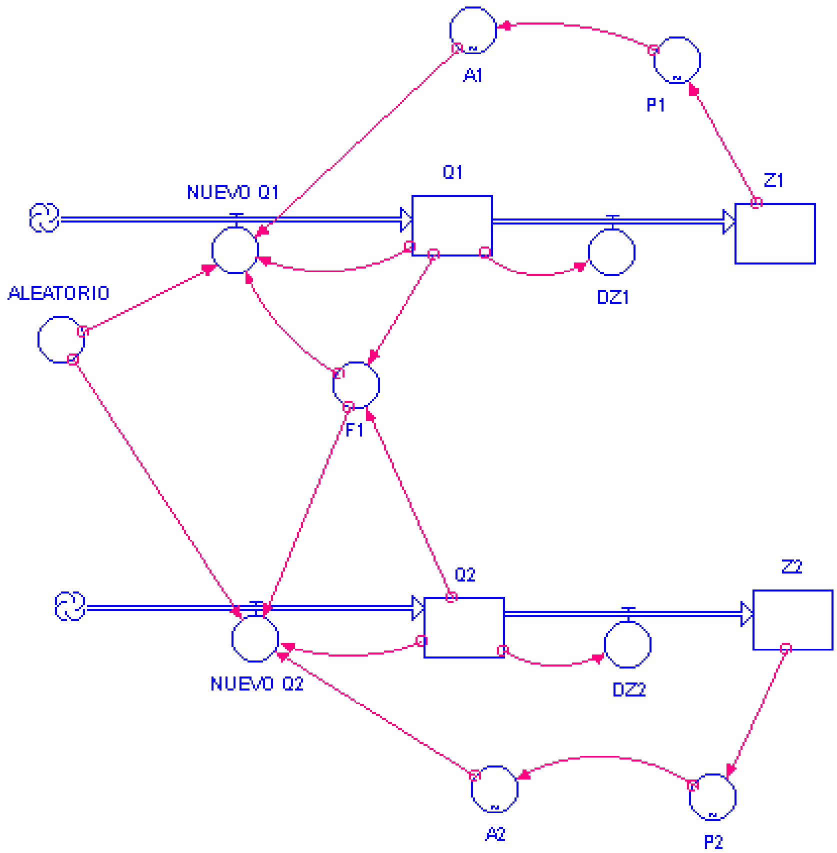
La elección de cuánto se puede expandir la producción de un período al próximo a la luz de estas influencias aleatorias se supone que la haremos de la siguiente manera: Si la participación actual del mercado excede el número aleatorio, entonces es tomado por el productor como una señal de que las cosas están yendo bien para el producto. Subsecuentemente, la producción aumenta sobre el nivel previo. Si la participación en el mercado no excede al número aleatorio, entonces la producción se estabiliza; esto es, el nuevo nivel de producción es igual al anterior nivel de producción. Para el productor 1 tenemos

NUEVO_Q1 = IF F1>ALEATORIO THEN Q1*(1+A1) ELSE Q1

Análogamente,

NUEVO_Q2 = IF F1>ALEATORIO THEN Q2 ELSE Q2*(1+A2)

Estas reglas de decisión capturan la realimentación positiva. Como la participación en el mercado aumenta, es altamente probable que la participación en el mercado supere al número aleatorio, y consecuentemente la producción aumenta, dándole velocidad al aumento de la producción acumulativa. A continuación se presenta el modelo.



A continuación presentamos las ecuaciones dinámicas:

```
Q1(t) = Q1(t - dt) + (NUEVO_Q1 - DZ1) * dt
INIT Q1 = 100

NUEVO_Q1 = IF F1 > ALEATORIO THEN Q1*(1+A1) ELSE Q1
DZ1 = Q1
Q2(t) = Q2(t - dt) + (NUEVO_Q2 - DZ2) * dt
INIT Q2 = 99

NUEVO_Q2 = IF F1 > ALEATORIO THEN Q2 ELSE Q2*(1+A2)
DZ2 = Q2
Z1(t) = Z1(t - dt) + (DZ1) * dt
INIT Z1 = 1

DZ1 = Q1
Z2(t) = Z2(t - dt) + (DZ2) * dt
INIT Z2 = 1

DZ2 = Q2
ALEATORIO =  RANDOM(0,1)
F1 = Q1/(Q1+Q2)
A1 = GRAPH(P1)
(0.00, 1.00), (10.0, 0.9), (20.0, 0.8), (30.0, 0.7), (40.0, 0.6), (50.0, 0.5),
```

```
(60.0, 0.4), (70.0, 0.3), (80.0, 0.2), (90.0, 0.1), (100, 0.00)
A2 = GRAPH(P2)
(0.00, 1.00), (10.0, 0.9), (20.0, 0.8), (30.0, 0.7), (40.0, 0.6), (50.0, 0.5),
(60.0, 0.4), (70.0, 0.3), (80.0, 0.2), (90.0, 0.1), (100, 0.00)
P1 = GRAPH(Z1)
(0.00, 99.0), (10.0, 78.5), (20.0, 62.0), (30.0, 48.0), (40.0, 36.5), (50.0, 29.5),
(60.0, 25.5), (70.0, 22.5), (80.0, 20.5), (90.0, 20.0), (100, 20.0)
P2 = GRAPH(Z2)
(0.00, 99.0), (10.0, 78.5), (20.0, 62.0), (30.0, 48.0), (40.0, 36.5), (50.0, 29.5),
(60.0, 25.5), (70.0, 22.5), (80.0, 20.5), (90.0, 20.0), (100, 20.0)
```

La Dinámica de una Sociedad Agraria Industrial Simple

Se presenta una secuencia de mejoramiento de modelos que explican, en forma holística, la dinámica de una civilización que se inicia bajo un sistema de sociedad agrícola primitiva, logrando romper la maldición malthusiana, y que llega a una estabilidad a pesar de la revolución industrial que consiste en la creación de tecnología para la producción de sus alimentos (cf Dynamic Modeling, Hannon B. y Rutj M., Springer-Verlag, pp. 32-45)

La situación a modelar: Consideremos una población inicial de personas en una cierta isla con una determinada área geográfica, de modo que por razones extrañas hay una cierta cantidad de comida escondida, siendo esta la única fuente de nutrición y, además, controla el nivel de la población. Los miembros más viejos de la población barruntan que la comida se acabará pronto, y proponen a la comunidad que diseñen un racionamiento, mientras ellos estudian la factibilidad de encontrar o crear alimentos suplementarios de forma continua. Después de algunos años descubren que el uso de herramientas en su proceso agrícola primitivo les facilitará la labor en el campo, y además lo hará más productivo. Entonces ellos fabrican herramientas, mediante la construcción de factorías que producen estos implementos para su agricultura, se producen cambios en las actividades laborales (gente para la agricultura, gente para las factorías)... comienza la formación de las grandes ciudades del mundo.

Metodología de trabajo: ¿Cómo es posible comenzar a modelar el proceso económico de la civilización hasta la revolución industrial? Aconsejamos que se comience desde lo simple y paulatinamente lo vayamos complicando. Una vez que las características básicas de la población agrícola sean capturadas en un modelo simple, podemos refinar el modelo y extenderlo para incluir el proceso de la creación de alimentos y la construcción de herramientas.

El primer modelo: Vamos a considerar dos variables de nivel, la **población** y los **alimentos** (unidades, personas y kilos respectivamente). Supongamos que los valores iniciales para la población y los alimentos son 10 personas y 1000 kilogramos, respectivamente. La población es regulada por dos flujos, uno de entrada, número de personas que nacen por unidad de tiempo, y uno de salida, número de personas que mueren por unidad de tiempo. Al flujo de entrada le llamaremos **flujo de nacimiento**, y al flujo de salida **flujo de muerte**. Vamos a suponer que el flujo de nacimiento está controlado por una variable llamada **razón de nacimiento**. La unidad de esta razón de nacimiento es importante y no podemos soslayarla: *nuevas personas que nacen por personas que están en la población, por unidad de tiempo*; (a estas alturas digamos que la unidad de tiempo es el año). Supongamos que la razón de nacimiento es función de la densidad de población, esto es número de habitantes por área geográfica, ahora si suponemos que el área de nuestra isla es de 1 (si es preciso la normalizamos), entonces con cierto abuso de lenguaje podemos decir que la razón de nacimiento es función de la población. Estudios antropológicos nos dicen que cuando hay suficiente espacio la razón de nacimiento alcanza su máximo valor de 0.1, y que el máximo permisible de habitantes para la isla es de 200 personas, lo que significa que necesariamente la razón de nacimiento debe ser (o estar próxima) a cero para esta densidad. En definitiva los estudiosos nos entregan el siguiente cuadro:

Población	Razón de nacimiento
2.00	0.0995
21.8	0.0975
41.6	0.091
61.4	0.0885
81.2	0.083
101	0.075
121	0.062
141	0.053
160	0.035
180	0.015
200	0

El flujo de nacimiento necesitará de esta razón de nacimiento, y además necesitará el nivel de la población para cada año, de otra forma este flujo de nacimiento (de un determinado año) es igual a la razón de nacimiento por la población (de ese año).

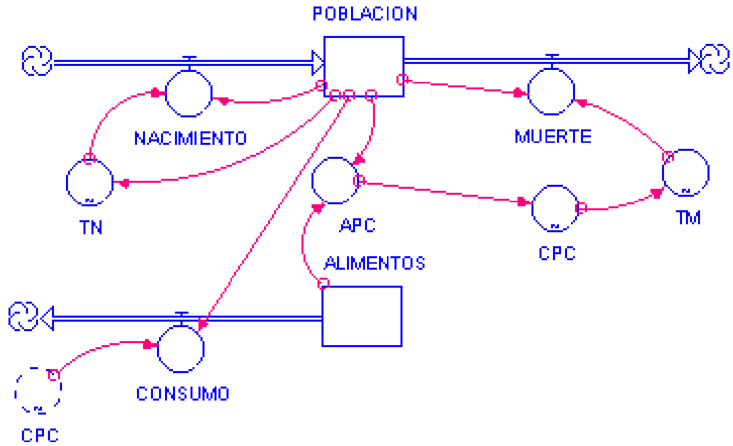
Por otro lado, el flujo de muerte depende de una **razón de muerte** (cuya unidad es personas muertas por personas de la población, por año), y de la población, pero por estudios que se han hecho se sabe que la razón de muerte es función de la **comida per capita** (kilogramos por persona), a su vez por razones de racionamiento, puesto que la comida en esta sociedad primitiva es finita, esta comida per capita es función de la **alimentación per capita**. Las relaciones anteriores se entregan en los siguientes cuadros

Comida per capita   Razón de muerte

0.00	0.187
0.1	0.19
0.2	0.184
0.3	0.173
0.4	0.163
0.5	0.147
0.6	0.121
0.7	0.095
0.8	0.061
0.9	0.028
1.0	0.013

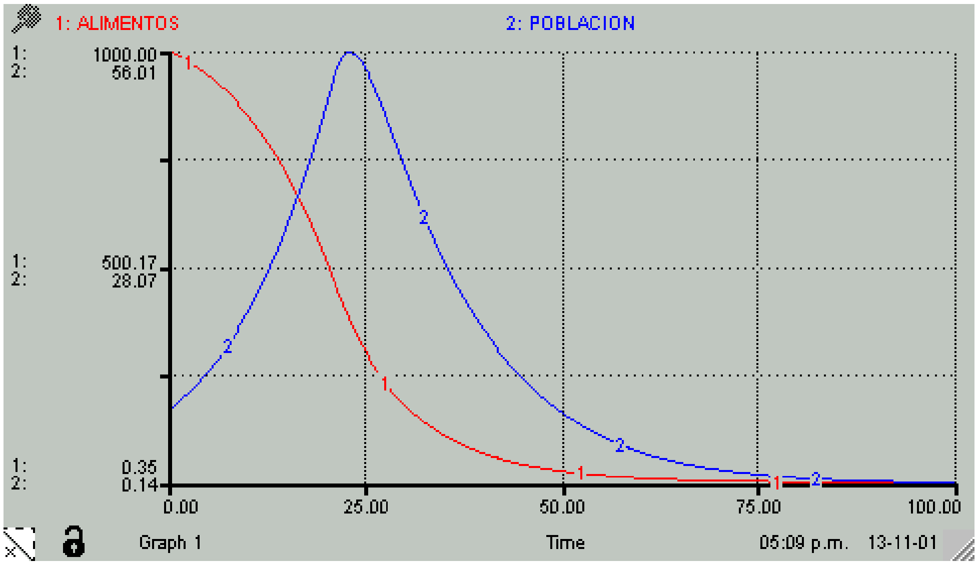
Alimentación per capita	Comida per capita
0.00	0.00
1.0	0.04
2.0	0.155
3.0	0.27
4.0	0.385
5.0	0.52
6.0	0.63
7.0	0.72
8.0	0.82
9.0	0.92
10.0	0.995

El diagrama de Forrester de este sistema, las ecuaciones dinámicas y una simulación se pueden observar a continuación



Ecuaciones dinámicas

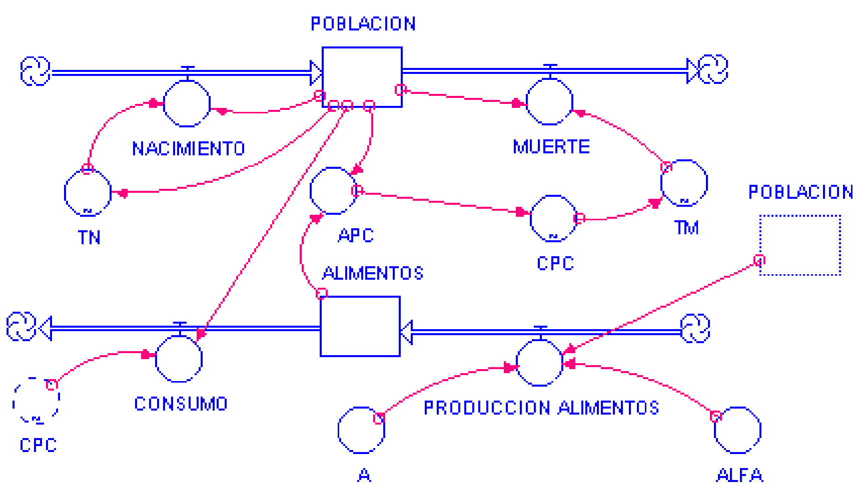
ALIMENTOS(t) = ALIMENTOS(t - dt) + (- CONSUMO) * dt
INIT ALIMENTOS = 1000
CONSUMO = CPC*POBLACION
POBLACION(t) = POBLACION(t - dt) + (NACIMIENTO - MUERTE) * dt
INIT POBLACION = 10
NACIMIENTO = TN*POBLACION
MUERTE = TM*POBLACION
APC = ALIMENTOS/POBLACION
CPC = GRAPH(APC)
(0.00, 0.00), (1.00, 0.04), (2.00, 0.155), (3.00, 0.27), (4.00, 0.385), (5.00, 0.52), (6.00, 0.63), (7.00, 0.72), (8.00, 0.82), (9.00, 0.92), (10.0, 0.995)
TM = GRAPH(CPC)
(0.00, 0.197), (0.1, 0.19), (0.2, 0.184), (0.3, 0.173), (0.4, 0.163), (0.5, 0.147), (0.6, 0.121), (0.7, 0.095), (0.8, 0.061), (0.9, 0.028), (1, 0.013)
TN = GRAPH(POBLACION)
(2.00, 0.0995), (21.8, 0.0975), (41.6, 0.091), (61.4, 0.0885), (81.2, 0.083), (101, 0.075), (121, 0.062), (141, 0.053), (160, 0.035), (180, 0.015), (200, 0.00)



Un segundo modelo mejorado: Agregando la agricultura. Esto significa que entra un flujo de **producción de alimentos** sobre la variable de nivel **alimentos**, y esta variable se regulará por el nivel de la población (más exactamente por la población laboralmente activa), y por un par de coeficientes tecnológicos. El grupo de economistas de la isla concluye tímidamente que la variable de flujo producción de alimentos se rige por:

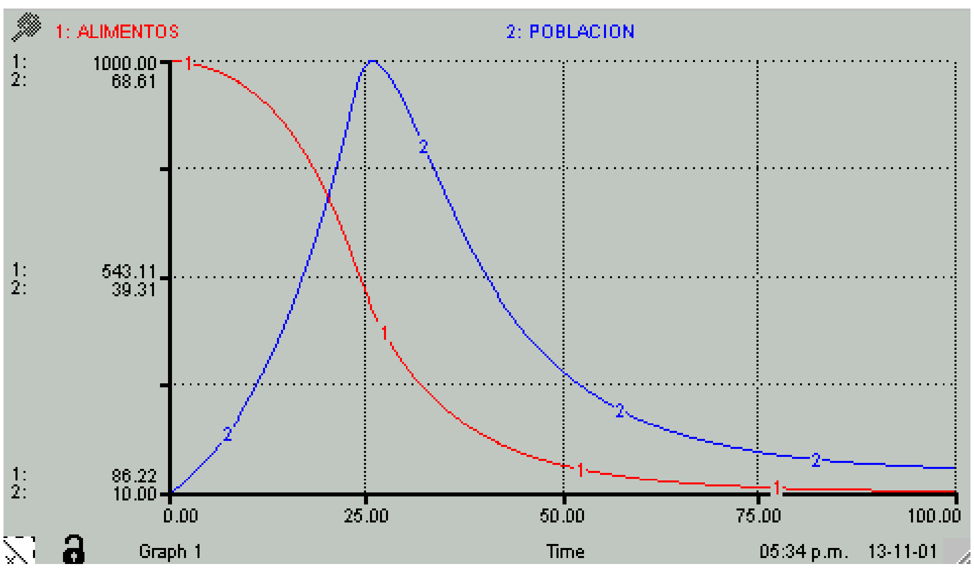
$$\text{Producción de Alimentos} = A \cdot \left(\frac{Población}{2} \right)^{\alpha}$$

El nuevo diagrama de Forrester para este modelo, las ecuaciones dinámicas y una simulación se puede observar a continuación



Ecuaciones dinámicas

```
ALIMENTOS(t) = ALIMENTOS(t - dt) + (PRODUCCION_ALIMENTOS - CONSUMO) * dt
INIT ALIMENTOS = 1000

PRODUCCION_ALIMENTOS = A*(POBLACION/2)^ALFA
CONSUMO = CPC*POBLACION
POBLACION(t) = POBLACION(t - dt) + (NACIMIENTO - MUERTE) * dt
INIT POBLACION = 10

NACIMIENTO = TN*POBLACION
MUERTE = TM*POBLACION
A = 5
ALFA = 0.3
APC = ALIMENTOS/POBLACION
CPC = GRAPH(APC)
(0.00, 0.00), (1.00, 0.04), (2.00, 0.155), (3.00, 0.27), (4.00, 0.385), (5.00,
0.52), (6.00, 0.63), (7.00, 0.72), (8.00, 0.82), (9.00, 0.92), (10.0, 0.995)
TM = GRAPH(CPC)
(0.00, 0.197), (0.1, 0.19), (0.2, 0.184), (0.3, 0.173), (0.4, 0.163), (0.5, 0.147),
(0.6, 0.121), (0.7, 0.095), (0.8, 0.061), (0.9, 0.028), (1, 0.013)
TN = GRAPH(POBLACION)
(2.00, 0.0995), (21.8, 0.0975), (41.6, 0.091), (61.4, 0.0885), (81.2, 0.083), (101,
0.075), (121, 0.062), (141, 0.053), (160, 0.035), (180, 0.015), (200, 0.00)
```



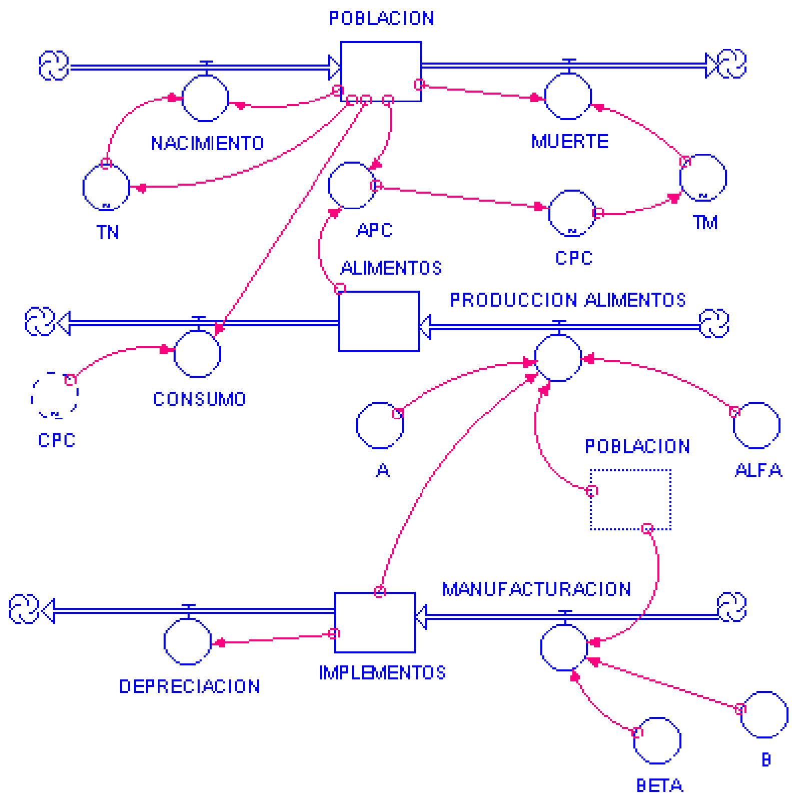
Un tercer modelo mejorado: Agregando la industria. A la luz de los resultados anteriores y a objeto de evitar la maldición Malthusiana introducimos la industria en esta sociedad primitiva, que se reflejará en la variable de nivel **implementos**, que servirán para mejorar la producción agrícola. Esta variable es regulada por dos flujos, el de salida llamado **depreciación** (vamos a suponer una depreciación constante de 0.04 por cada implemento), y el de entrada llamado **manufacturación** que es regulado por la población laboral dedicada a las fabricas y un par de coeficientes tecnológicos. Se propone:

$$Manufacturación = B \cdot \left(\frac{Población}{4} \right)^{0.2}$$

de manera que la (nueva) variable producción de alimentos queda como:

$$\text{Producción de Alimentos} = A \cdot \left(\frac{Población}{4} \right)^{\alpha} \cdot (\text{Implementos})^{0.6}$$

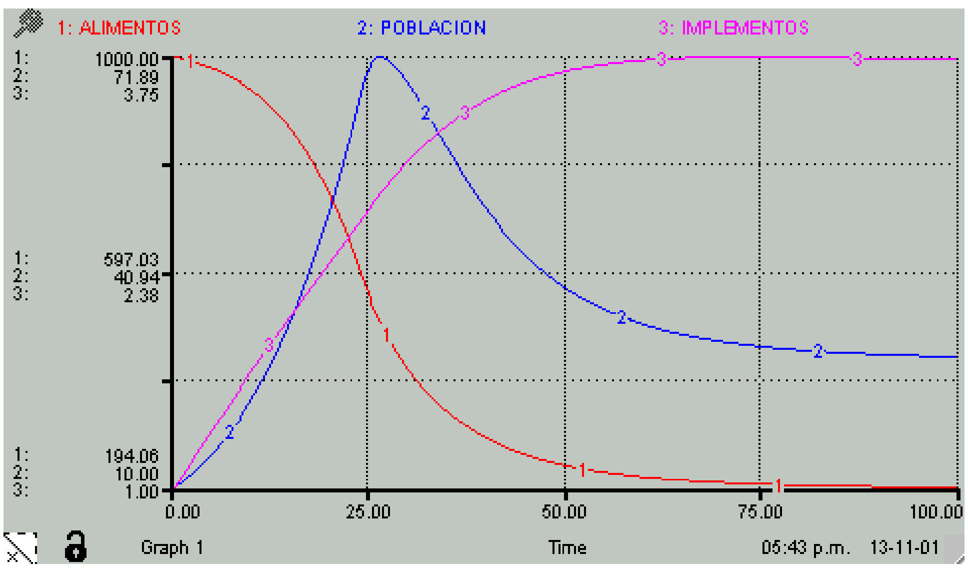
El programa completo para este modelo lo entregamos a continuación,



Ecuaciones dinámicas

```
ALIMENTOS(t) = ALIMENTOS(t - dt) + (PRODUCCION_ALIMENTOS - CONSUMO) *
dt
INIT ALIMENTOS = 1000

PRODUCCION_ALIMENTOS = (A*(POBLACION/4)^ALFA)*(IMPLEMENTOS)^0.6
CONSUMO = CPC*POBLACION
IMPLEMENTOS(t) = IMPLEMENTOS(t - dt) + (MANUFACTURACION -
DEPRECIACION) * dt
INIT IMPLEMENTOS = 1

MANUFACTURACION = B*(POBLACION/4)^BETA
DEPRECIACION = 0.04*IMPLEMENTOS
POBLACION(t) = POBLACION(t - dt) + (NACIMIENTO - MUERTE) * dt
INIT POBLACION = 10
```

NACIMIENTO = TN*POBLACION
MUERTE = TM*POBLACION
A = 5
ALFA = 0.3
APC = ALIMENTOS/POBLACION
B = 0.1
BETA = 0.2
CPC = GRAPH(APC)
(0.00, 0.00), (1.00, 0.04), (2.00, 0.155), (3.00, 0.27), (4.00, 0.385), (5.00, 0.52), (6.00, 0.63), (7.00, 0.72), (8.00, 0.82), (9.00, 0.92), (10.0, 0.995)
TM = GRAPH(CPC)
(0.00, 0.197), (0.1, 0.19), (0.2, 0.184), (0.3, 0.173), (0.4, 0.163), (0.5, 0.147), (0.6, 0.121), (0.7, 0.095), (0.8, 0.061), (0.9, 0.028), (1, 0.013)
TN = GRAPH(POBLACION)
(2.00, 0.0995), (21.8, 0.0975), (41.6, 0.091), (61.4, 0.0885), (81.2, 0.083), (101, 0.075), (121, 0.062), (141, 0.053), (160, 0.035), (180, 0.015), (200, 0.00)



Sistemas acotados en el espacio y en el tiempo

Este artículo está basado en “System Boundaries In Space and Time”, del libro Modeling Dynamic Economic Systems, de Matthias Ruth y Bruce Hannon, Edit Springer, 1997, pp. 37-55.

En la creación de un modelo para describir un determinado problema del mundo real, surge la dificultad de intentar poner los límites al modelo. Esta dificultad se genera, pensamos, porque cada persona tiene una diferente apreciación respecto del problema en estudio. Para unos será más importante ciertas variables o factores que para otra gente. El modelador, no es ajeno a este dilema, y en definitiva definirá los límites de su modelo, encerrando lo que considera importante. Y esta parte importante es la que se modelará.

Vamos a estudiar en esta sección dos tipos de acotamiento para los sistemas dinámicos. El primero se refiere a un acotamiento en el espacio, y es el que puede traer problemas. Por lo general, un acotamiento en el espacio significa tener encerrado el “interior” del sistema, como ejemplo podemos acudir a un mapa geográfico. Las líneas de la frontera del mapa encierran la zona geográfica bajo el estudio. Por desgracia, los sistemas complejos no tienen un acotamiento tan obvio. Aún cuando podamos a apelar que cambios en las fronteras de estos mapas conducen a cambios en la geografía de estas ciudades o zonas encerradas en éstos. Lo mismo ocurre, con un grado de complejidad mayor, en los sistemas dinámicos complejos. En efecto, resulta difícil designar, por ejemplo, el acotamiento de una empresa trasnacional en la cual tiene una serie de oficinas en unos tantos países, las cuales a su vez tienen intereses o son propietarias de otras empresas nacionales, y cada una de ellas con diversidad de objetivos estratégicos.

El otro tipo de acotamiento para los sistemas está dado por el tiempo, y son los más difíciles de detectar en los sistemas complejos. El impacto de un sistema en sus alrededores puede no ser detectado inmediatamente, y más aún este impacto siga una serie de encadenación apenas perceptible de respuestas en su entorno, de tal manera que estas respuestas pueden realimentar el sistema mismo. Ahora bien, ¿cuál de esos impactos pueden ser capturados en nuestro modelo? Seguramente, estos impactos que son comparativamente pequeños y que no ocurren para un tiempo largo, pueden ser considerados como irrelevantes para la comprensión del desarrollo del sistema. Nuestro modelo se dice, entonces, que operará bajo un conjunto de suposiciones *ceteris paribus*, lo cual significa que “toda cosa que no es parte del modelo permanece igual”, cuando nuestro sistema se mueve de un estado a otro. Pero ¿qué significará para nosotros que los impactos sean “comparativamente pequeños” y que no ocurrirán para “para un tiempo largo”?,¿cuáles de estas suposiciones *ceteris paribus* pueden ser justificadas y cuáles no? Una aproximación experimental puede ayudarnos a tomar una decisión descubriendo la relevancia de nuestras suposiciones.

En esta sección iremos extendiendo paulatinamente las fronteras de nuestro sistema. Empezaremos con una firma o empresa individual para posteriormente capturar actividades de otras firmas y parte de sus bases de recursos. Por supuesto que un gran número de características importantes que ocurren en el mundo real no serán consideradas en este modelo. Haremos abstracción de ellas.

Costo Energético de Producción al Nivel de la Firma

Consideremos una única firma que produce un solo bien. La cantidad Q del bien producido se genera mediante material de insumo y energía. La firma conoce, o piensa que conoce, todas las futuras ventas de modo que ajusta su producción a lo que puede ser vendido a un precio dado. Las ventas y, por ende, la producción pueden seguir un comportamiento cíclico con bajas ventas al inicio cuando el bien está recién siendo introducido al mercado, con ventas que aumentan cuando el mercado se desarrolla, y ventas que declinan cuando el bien ya es ampliamente accesible. El declinar de las ventas en esta última etapa se puede deber, entre otros factores, a la competencia de otras firmas que entran al mercado, producidas, posiblemente, por las propias ventas de la primera firma en su etapa de desarrollo.
Muchos bienes parecen seguir un comportamiento de vida útil cíclico. Los Televisores en blanco y negro, las calculadoras de bolsillo, y plataformas para equipos stereo son ejemplos de bienes que han pasado por este comportamiento cíclico y que en la actualidad están en la etapa final de disminución en las ventas. Los computadores portátiles se pueden considerar en la "cúspide" de las ventas, mientras que los cassettes de grabaciones digitales, tanto como películas en DVD se encuentran en la etapa incipiente de las ventas. Para el modelo que aquí presentaremos vamos a suponer que el comportamientos de la pproducción, a lo largo del tiempo, tiene una forma como se indica en la gráfica de la figura 1.

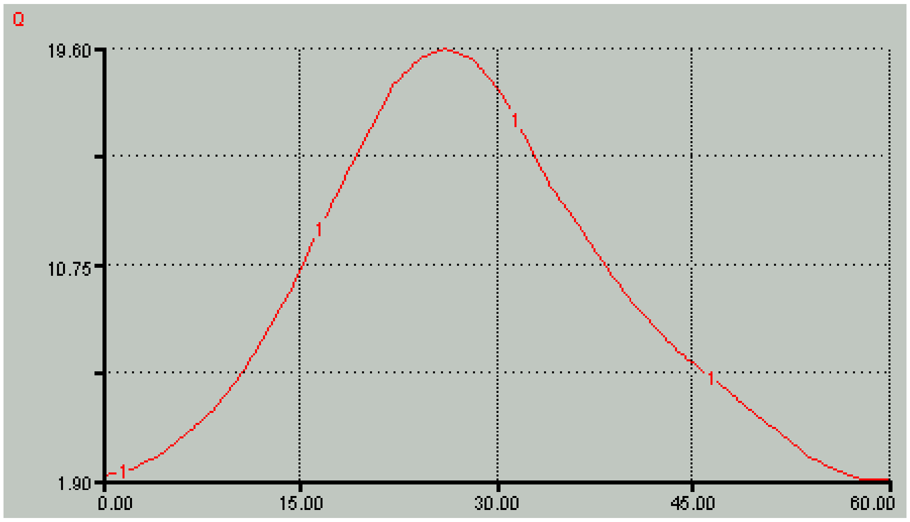


figura 1

Esta tendencia en forma de campana, si bien bastante idealizada, se utiliza para ver el comportamiento de la producción o de las ventas, y que es la resultante de al menos dos fuerzas que interactúan una contra la otra. Una de estas fuerzas es el aumento en el tamaño del mercado o el desarrollo de nuevas tecnologías de producción que permiten el abaratamiento de los costos de producción. La otra fuerza es originada por la entrada al mercado de otras firmas que fuerzan la bajada de las ventas.
Por otro lado, vamos a suponer que la firma anticipa que con el aumento de la experiencia en la producción, será capaz de aumentar la eficiencia en el uso de la energía en la producción de ese bien. Esta experiencia se puede expresar en la producción acumulada, Z. Y la eficiencia de energía se mide en uso de energía por unidad de producción, digamos EQ/Q (de manera que si EQ, la energía se mide, por ejemplo, en miles de joule por año, MJ/año, y Q en toneladas por año, entonces EQ/Q tiene unidades en MJ /tonelada). El comportamiento de EQ/Q en función de Z, se entrega en la gráfica de la figura 2.

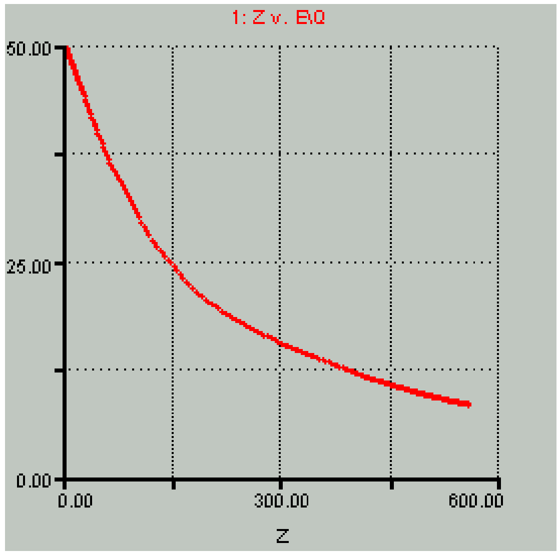


figura 2

La pregunta que nosotros deseamos contestar con nuestro modelo es ¿cuál es la energía total y por unidad que será consumida a través del tiempo para producir el bien de la firma? Para entregar una respuesta el modelo debe mantener una vía para la producción acumulativa Z, y debe calcular la energía usada, EQ, en la producción de Q. La energía usada es solo el producto entre el consumo energético por unidad de producción, y la producción:

$$EQ = (EQ/Q) \cdot Q$$

Para establecer los valores iniciales en la producción acumulativa y en la energía acumulativa usemos el valor de 1. Selecciones un DT = 0.25 y hagamos correr el modelo sobre 60 años como tiempo de simulación. El programa en Stella debería lucir como en la figura 3,

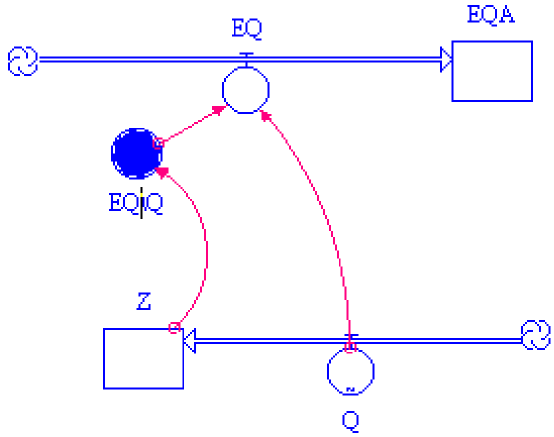


figura 3

La evolución de las variables involucradas en este modelo tienen el desarrollo indicada en la figura 4,

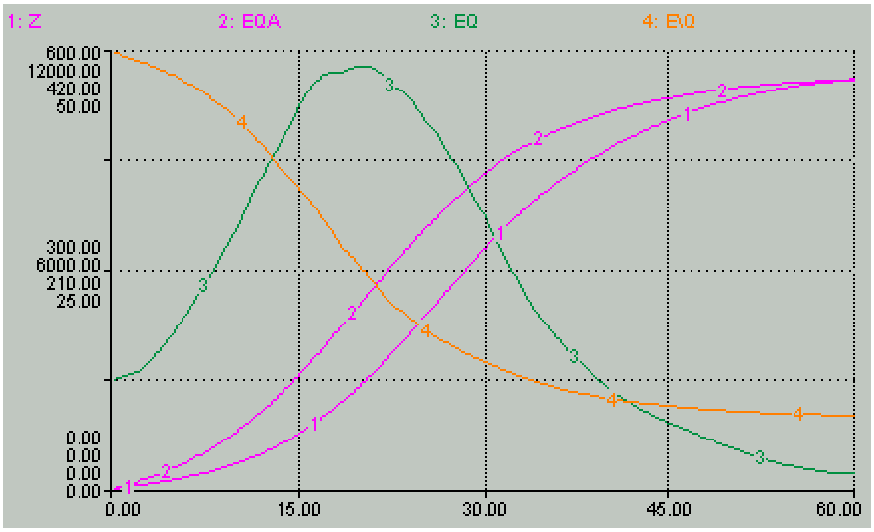


Figura 4

La interpretación de los datos, si bien son de una sencillez extrema, no son triviales. Las gráfica de la curva 1 denota el crecimiento de la producción acumulada, que al principio es suave, después violento, para estabilizarse al final en casi un valor constante. Este crecimiento de la producción acumulativa va acompañado de un declinar en el costo energético de producción, EQ/Q. El efecto combinado de la declinación del costo energético y la razón de crecimiento de la producción temporalmente resulta del aumento de la energía usada EQ. El uso de la energía finalmente declina cuando el nivel productivo desaparece.

Algunas conclusiones

El establecimiento de los límites o fronteras para este modelo, a pesar de su sencillez, tiene interpretaciones muy valiosas. En primer lugar se "acepta" que las ventas, bajo la situación actual en que se desarrolla la firma en el años cero, se acabarán en un determinado tiempo, en nuestro caso a los 60 años. Esto a menudo no se considera. Las empresas, pertenecientes al sector de las PYMES, no valoran este hecho tan simple. Valor que tiene más importancia toda vez que la etapa de maduración de una PYME es comparativamente más corto que 60 años. Por otro lado, en esta firma, hay un "compromiso, seguridad u objetivo" que la experiencia en la producción abaratará los costos energéticos de producción. Por lo general, o con cierta frecuencia, existen PYMES en que, por razones tal vez de poca o nula incorporación tecnológica, el costo energético no baja, sino que por el contrario, sube ostensiblemente a través del tiempo. La pérdida de esta visión de "fronteras" que tienen todas las empresas, que se mueven en el ámbito de los Rendimientos Decrecientes, hace que la quiebra de una PYME sea "sorprendente", y se culpe a causas ajenas, y, posteriormente, se apele a factores externos de subsidio para su "sustentabilidad". De otra forma, se confunde sustentabilidad con "eternidad".

Las Ecuaciones del Modelo

EQA(t) = EQA(t - dt) + (EQ) * dt

INIT EQA = 1

INFLOWS:
EQ = EQ\Q*Q
Z(t) = Z(t - dt) + (Q) * dt
INIT Z = 1

INFLOWS:
Q = GRAPH(TIME)
(0.00, 2.10), (2.00, 2.30), (4.00, 2.90), (6.00, 3.70), (8.00, 4.70), (10.0, 6.00), (12.0, 7.70), (14.0, 9.60), (16.0, 11.9), (18.0, 14.0), (20.0, 16.1), (22.0, 18.1), (24.0, 19.2), (26.0, 19.6), (28.0, 19.2), (30.0, 18.0), (32.0, 16.1), (34.0, 14.0), (36.0, 12.5), (38.0, 10.9), (40.0, 9.40), (42.0, 8.20), (44.0, 7.10), (46.0, 6.30), (48.0, 5.40), (50.0, 4.50), (52.0, 3.70), (54.0, 2.80), (56.0, 2.30), (58.0, 1.90), (60.0, 1.90)
Acerca_de_este_modelo = 0
EQ\Q = GRAPH(Z)
(0.00, 50.0), (60.0, 36.8), (120, 27.5), (180, 21.5), (240, 18.0), (300, 15.5), (360, 13.5), (420, 11.5), (480, 10.0), (540, 8.75), (600, 7.75)

Extendiendo la Frontera de los Sistemas

En la sección anterior presentamos las fronteras iniciales de un firma monoproductora correspondiente al uso energético. Suponíamos que la firma era capaz de aumentar la eficiencia en el uso de la energía toda vez que ella ganaba en experiencia. Vamos a introducir un efecto similar para el uso del material de insumo, X. El uso del material de insumo por unidad de producción se denota por X/Q y sus valores dependerán de la producción acumulada Z, de manera que a medida que la producción acumulada aumente esta firma, en un proceso de aprendizaje, disminuirá el uso de material de insumo por unidad de producción que se fabrique. El tipo de función que describe este hecho viene dada por la figura 5.

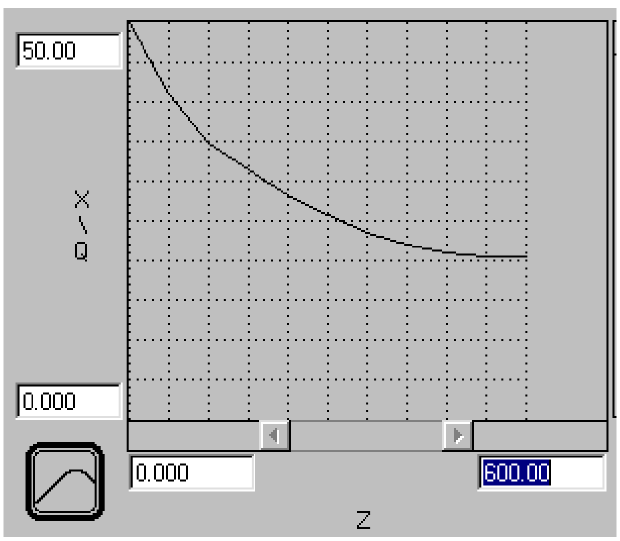


Figura 5

Supongamos que el material de insumo es extraído de la tierra, como por ejemplo mineral de cobre o hierro. Si el uso del mineral aumenta entonces aumenta su extracción.
Lo típico es que las compañías extraigan el mineral de sus mejores reservas al principio y luego se mueven hacia lugares de menos calidad. La calidad de la reserva de un mineral se expresa por su ley y su costo de extracción esperado. Al bajar la ley, hay una baja en la calidad –más impurezas y mayor material ha de ser removido para obtener una tonelada de metal. Históricamente, la ley de los minerales ha bajado ostensiblemente. Por ejemplo, al comienzo del siglo XX la ley del cobre en los Estados Unidos era aproximadamente del 2% de contenido de metal puro, hoy la ley está por debajo del 0.5%. Similarmente, la ley del fierro en 1950 era cercana al 40% pasando al 20% en 1995.
Vamos a modelar entonces el cambio de la ley del mineral, que denotaremos por G, mediante una función decreciente que dependerá del material de insumo acumulado, $ACUM\_X$, y es de la forma

$$G = ALFA1 \cdot ACUM\_X^{-ALFA2}$$

donde $ALFA1, ALFA2 \in (0,1)$. Por otro lado, la extracción del material para obtener la producción requiere del uso de energía. El uso de energía por unidad de material extraído, que llamaremos EX/X, dependerá de la ley del material. Si esta ley es baja la energía por unidad de material extraído aumentará. La relación entre EX/X y G puede ser modelada por la función,

$$EX/X = BETA1 \cdot G^{-BETA2}$$

con $BETA1, BETA2 \in (0,1)$.

Ahora bien, la energía acumulada para la extracción del material de insumo, $ACUM\_EX$ se obtiene considerando la energía usada para la obtención del material a través del tiempo. Las relaciones de este modelo se muestra inmediatamente en la figura 6,
La energía total usada, E, asociada con la producción de Q -directamente en la producción de Q e indirectamente en la extracción de X - es

$$E = EQ + EX$$

Dividiendo E por la cantidad de Q, se obtiene la energía directa e indirecta requerida para la obtención de una unidad de producción Q, que llamaremos E/Q. Esto se programa de la manera indicada en la figura 7
Las ecuaciones del modelo se entregan a continuación

ACUM_EX(t) = ACUM_EX(t - dt) + (EX) * dt
INIT ACUM_EX = 10

INFLOWS:

EX = EX\X*X
ACUM_X(t) = ACUM_X(t - dt) + (X) * dt
INIT ACUM_X = 10

INFLOWS:
X = X\Q*Q
EQA(t) = EQA(t - dt) + (EQ) * dt
INIT EQA = 1

INFLOWS:
EQ = EQ\Q*Q
Z(t) = Z(t - dt) + (Q) * dt
INIT Z = 1

INFLOWS:
Q = GRAPH(TIME)
(0.00, 2.10), (2.00, 2.30), (4.00, 2.90), (6.00, 3.70), (8.00, 4.70), (10.0, 6.00), (12.0, 7.70), (14.0, 9.60), (16.0, 11.9), (18.0, 14.0), (20.0, 16.1), (22.0, 18.1), (24.0, 19.2), (26.0, 19.6), (28.0, 19.2), (30.0, 18.0), (32.0, 16.1), (34.0, 14.0), (36.0, 12.5), (38.0, 10.9), (40.0, 9.40), (42.0, 8.20), (44.0, 7.10), (46.0, 6.30), (48.0, 5.40), (50.0, 4.50), (52.0, 3.70), (54.0, 2.80), (56.0, 2.30), (58.0, 1.90), (60.0, 1.90)
ALFA_1 = .7
ALFA_2 = -.2
BETA_1 = 8
BETA_2 = -.6
E = EQ+EX
EX\X = BETA_1*G^BETA_2
E\Q = E/Q
G = ALFA_1*ACUM_X^ALFA_2
EQ\Q = GRAPH(Z)
(0.00, 50.0), (60.0, 36.8), (120, 27.5), (180, 21.5), (240, 18.0), (300, 15.5), (360, 13.5), (420, 11.5), (480, 10.0), (540, 8.75), (600, 7.75)
X\Q = GRAPH(Z)
(0.00, 50.0), (60.0, 41.0), (120, 34.8), (180, 31.5), (240, 28.3), (300, 25.8), (360, 23.5), (420, 22.0), (480, 21.0), (540, 20.5), (600, 20.5)

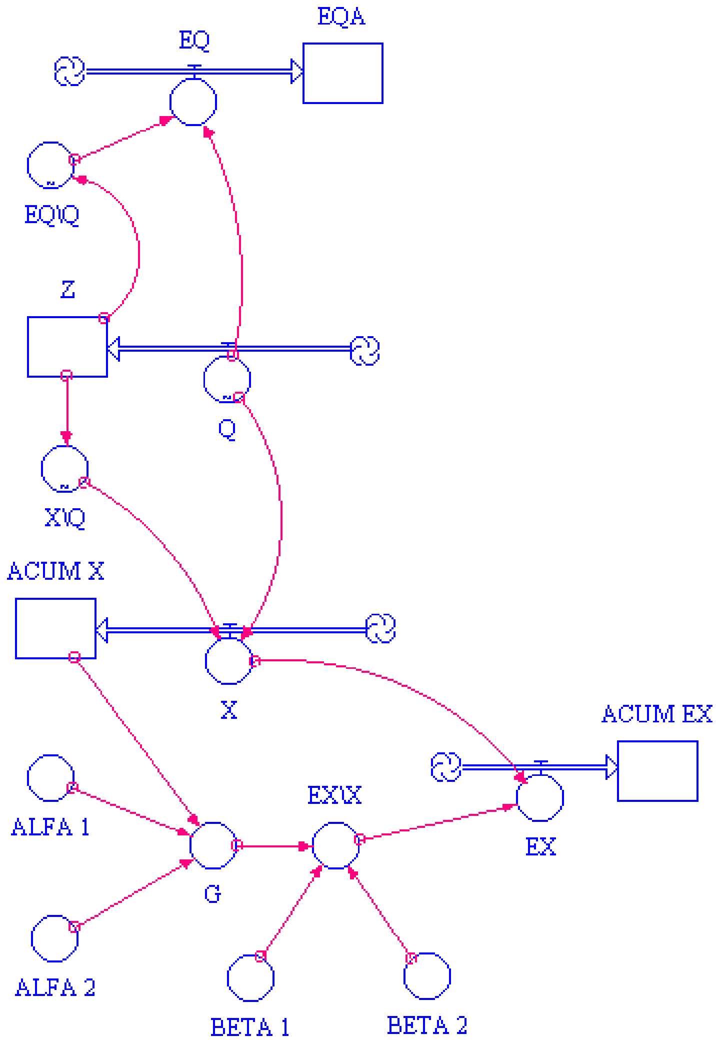


Figura 6

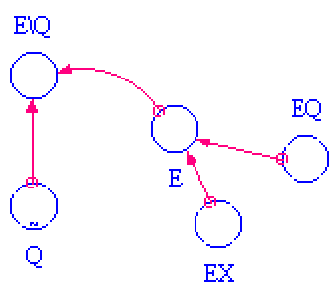


Figura 7

Más ampliación de los costos energéticos

Existen muchas direcciones por las cuales el modelo anterior puede extenderse, y así refinar el modelo y hacerlo más realista. Podríamos específicamente modelar el uso de otros insumos en el proceso productivo, tales como el trabajo y el capital, y tratar explícitamente con las posibilidades de intercambiar o trocar el uso de estos insumos con otros. Por ejemplo, los bienes de capital pueden ser usados para sustituir el trabajo o los insumos materiales. Obviamente, los propios bienes de capital necesitan ser producidos, usando materia prima y energía. Una problema interesante que surge para tales modelos es saber si el incremento en el uso del capital ayuda a la disminución del material de insumo y al requerimiento de energía por el sistema.
Los procesos de producción reales a menudo muestran posibilidades para la sustitución, al menos dentro de ciertos campos.
Otra extensión para el modelo es incluir el costo energético para extraer energía. Hasta ahora, solamente hemos considerado el costo de energía para la extracción de la materia prima. Pero, por supuesto, la energía debe ser extraída, primeramente, para que pueda usarse para la extracción y procesamiento del material de insumo, y la extracción misma de energía requiere energía. En esta sección, vamos a extender nuestro modelo en esta dirección y de este modo presentar un procedimiento sistemático para probar la sensibilidad de los modelos resultantes para nuestra elección de parámetros.
Los efectos combinados de sustitución y agotamiento de recursos sobre el requerimiento energético por unidad de energía y extracción de material puede ser significativo. Por ejemplo, el uso de la madera para la calefacción, cocinar, y construcción en Inglaterra condujo a un agotamiento significativo de los recursos forestales en el siglo XVII. El aumento en la actividad económica y poblacional durante la revolución industrial y agrícola requirió un uso creciente de la energía. El carbón de leña, que obtenido de los bosques, tuvo, entonces, un uso creciente para suplir esta energía, lo cual exacerbaba los problemas en el suministro de la madera. La presión sobre los recursos forestales restantes aumentó, y el carbón, una abundante fuente energética de alto contenido calórico, fue usado como sustituto. Sus características químicas y físicas la hicieron el preferido en la fundición y refinería del hierro, procesos que resultaron de importancia creciente para la revolución industrial. Sin embargo, puesto que más y más carbón era extraído de las minas de carbón de Inglaterra, más energía tuvo que ser usada para su extracción, y para bombear el agua que filtraba por los pozos y túneles de las minas. A medida que la profundidad aumentaba, trabajo humano y animal fue insuficiente en contener la gran cantidad de agua que debía ser bombeada de las minas. La invención del motor a vapor significó un avance que ayudó a aliviar algunos de los problemas mineros. Sin embargo, las máquinas a vapor requerían de carbón para operar. Como resultado se tenía que cuanto más energía era extraída de las minas, más desviación de esta propia energía era utilizada para la extracción misma. El motor a vapor no solo revolucionaba las minas de carbón sino que también las minas de hierro. Más material era transportado desde las minas a las fundiciones, refinerías y centros poblacionales.. El motor a vapor, a través de su aplicación en el ferrocarril, facilitó el transporte de estos materiales. Pero otra vez, más energía era requerida para mover bienes y servicios, para producir hierro y acero para los rieles ferroviarios y para otros usos, y para extraer el carbón usado en los minerales de hierro y carbón mismo.
Vamos a modelar de manera simplificada el requerimiento energético por el sector de extracción energético. Supongamos que la energía requerida por unidad de energía extraída, EE/E, dependerá de la extracción de energía acumulada, $ACUM\ EE$. Y esta dependencia será de tipo creciente, esto es, a medida que aumente la extracción de energía acumulada, aumentará la energía requerida por unidad de energía. Una relación que sea consistente con esta hipótesis es del tipo

$$EE/E = GAMA1 \cdot (ACUM\ EE)^{GAMA2}$$

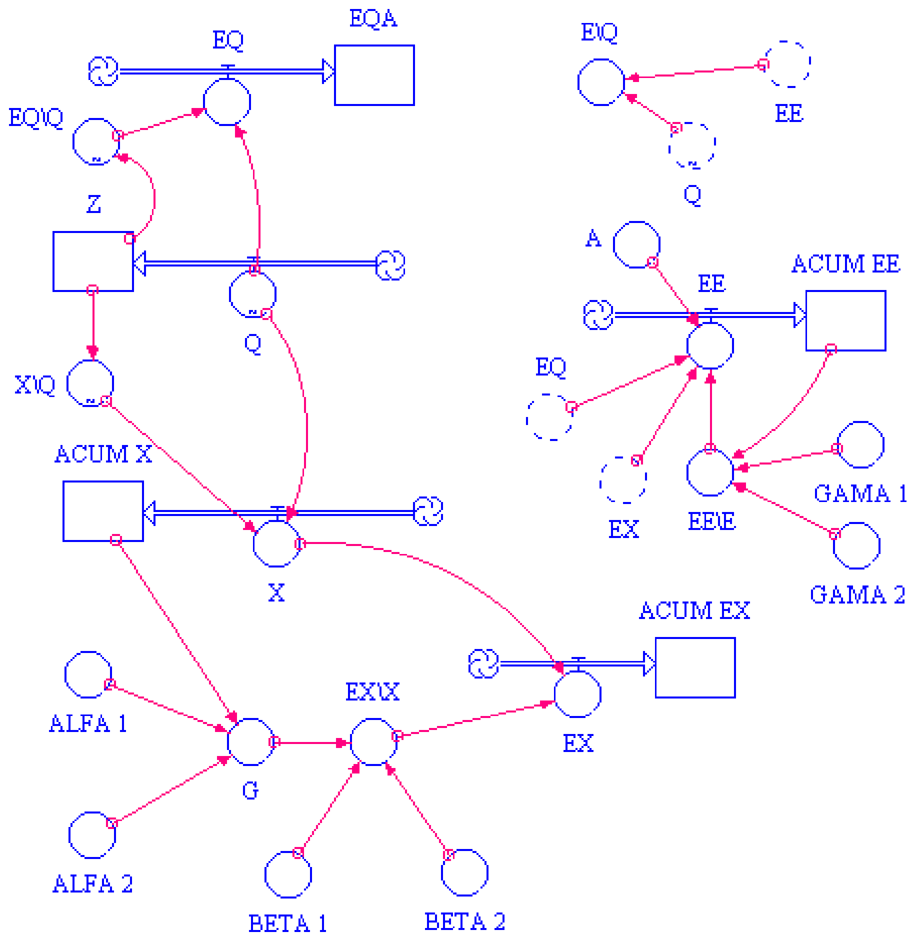
donde $GAMA1, GAMA2 \in (0,1)$. Contrariamente al caso de la materia prima, en donde el aumento del material acumulado significaba la disminución en la ley, el aumento de la energía acumulada extraída significará un crecimiento en la energía usada en extraer una próxima unidad de energía.
Supongamos que la demanda para la energía en el modelo está compuesto de la demanda para energía solamente para la extracción de materiales, para procesos en la producción de una unidad de Q, y para la propia extracción de energía. Por simplicidad, vamos a suponer que la propia energía usada para el sector energético es directamente proporcional a la energía usada en la extracción de material y en la producción de Q, Observemos que

$$EE / E \cdot (EQ + EX)$$

Es la energía (anualmente) que es necesaria para la extracción y producción, ahora bien la energía extraída (anualmente) para ser utilizada en el gasto de energía es proporcional al valor anterior, esto significa que la energía total extraída es

$$\begin{aligned} EE &= EE / E \cdot (EQ + EX) + a \cdot EE / E \cdot (EQ + EX) \\ &= (1 + a) \cdot EE / E \cdot (EQ + EX) \end{aligned}$$

La energía indirecta usada para producir Q ahora incluye la energía para extraer energía y la energía para extraer materiales. La energía directa para la producción de Q es EQ. Para calcular la energía total directa e indirecta usada en el sistema por unidad de producción necesitamos dividir la demanda total para la energía EE por Q. Nuestro modelo ahora consistirá en la figura siguiente,



La descomposición del dióxido de nitrógeno en óxido de nitrógeno y oxígeno

Traducción de la sección
"The Breakdown of Nitrogen Into Nitrogen and Oxygen",
del libro Dynamic Modeling de Bruce Hannon y Matthias Ruth,
Springer-Verlag, 1994, p.p. 73-75

La atmósfera consiste de varias capas que se distinguen pos su composición química, temperatura, y presión. Alrededor del 99% del volumen de aire limpio y seco en la capa más inferior, la troposfera, consiste de dos gases: nitrógeno (78%) y oxígeno (21%). El resto de aire en la troposfera contiene poco menos de 1% de argón y alrededor de 0.035% de dióxido de carbón. El aire en la troposfera también toma vapor de agua en cantidades que varían desde 0.01% por volumen en los polos hasta 5% en los húmedos trópicos.
La segunda capa de la atmósfera, que se extiende desde los 10 hasta los 50 kilómetros sobre la superficie de la tierra, es llamada la estratosfera. Contiene pequeñas de gas de ozono, O_3, que filtra alrededor del 99% del ingreso dañino de la radiación ultravioleta (UV). Esta acción de filtrado por la delgada lámina de ozono en la estratosfera nos protege de las "quemadas de sol", cáncer a los ojos y cataratas.
Por la filtración de la alta energía en la radiación UV, el ozono estratosférico también mantiene mucho del oxígeno en la troposfera que será convertido en ozono tóxico. La cantidad trace de ozono que se forma en la troposfera como un componente del smog urbano daña las plantas, el sistema respiratorio de la gente y de otros animales, y materiales tales como el rubber. Entonces, nuestra buena saluda y la de muchas otras especies dependerá si se tiene suficientemente "buen" ozono en la estratosfera y tan poco como sea posible del ozono "malo" en la troposfera. Desafortunadamente, las actividades humanas aumentan las concentraciones de ozono en la troposfera y disminuyen las concentraciones de ozono en la estratosfera. Vamos a modelar estos dos procesos separadamente. Primero vamos a dirigir nuestra atención a los trabajos de los procesos químicos que conducen a un ozono "malo" en la troposfera. En la siguiente sección modelaremos la depleción o disminución del ozono en la estratosfera, el ozono "bueno". Ambos modelos ilustran un principio fundamental de los procesos químicos, la ley de acción de masa.
El ozono, O_3, es un oxidante fotoquímico siendo el componente más importante del smog fotoquímico. Naturalmente la ocurrencia del ozono puede ayudar significativamente a contribuir en el smog urbano. Frecuentemente, sin embargo, el ozono troposférico es creado por la descomposición de un contaminante antropogénico, el dióxido de nitrógeno, NO_2. La luz solar contribuye a la formación del smog fotoquímico gatillando la descomposición del NO_2. Este proceso, de manera simplificada, ocurre de la siguiente forma: la luz solar causa que el dióxido de nitrógeno se descomponga para formar el óxido de nitrógeno y el óxido monoatómico *O*. Este átomo se combina entonces con el O_2 para formar el O_3.

$$NO_2 \rightarrow NO + O \; ; \; O + O_2 \rightarrow O_3$$

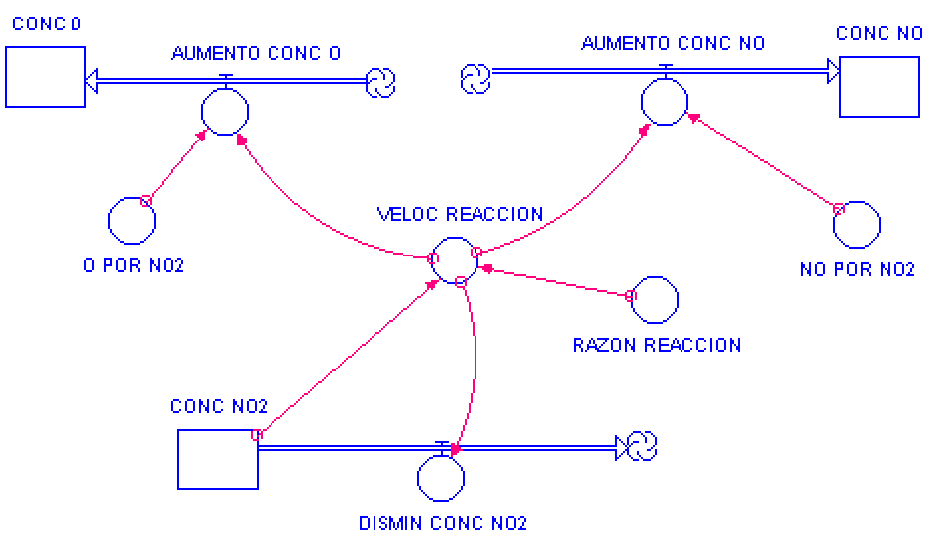
El modelo de esta reacción química requiere un stock inicial de NO_2, que es descompuesta a una razón que depende de la misma concentración de NO_2 y con esa razón constante. La formación de los stocks de O_2 y de NO ocurre con esta misma razón, dependiendo específicamente sobre la cantidad de estos compuestos que son accesibles en el reactante NO_2. Un segundo proceso químico va ligado al primero. Se relaciona con la formación de ozono producido por el oxígeno monoatómico desprendido de la descomposición del NO_2 y el oxígeno diatómico de la troposfera.

Desarrollaremos un modelo para la primera parte de esta reacción, la descomposición del dióxido de nitrógeno. Este problema revela la idea básica de la cinética química llamada la ley de acción de masa. Es una regla empírica que establece que la velocidad de reacción es proporcional a las concentraciones de los ingredientes iniciales. Para el caso de dos reactantes de concentraciones R1 y R2 que forman un producto de concentración P, la ley de acción de masa es

$$P = k*R1*R2,$$

donde k denota la razón constante de reacción.

El modelo de la descomposición de NO_2, y formación de O y NO, se muestra en el siguiente diagrama:

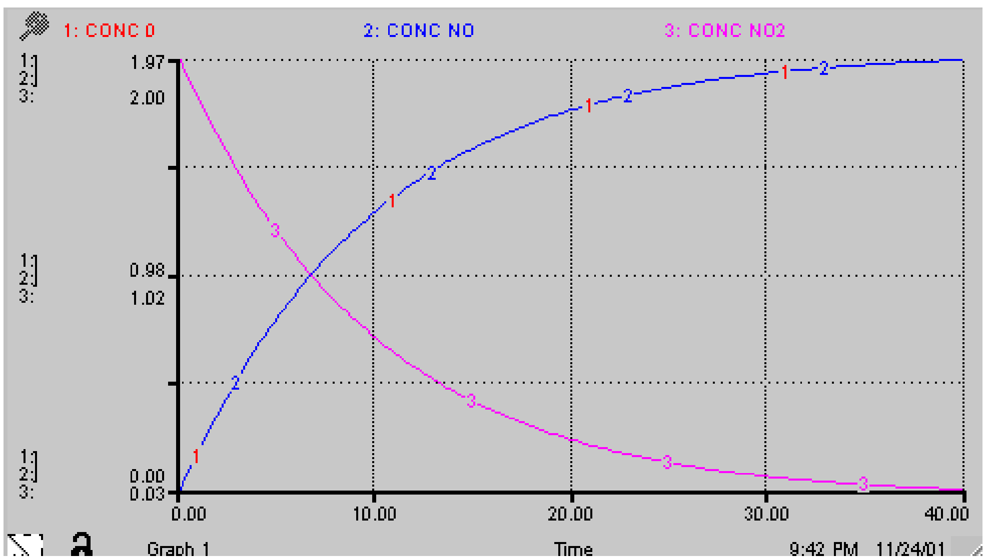


Las ecuaciones dinámicas de este modelo, junto a la explicación de las variables involucradas se dan a continuación,

```
CONC_O(t) = CONC_O(t - dt) + (AUMENTO_CONC_O) * dt
INIT CONC_O = 0 {Moles por metro cúbico}

AUMENTO_CONC_O = VELOC_REACCION*O_POR_NO2 {Aumento en la concentración
de O como resultado de la disminución de NO2; medidos en Moles por
metro cúbico por segundo}
CONC_NO(t) = CONC_NO(t - dt) + (AUMENTO_CONC_NO) * dt
INIT CONC_NO = 0 {Moles por metro cúbico}

AUMENTO_CONC_NO = VELOC_REACCION*NO_POR_NO2 {Aumento en la
```

```
concentración de NO como resultado de la disminución de NO2, medidos
en Moles por metro cúbico por segundo}
CONC_NO2(t) = CONC_NO2(t - dt) + (- DISMIN_CONC_NO2) * dt
INIT CONC_NO2 = 2 {Moles por metro cúbico}

DISMIN_CONC_NO2 = VELOC_REACCION {Disminución de concentración de NO2,
reacción simple de primer orden; medidos en Moles por metro cúbico por
segundo}
NO_POR_NO2 = 1 {Moles de NO producido por Mol de NO2}
O_POR_NO2 = 1 {Moles de O producido por Mol de NO2}
RAZON_REACCION = 0.1 {1/segundo}
VELOC_REACCION = RAZON_REACCION*CONC_NO2
```

Una simulación que describe la evolución de las concentraciones de NO_2, NO y O se entrega a continuación



En este modelo se supone que la razón de reacción es constante lo que no necesariamente refleja la actual descomposición del dióxido de nitrógeno en la troposfera. Trate de encontrar datos en la bibliografía respectiva de la química medioambiental de manera que se pueda tener un mejor ajuste de la velocidad en que el NO_2 se descompone bajo la influencia de la radiación solar. Trate de introducir efectos estacionarios, realzando el hecho de que el NO_2 se descompone más severamente en los meses de verano.

La Dinámica de Sistemas y el software STELLA

Los fundamentos de la dinámica de sistemas, creados por Jay Forrester, se están extendiendo cada vez más entre nuestros estudiantes, donde la expresión “extendiendo” la utilizamos en el amplio sentido de “conociendo y aplicando”. Hay sobrados ejemplos de fundamentos teóricos que son comprendidos en la etapa de aprendizaje, pero posteriormente no son aplicables. No queriendo con esto decir que ha sido un “aprendizaje inútil”, sino que simplemente no se utiliza en la mayoría de las veces a causa de su rango de validez. Por ejemplo nadie duda de la

potencia de la Transformada de Laplace para la resolución de ecuaciones diferenciales "lineales", y es así que toda vez que aparecen ecuaciones diferenciales no-lineales (las más abundantes en la complejidad de hoy) los fundamentos y teoremas de la Transformada de Laplace quedan en el olvido, y con el agregado de que eventualmente "esa" ecuación diferencial no-lineal también quede en el olvido.
Pues bien, la dinámica de sistemas se basa en un lenguaje formal bastante simple, y en la que inicialmente podemos reconocer cuatro tipos de elementos: variable de estado, variable de flujo, convertidor y conector. Observe la figura 1 otorgada por el software STELLA (versión 3.07)

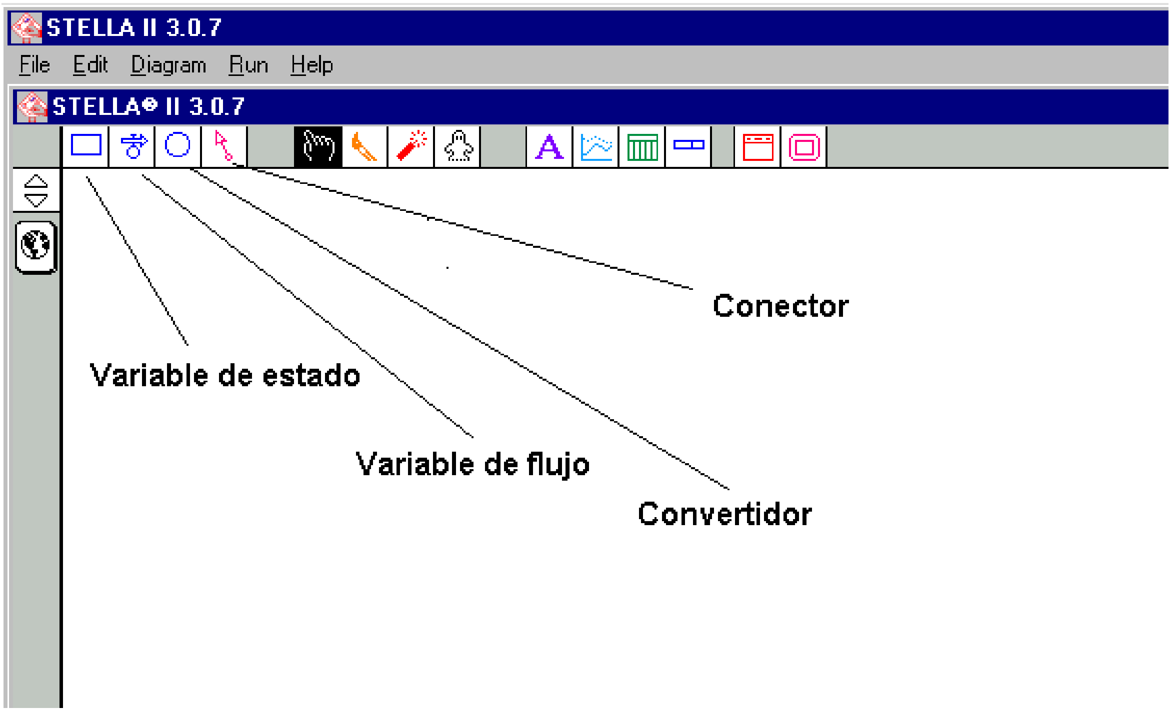


Figura 1

Si en un sistema dinámico, en su proceso de modelación, no se discrimina entre todas las variables del sistema que entrarán a formar parte del modelo, como variable de estado y como variable de flujos, de otra forma, si no se sabe cuales de las variables son de estado y cuales son de flujo, entonces simplemente no se podrá modelar el sistema dinámico. Así de simple.
Conceptualmente una variable de estado es un stock que es alimentado por una variable de flujo o varias variables de flujo (de entradas), y que eventualmente puede ser vaciado por una o varias variables de flujo (de salidas); y así que las variables de flujo se definen como aquellas que alimentan o vacían el stock. Para fijar ideas supongamos que tenemos un sistema sencillo, por ejemplo una pequeña tienda de alquiler de automóviles en la cual al final de cada semana se reponen los automóviles, con una determinada política que veremos más adelante, para enfrentar la semana que viene caracterizada por una determinada demanda, que también veremos como se comporta más adelante. En definitiva, tenemos la variable de estado que llamaremos STOCK, y dos variables de flujo, un flujo de entrada que llamaremos REPOSICIÓN, y un flujo de salida que llamaremos DEMANDA. Notemos antes que nada que la unidad de la variable STOCK es "automóviles", y las unidades de los flujos REPOSICIÓN y DEMANDA es "automóviles por semana", de otra forma "automóviles/semana". Vamos a dibujar la relación entre estas tres variables en STELLA,

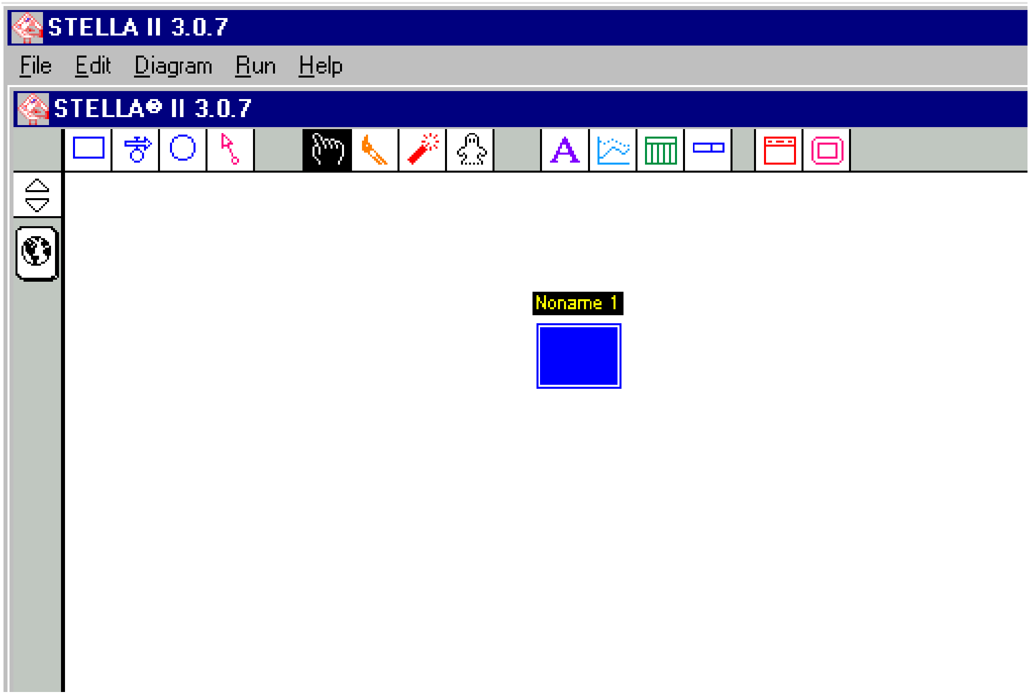


Figura 2

Con el cursor hacemos click con el botón izquierdo en el icono de la variables de estado, arrastramos la figura a un sitio determinado y hacemos nuevamente click con el botón izquierdo del mouse, para fijar el icono de la variable de estado. La operación final deberá lucir como la indica la figura 2. Enseguida, ponemos el nombre de STOCK al icono cuyo nombre por defecto es “Noname 1”. Lo obtenido deberá ser similar a lo indicado en la figura 3.

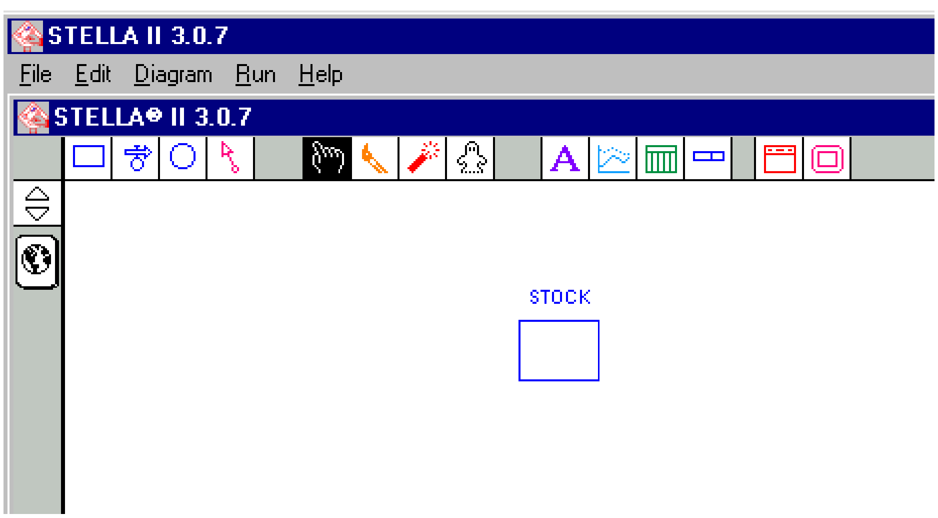


Figura 3

Ahora bien, vamos a dibujar el flujo de entrada hacía el STOCK. De manera análoga, dirigimos nuestro mouse hacia el icono de la variable de flujo, pinchamos haciendo un clic con el botón izquierdo, arrastramos la figura de manera conveniente, a la altura del lado izquierdo del STOCK, una vez elegido el sitio desde donde va a empezar a dibujarse la variable de flujo, presionamos el botón izquierdo (sin soltarlo) a la vez que arrastramos la figura dirigiéndola hacia el STOCK (figura 4), y toda vez que la variable de flujo llegue de manera adecuada al STOCK, este avisará con un leve cambio de color gris (figura 5), en ese momento dejamos de presionar el botón izquierdo y soltamos. La situación final debería lucir como lo indica la figura 6, toda vez que cambiemos el nombre por defecto de esta variable de flujo por el nombre definido anteriormente, REPOSICIÓN.

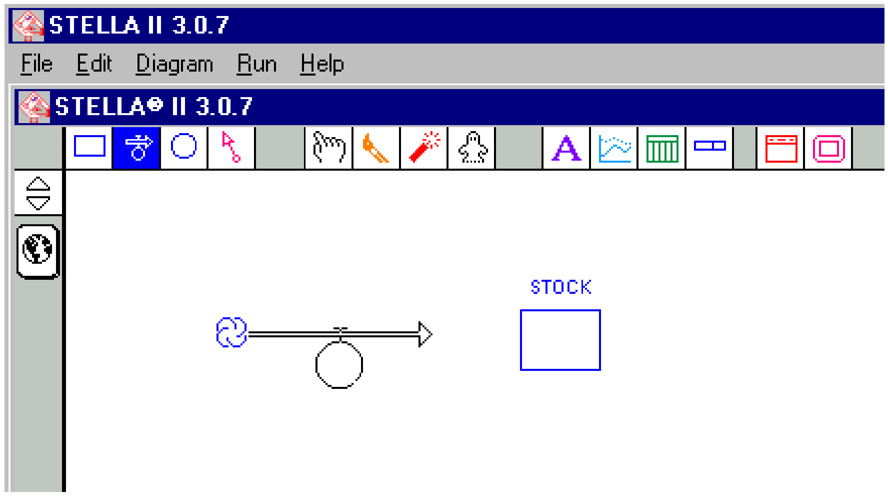


Figura 4

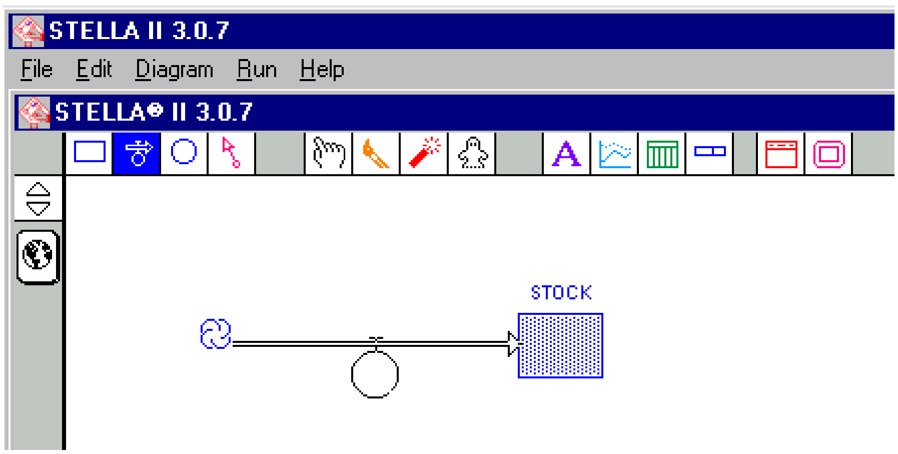


Figura 5

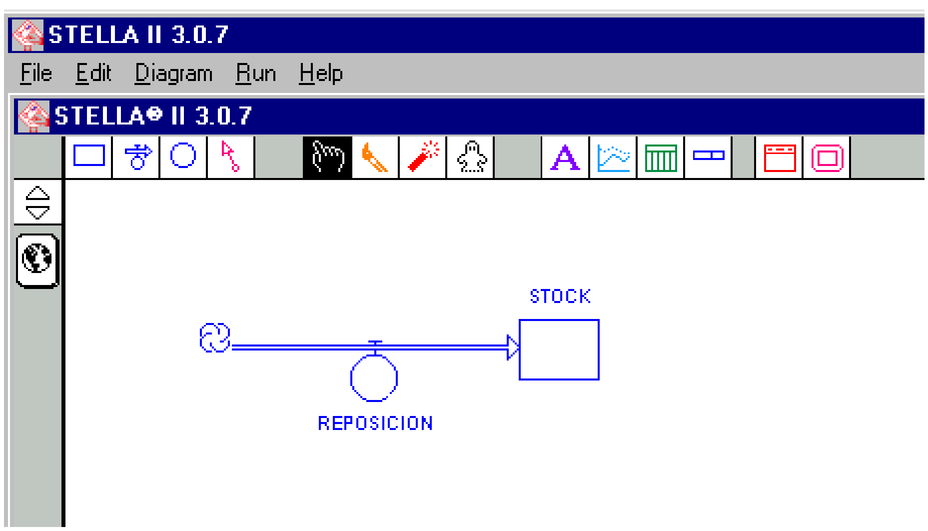


Figura 6

Para la construcción de la variable de flujo que sale desde el STOCK, se realiza de manera similar, esto es se hace un clic sobre el icono , nos ubicamos al interior de la variable de estado STOCK, presionamos el botón izquierdo (sin soltar) y arrastramos el mouse hacia el lado derecho del STOCK, cuando creamos conveniente detenernos, soltamos el botón derecho, y debería aparecernos algo similar a la figura 7, toda vez que cambiemos el nombre que viene por defecto por el de DEMANDA.

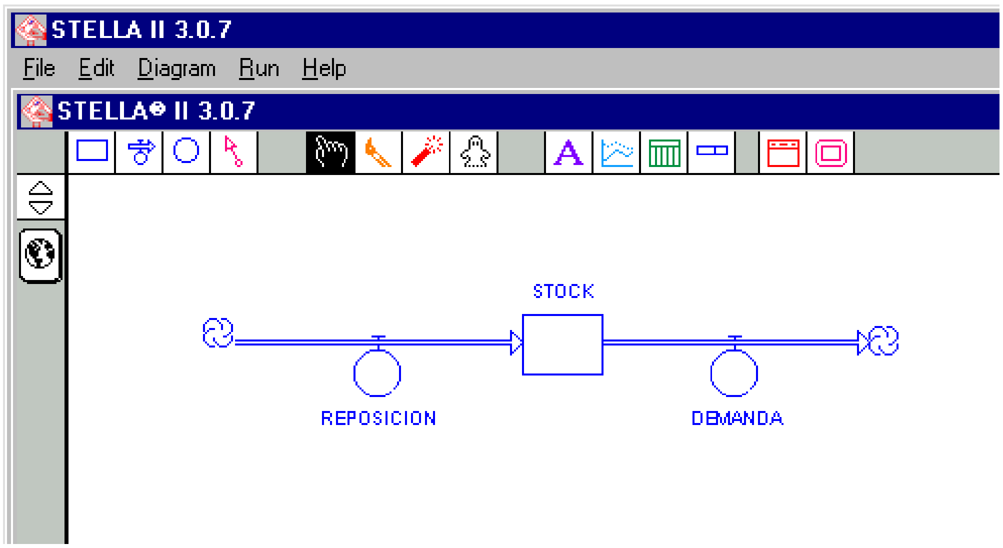


Figura 7

Este sencillo dibujo, nos muestra que la variación del STOCK a través del tiempo (semanas) será causada por los flujos de entrada (REPOSICIÓN) y salida (DEMANDA). Ahora bien, supongamos que esta demanda obedece una política de almacenaje conocida como "política (s, S)", que consiste en lo siguiente: Al final de cada semana, si lo que hay en stock es inferior o igual que s unidades entonces inmediatamente se repone hasta el nivel S, en caso contrario, si lo que hay es superior al nivel s, entonces nada se repone. De manera que se introducen dos nuevas variables a nuestro modelos, a saber el nivel s, que llamaremos INF, y el nivel S, que llamaremos SUP. Estas variables no son ni de flujo ni de estado, para eso entonces utilizamos el icono de convertidores.

Con el mouse sobre el icono hacemos un clic, para coger la figura, y la posicionamos en un lugar adecuado nombrando esta figura con el nombre de INF; repetimos el mismo procedimiento para definir el convertidor SUP. El resultado final debería lucir como lo indica la figura 8.

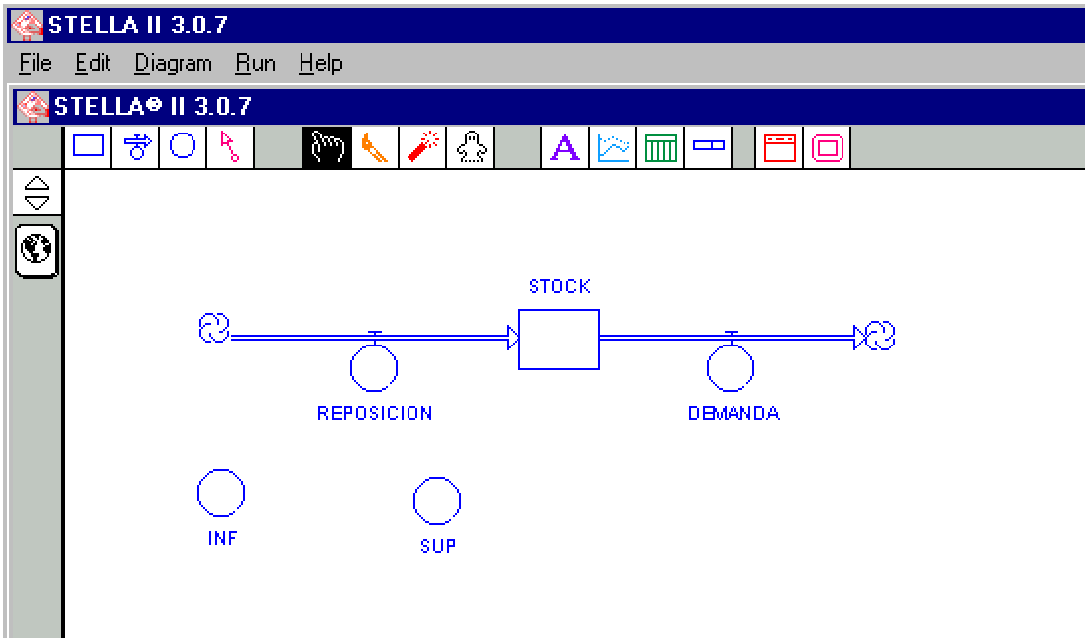
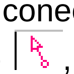


Figura 8

Ahora bien, vamos a indicar que el flujo de entrada REPOSICIÓN depende de los valores de INF, SUP y finalmente del valor de la variable de estado STOCK (en efecto, recuérdese que “si lo que hay en stock es inferior o igual que s unidades entonces inmediatamente se repone hasta el nivel S, en caso contrario, si lo que hay es superior al nivel s, entonces nada se repone”). La manera de indicar esto es mediante los conectores. Y se procede de la siguiente manera: nos posicionamos con el mouse en el icono , para capturar la imagen, y luego la ubicamos, por ejemplo, dentro de la variable INF oprimiendo el botón izquierdo, sin soltar, y arrastrando el conector hacia la variable de flujo REPOSICIÓN, dejamos de oprimir el botón derecho toda vez que alcancemos a esta variable de flujo que lo indicará al cambiar a color gris. Observe la figura 9.

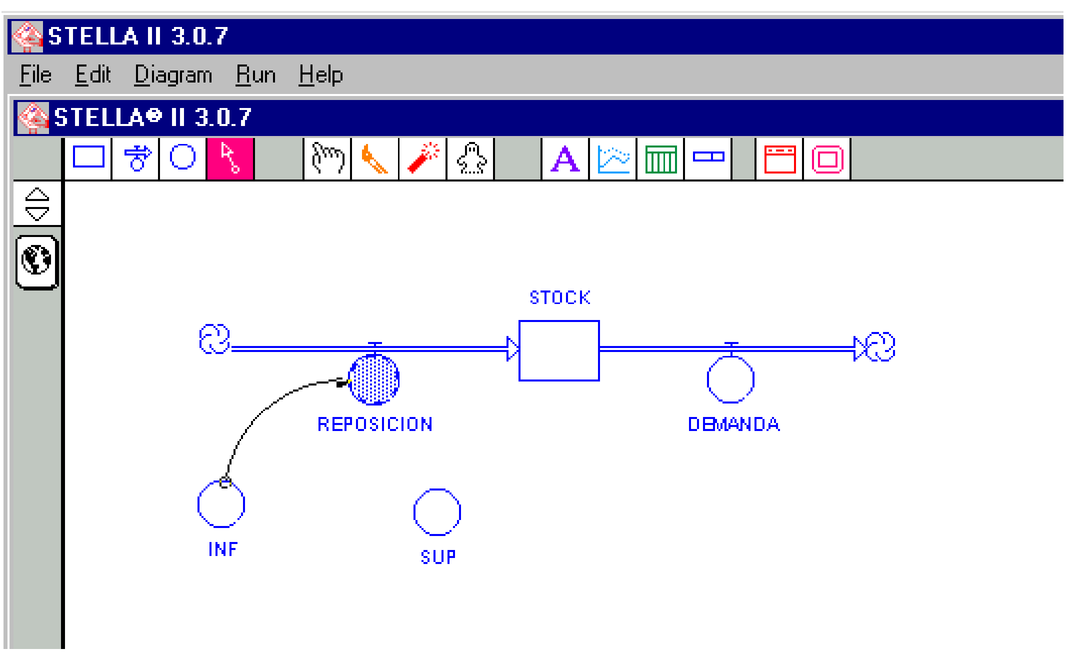


Figura 9

Por último, mediante sendas operaciones análogas, conectamos desde las variables SUP y STOCK hacia REPOSICIÓN, y el resultado debería lucir como lo indica la figura 10.

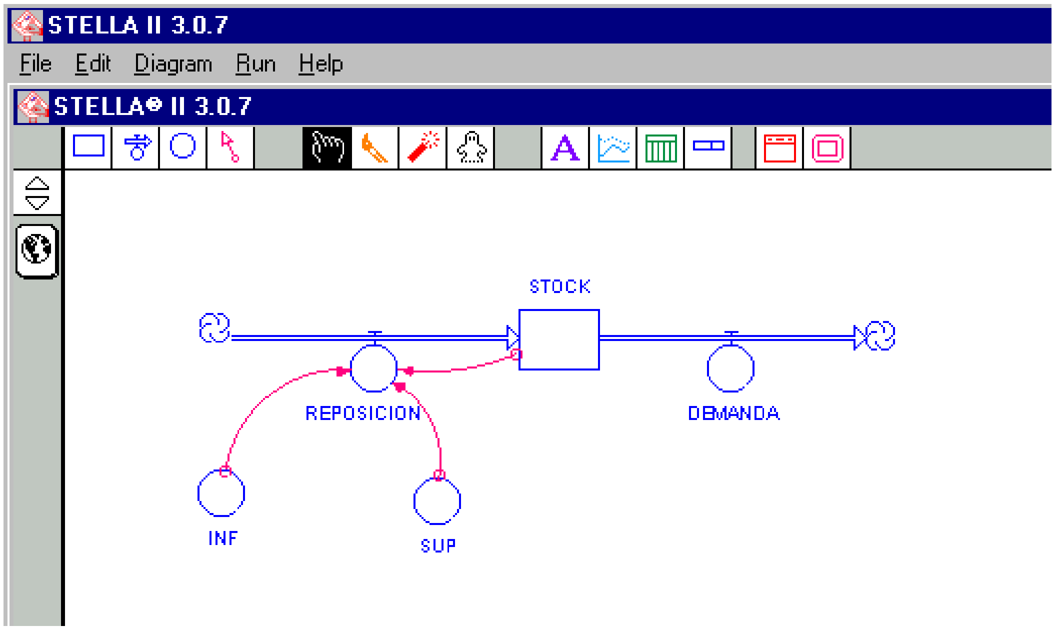


Figura 10

Volvemos a insistir que el esquema indicado en la figura 10 nos dice que, los valores que tomará la variable de flujo REPOSICIÓN dependerán de los valores de INF, SUP y STOCK.

Continuemos con nuestro de almacenaje. Vamos a suponer que la demanda semanal es aleatoria con distribución conocida, y que además estas demandas semanales son independientes (en el sentido probabilístico) entre si. Supongamos que la demanda para cada semana se distribuye según una distribución de Poisson. Finalmente agreguemos que se entrega lo que hay en stock y no se acepta demanda diferida, esto es a modo de ejemplo, si hay en stock 2 unidades y la demanda en esa semana es de 5, entonces se entregan simplemente las 2 y no hay compromiso de entregar el resto de 3 unidades para la semana posterior. Con estos datos vamos a definir un convertidor llamado PEDIDO y otro convertidor llamado LAMDA. El convertidor PEDIDO, de alguna manera que ya determinaremos más adelante, va a simular los valores que se obtienen de una distribución de Poisson, y puesto que toda distribución dependerá de un parámetro (que indica el valor promedio de los números generados por esta distribución), llamaremos LAMBA a este parámetro. Finalmente debemos hacer notar que los valores generados por el convertidor PEDIDO dependerá de lambda, y todo valor que genere el convertidor PEDIDO se interpretará como la demanda ocurrida en esa semana. Entonces utilizando la técnica ya establecida dibujamos estas dos nuevas variables y establecemos los conectores para indicar las dependencia entre ellas. Observemos la figura 11.

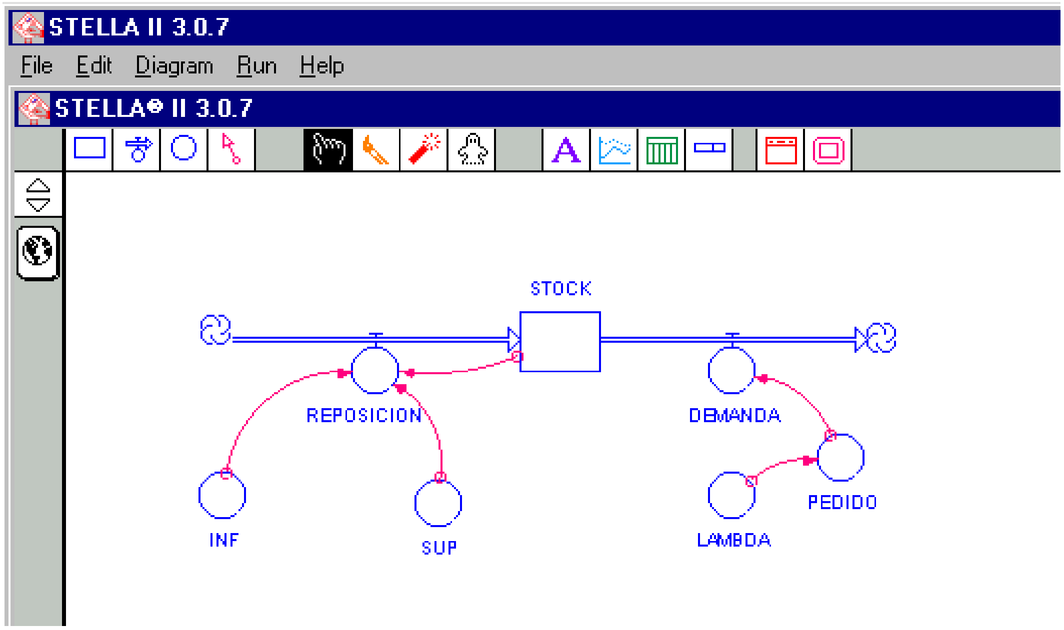


Figura 11

De manera que la figura 11 está indicando todos los elementos que integrarán nuestro modelo que representará el sistema de almacenaje o stock que opera con la política (s, S), y que tiene una demanda aleatoria distribuida independientemente según una Poisson. Y donde se indica las relaciones de independencia entre estos elementos (aún cuando, de momento, no se establece la relación analítica entre ellos).

Una vez que hemos “dibujado” nuestro sistema-modelo de almacenaje, vamos a entregar las relaciones analíticas establecidas entre las variables que están unidas por el conector. Observemos atentamente el sector izquierdo de nuestro dibujo anterior, donde aparece el icono 

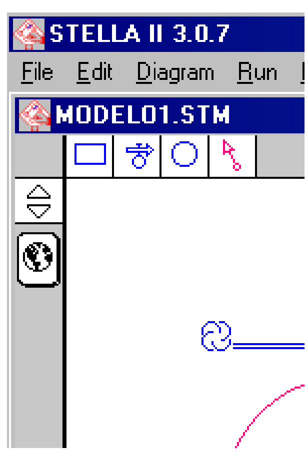


Figura 12

Si ubicamos el mouse sobre ese icono, y hacemos click con el botón izquierdo, tendremos la siguiente situación indicada en la figura 13.

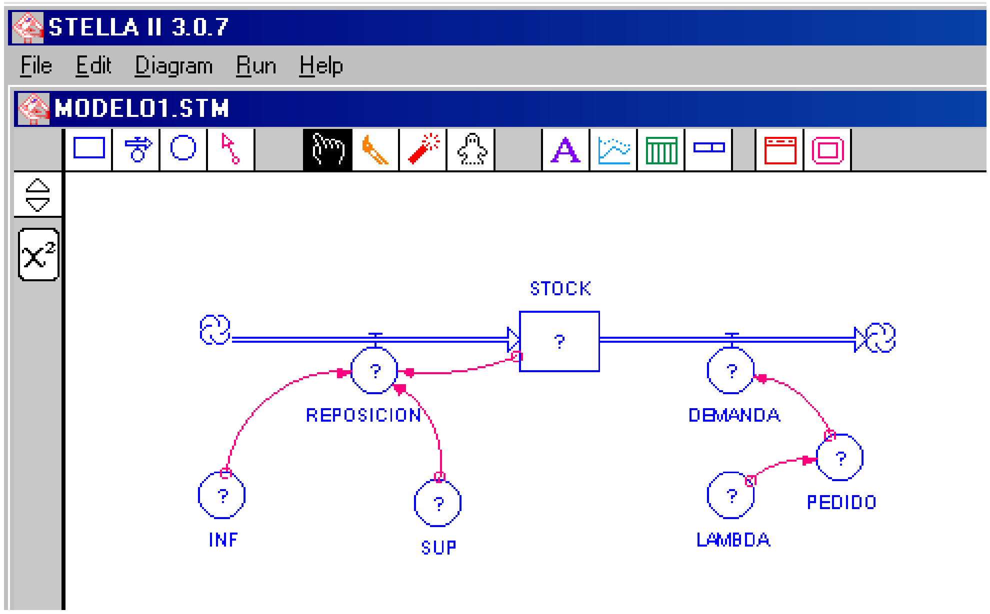


Figura 13

Los signos de interrogación que aparecen sobre las variables de nuestro modelo están indicando que sobre ellas hay que definir su relación analítica cuando corresponda, o entregar el valor que tienen. Vamos a fijar nuestra atención en la variable de flujo REPOSICION. Recordemos que ella está definida extensivamente como “toda vez que el valor del STOCK sea menor o igual que INF entonces se repone (de artículos) hasta el nivel superior SUP”. Bien, hagamos doble click sobre la variable de flujo REPOSICION, debe aparecer la siguiente caja de diálogo como se puede observar en la figura 14,

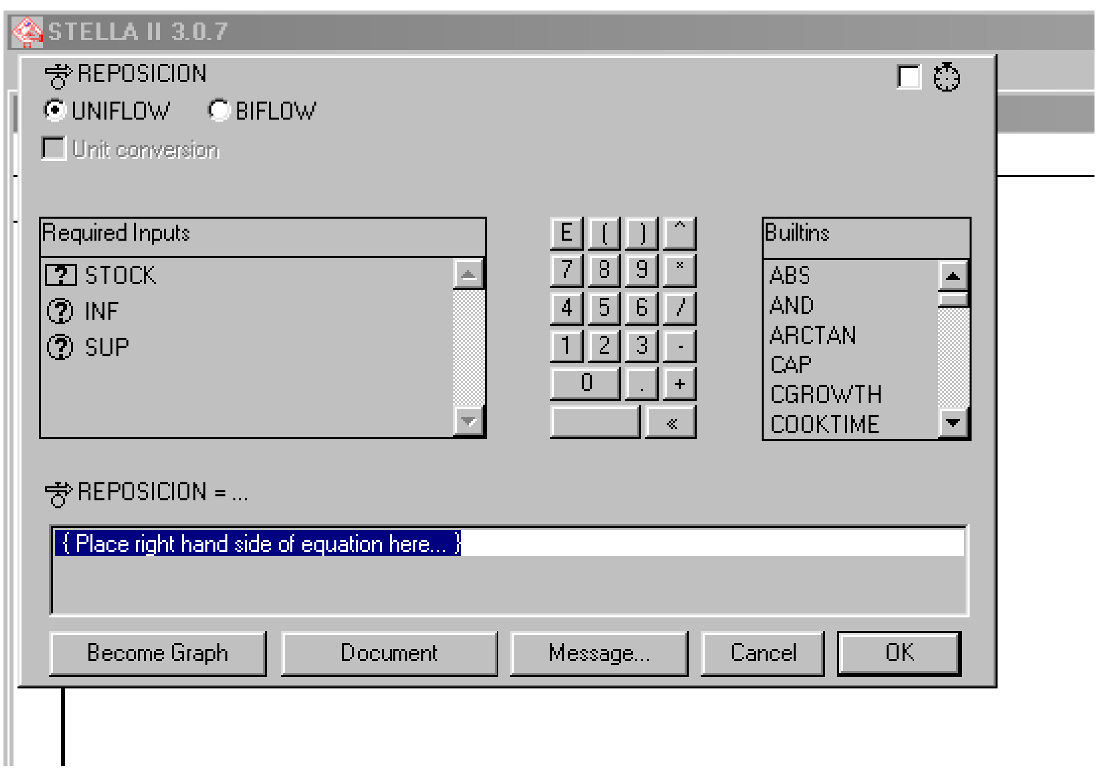


Figura 14

Sobre esta caja de diálogo haremos algunas precisiones. Hemos marcado cuatro sectores con rotulador de sendos colores, que llamaremos zona roja, azul, negra y verde, como lo indica la figura 15 que nos servirá para las precisiones respectivas.

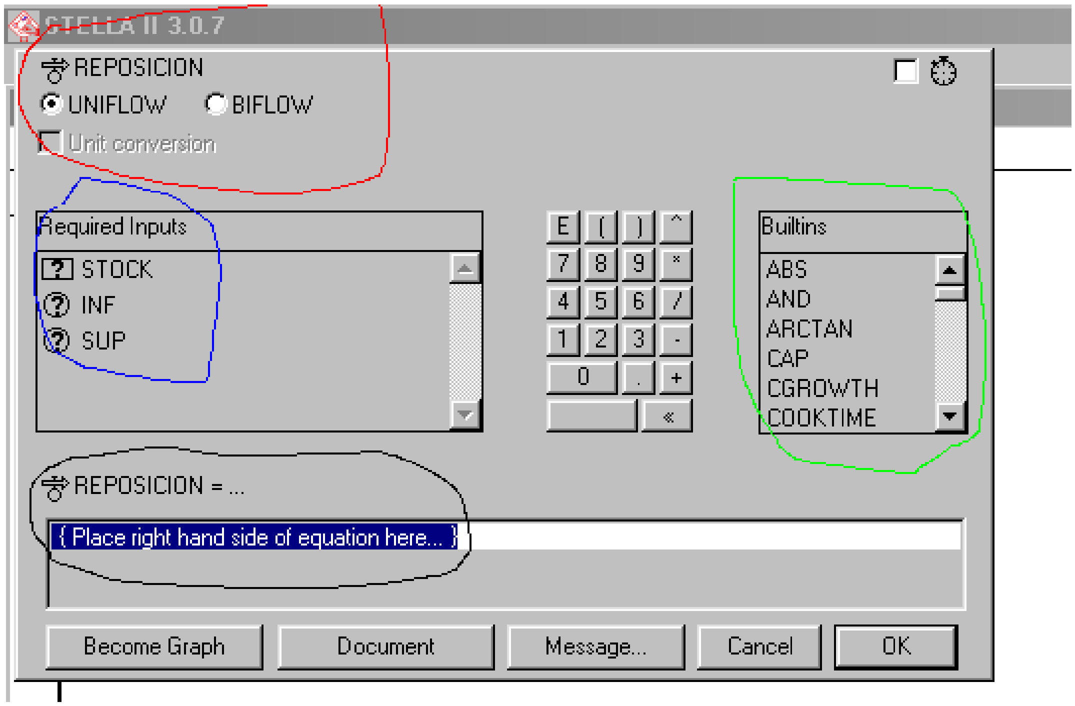


Figura 15

La zona roja nos indica que la variable de flujo, por defecto y conforme está activado el rótulo UNIFLOW, es un flujo unidireccional, esto es tiene la propiedad de que fluye “material” sobre la variable de estado (STOCK en nuestro caso) y que no tiene opción de “inhalar” material desde la variable de estado, en términos hidráulicos esta variable de flujo no puede bombear para extraer agua, solo puede depositar agua. Ya veremos más adelante algunos ejemplos en que una variable de flujo puede ser bidireccional. El caso es que nuestra variable de REPOSICION solamente entrega material hacia el STOCK.

La zona azul indica lo que ya hemos establecido, que sea la forma analítica que tenga nuestra variable de flujo REPOSICION, ella debe requerir para su definición las variables de STOCK, INF y SUP.

La zona negra está indicando la función analítica con la que quedará definida nuestra variable de flujo, y es en el lugar marcado por el video reverso donde dice “Place right hand side...” donde se debe poner la fórmula.

Finalmente la zona verde entrega una lista de funciones que posee en su estructura el software STELLA, en que eventualmente podamos necesitar para la construcción de la formula para la variable de flujo REPOSICION.

Vamos ahora a definir la variable de flujo. La expresión “toda vez que el valor del STOCK sea menor o igual que INF entonces se repone (de artículos) hasta el nivel superior SUP” es equivalente matemáticamente a lo que indica la figura 16:

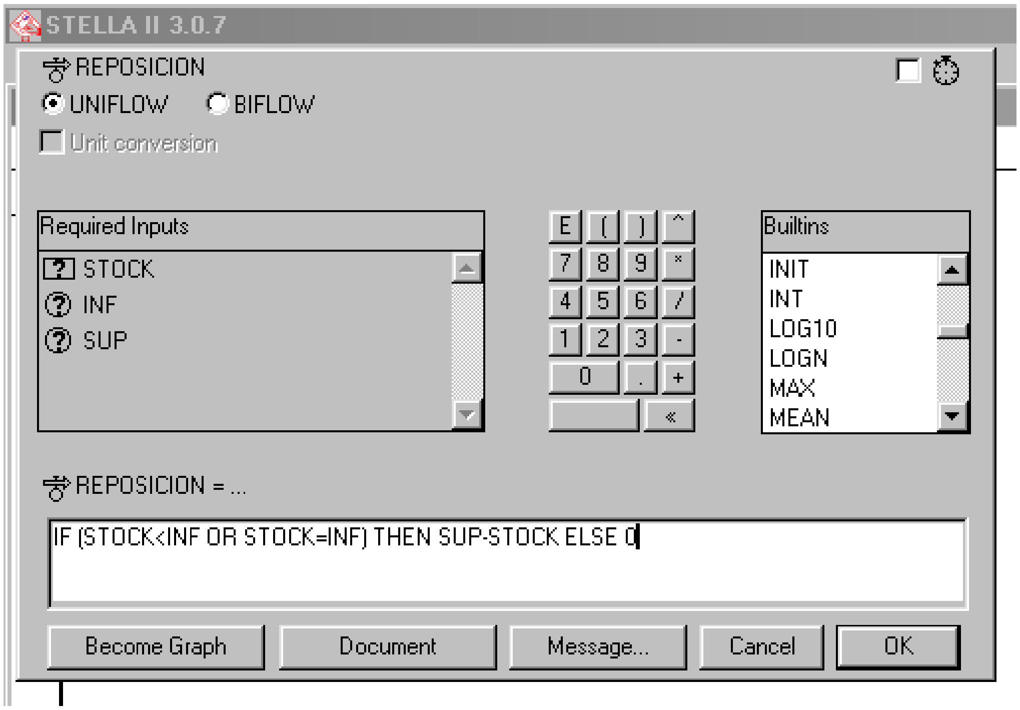


Figura 16

Una vez entregada esta instrucción, y convenciéndonos que es la adecuada para definir la política de reposición del stock hacemos click en la opción OK (los otros botones, como Become Graph, Document, etcétera, los veremos más adelante). Deberá aparecer el diagrama indicado en la figura 17, dónde ha desaparecido el signo de interrogación sobre la variable de flujo REPOSICION,

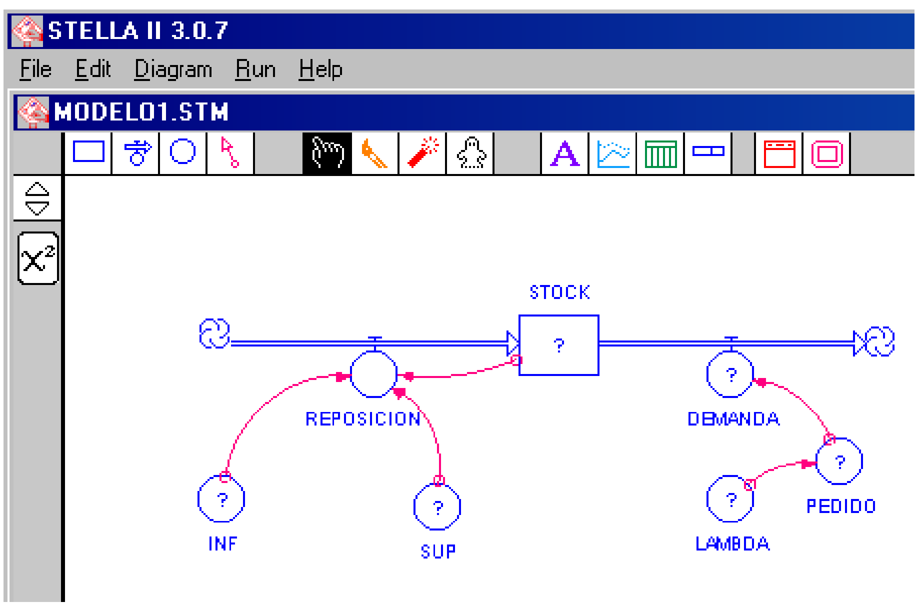


Figura 17

Ahora vamos a definir la variable de flujo (de salida) DEMANDA, haciendo doble click en esta variable, aparecerá una caja de diálogo similar al de la figura 3, y se indica en la figura 18.

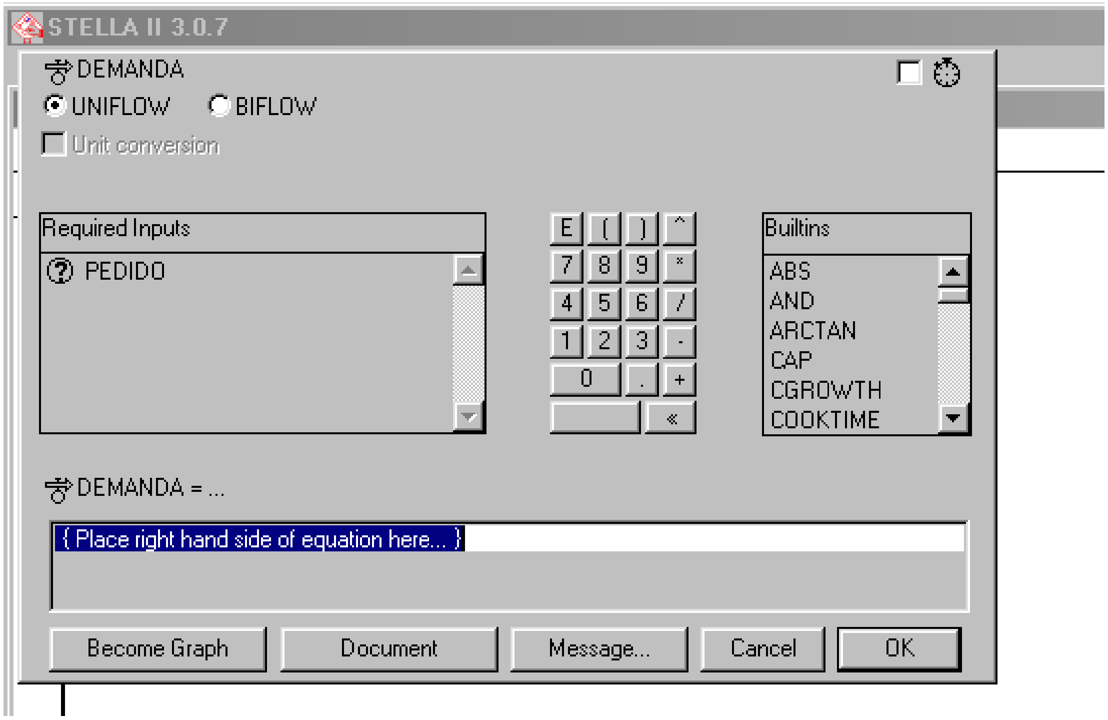


Figura 18

En este caso la variable de flujo DEMANDA solo dependerá de la variable PEDIDO, siendo esta una variable aleatoria con distribución conocida y que definiremos en su momento. De modo que simplemente hacemos un click en PEDIDO para hacer DEMANDA = PEDIDO, como lo indica la figura 19.

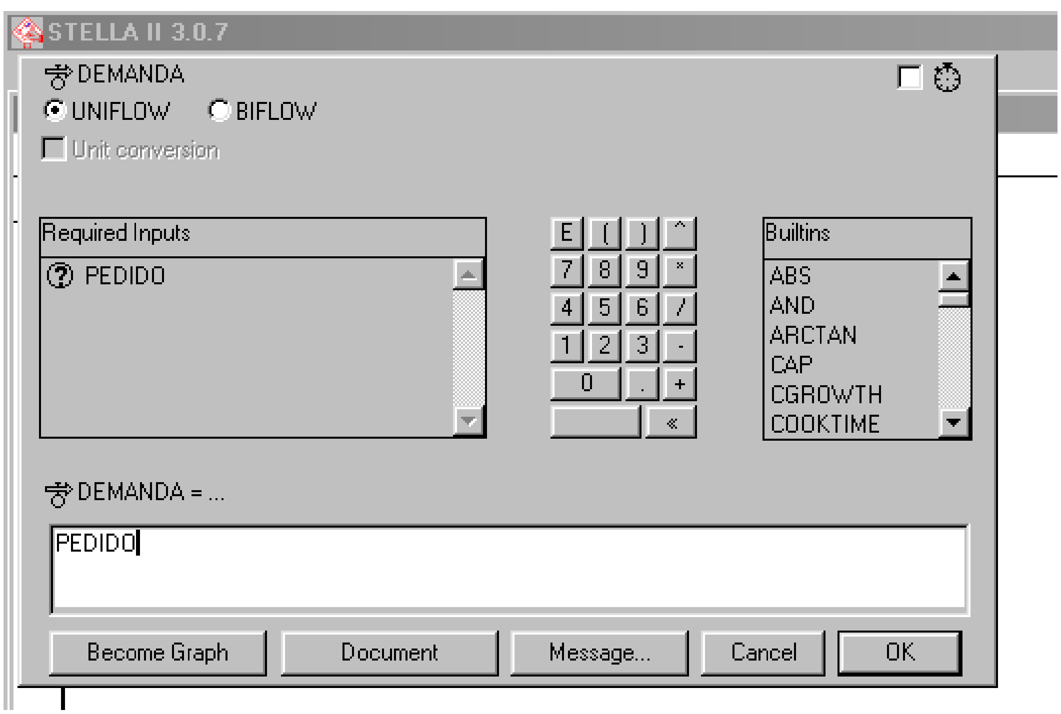


Figura 19

Nuevamente hacemos click sobre OK, para volver a nuestro diagrama donde se puede comprobar que habrá desaparecido el signo de interrogación sobre DEMANDA.

Ahora vamos a definir la variable aleatoria PEDIDO, que recordemos se distribuye según una Poisson de parámetro LAMBDA. Haciendo un doble click sobre PEDIDO, de la lista de funciones de la caja “Builtins” seleccionamos aquella que dice “Poisson”, y puesto que ella requiere del parámetro LAMBDA conforme se observa en la caja “Required Inputs” hacemos un click sobre LAMBDA, y nos queda lo indicado en la figura 20.

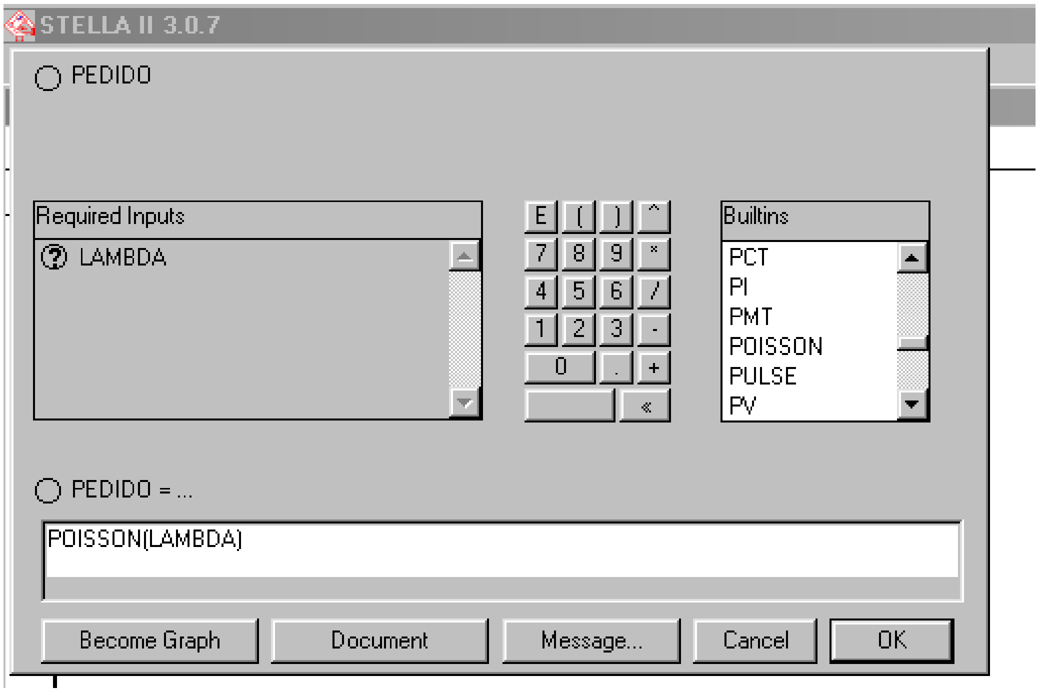


Figura 20

Supongamos ahora que en nuestro sistema de almacenaje o stock, el valor de INF tiene el valor de 1, SUP el valor de 3, y LAMBDA el valor de 1. Y además vamos a suponer que esta empresa de alquiler de automóviles empieza con el stock a nivel máximo, es decir con el valor de 3. La manera de entregar estos valores es simplemente hacer doble click en cada una de estas variables y entregar los correspondientes valores. Sin embargo dada su importancia vamos a efectuar el “llenado” de la variable STOCK. Observemos la figura 21.

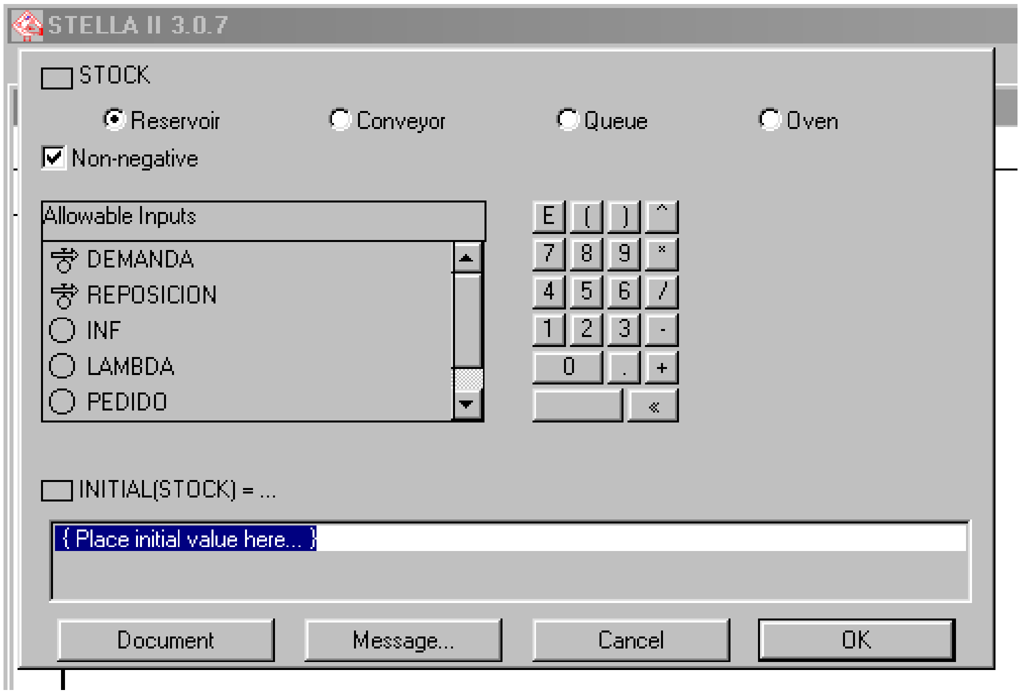


Figura 21

Observemos en la línea superior de esta caja de diálogo que por defecto está activado el botón “Reservoir” (Receptáculo), más adelante explicaremos las opciones “Conveyor, Queue y Oven”. Que sea esta variable de estado de la clases Reservoir significa literalmente que ella es un receptáculo que recibe flujo y que de ella puede emanar flujo, o de otra forma que su cambio de nivel (dinámica) o cambio de los valores de estados se debe solamente a los flujos, tanto de entrada o salida, que sobre ella operan, y que ninguna otra variable tendrá incidencia directa en su dinámica, esto significa que tampoco necesita conector alguno que provenga de otra variable que pueda modificar su comportamiento dinámico, es más, observe atentamente que no aparece la caja de diálogo “Required Inputs”, y en vez de ella aparece la caja “Allowable Inputs” y que en rigor son todas las variables que componen el modelo pero que no tienen ninguna relación analítica. Solamente hay que escribir el valor de INITIAL (STOCK), es decir solo debemos entregar su valor inicial, que en nuestro caso es 3. Escribimos este valor donde dice “Place initial value here” y hacemos click en OK.

Bien, ¿qué hemos hecho? La verdad es que hemos realizado un programa computacional. En efecto, observe el icono  de la figura 12, y hagamos un click en la flecha inferior, obtendremos el siguiente código computacional (figura 22)

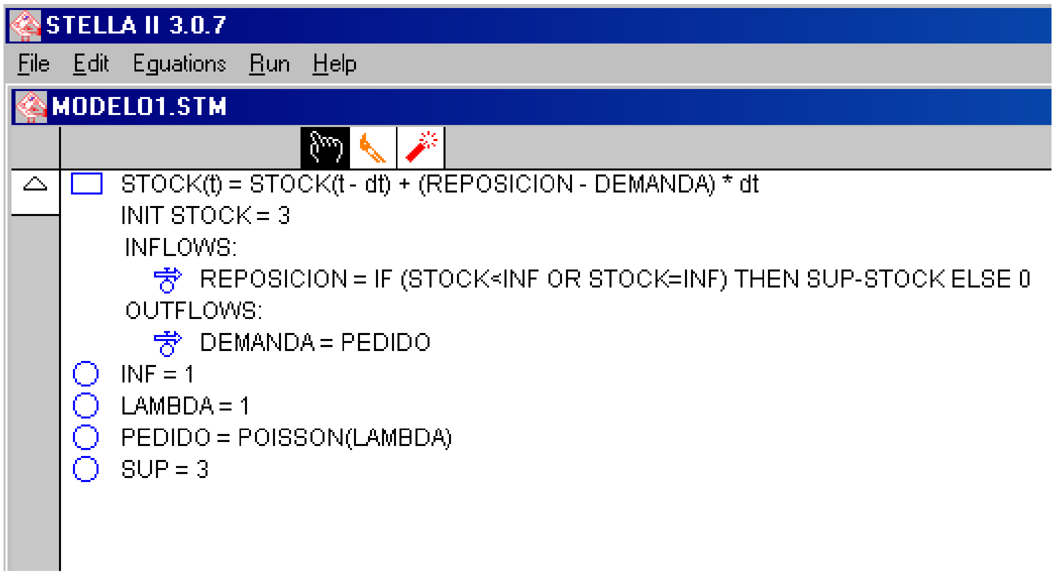


Figura 22

A este nivel, hemos realizado un programa computacional que nos permitirá hacer una simulación sobre el comportamiento del nivel de STOCK de una pequeña tienda de alquiler de automóviles. Observemos cuidadosamente estas ecuaciones para convencernos que efectivamente corresponden a un sistema de ecuaciones dinámicas que mostrarán la evolución a través del tiempo del sistema dinámico que estamos modelando.

Vamos a enseñar como realizar simulación para el modelo que hemos realizado. Para esto, en el menú RUN elegimos la opción “Time Specs...”, como se ve en la figura 23,

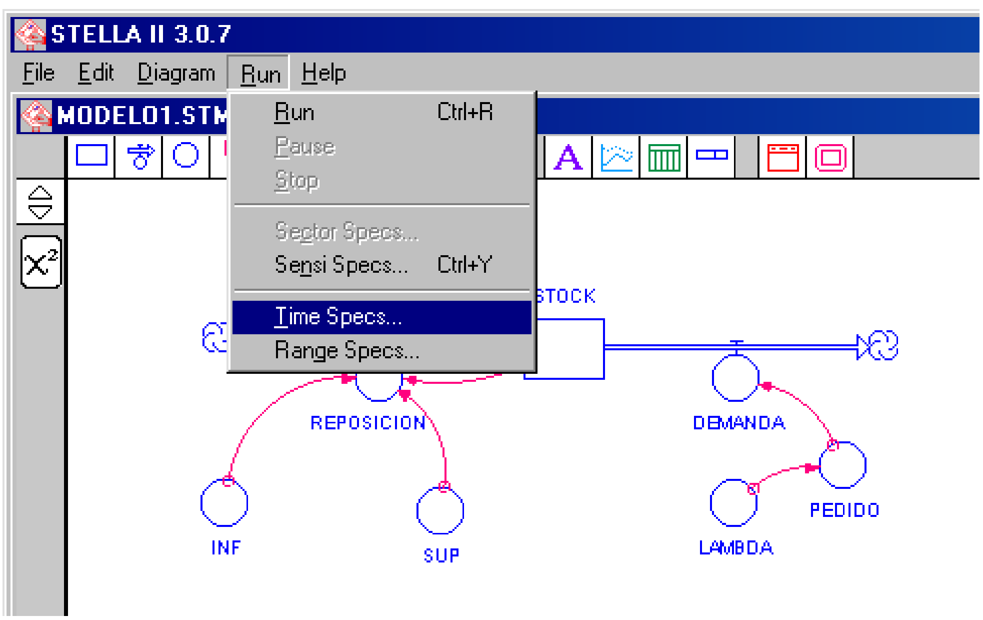


Figura 23

En esta opción vamos a determinar que el tiempo es discreto, toda vez que la evolución de este sistema es en tiempo discreto, en rigor la unidad de tiempo de “semana”, de modo que al hacer un click en la caja de diálogo que aparece lo completamos de la forma que lo indica la figura 24.

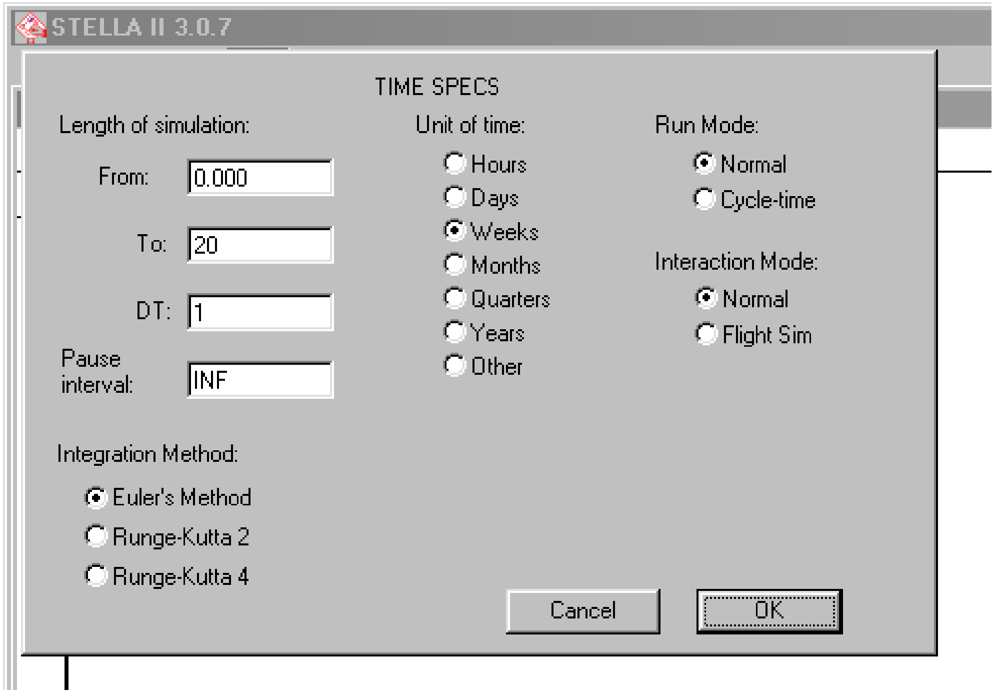


Figura 24

Como se puede observar, hemos determinado una longitud de 20 semanas, de manera arbitraria, con un DT igual a 1, y hemos elegido la unidad de tiempo “Weeks” (Semanas). Una vez realizado esto hacemos un click en OK. Con esto volvemos a nuestro diagrama original. Ahora bien, vamos a ver la evolución de la variable STOCK mediante una gráfica, para esto hacemos un clic en el icono  arrastrándolo a un sitio conveniente, al fijarla aparecerá la siguiente caja de diálogo que indica la figura 25,

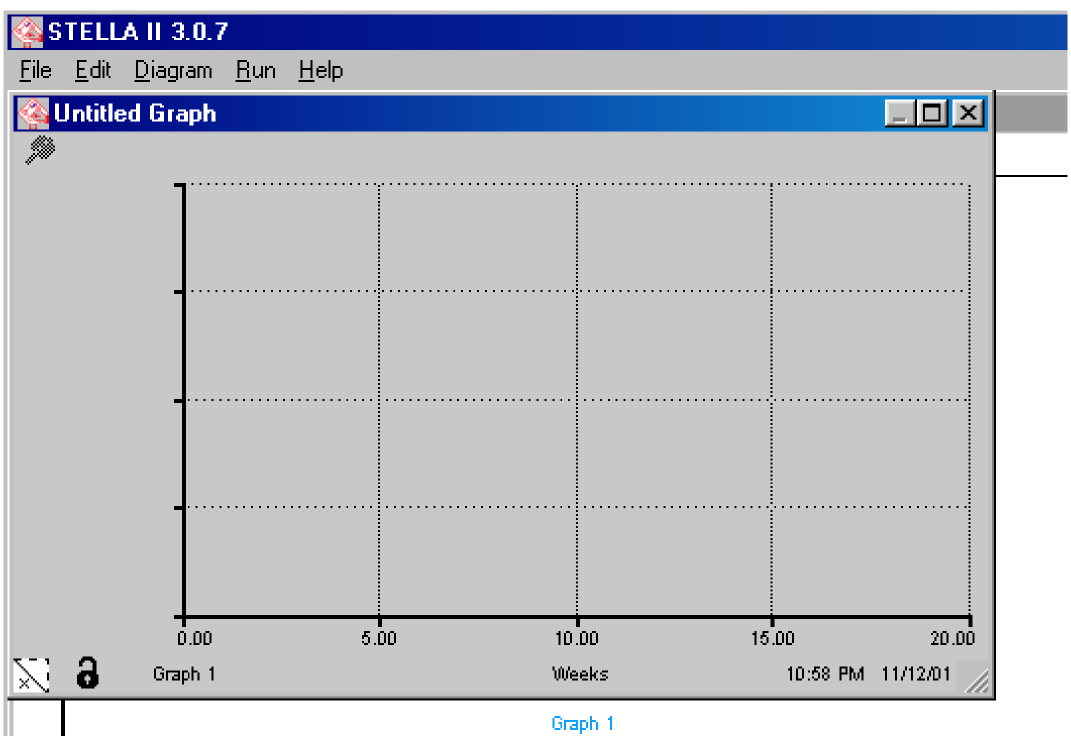
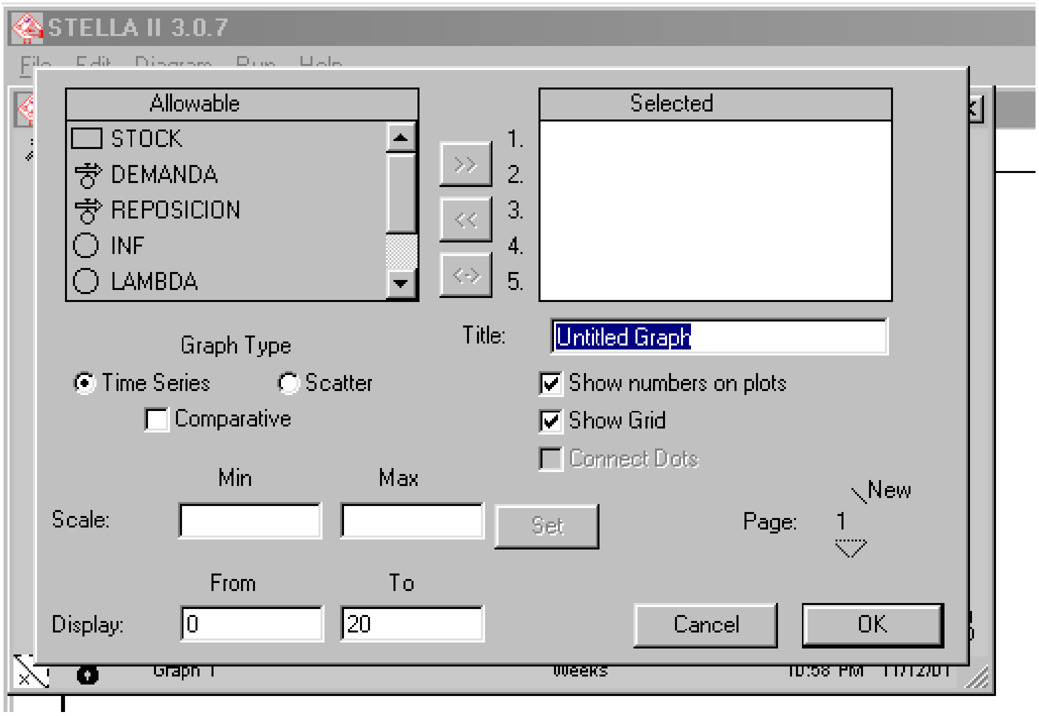


Figura 25

Como podemos ver, solo en el eje vertical aparece la dimensión tiempo que hemos indicado anteriormente al definir la "longitud de la simulación". Para poder definir la variable STOCK que queremos graficar hacemos doble click en cualquier parte gris de este plano cartesiano. Deberá aparecer la siguiente caja de diálogo



Como podemos observar, hay dos cajas principales, una que dice "Allowable" (Accesibles), y otra titulada "Selected" (Seleccionada). Como nuestro interés es graficar la evolución de la variable STOCK, es que seleccionamos esta variable haciendo doble click a STOCK en la caja "Allowable", con esto logramos entonces que STOCK pase a la columna "Selected". De momento solo elijamos esa opción y el resto de los botones, que están por defecto lo dejamos tal cual se ve en la figura 4. Una vez realizado esto hacemos un click en OK, y nos aparecerá la siguiente figura 26,

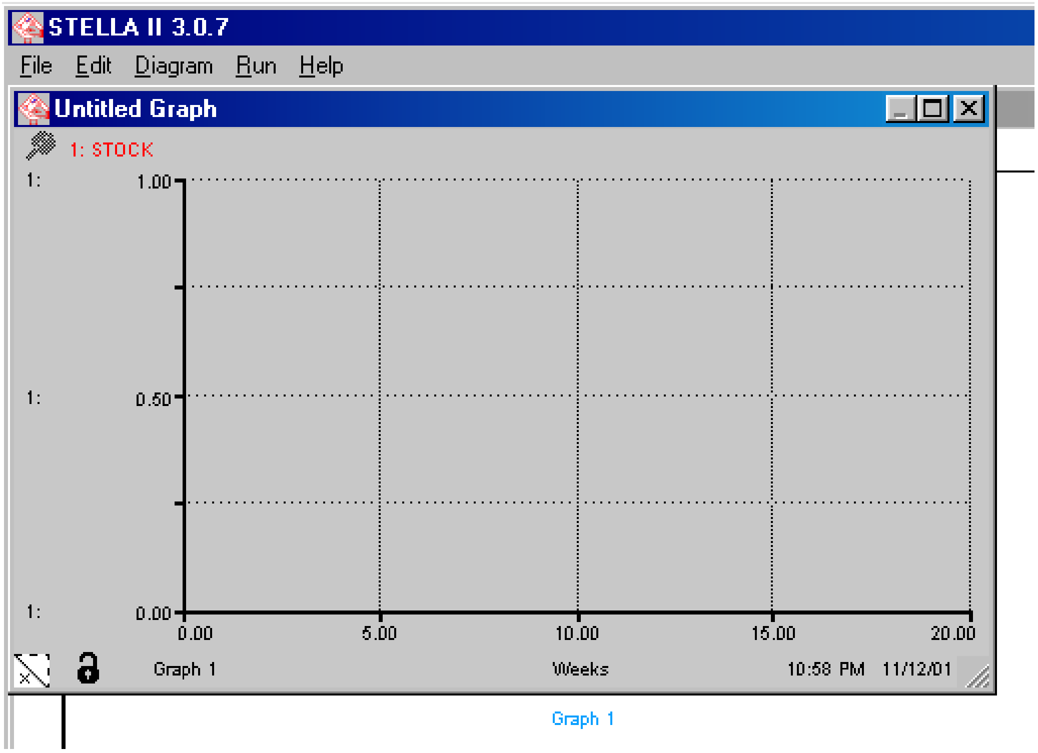


Figura 26

Y aquí podemos observar que el eje Y está tabulado con la variable STOCK. Nuevamente nos vamos al menú RUN y elegimos la opción RUN, debería aparecer una gráfica como la que indica la figura 27.

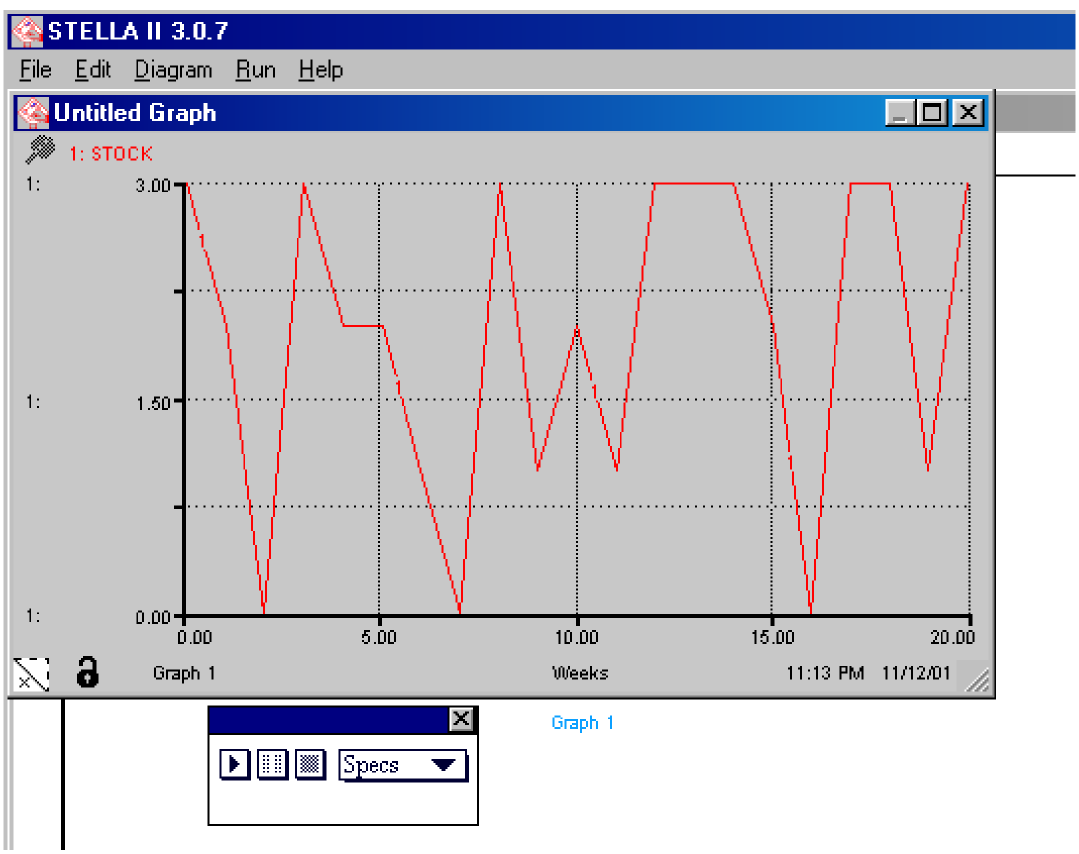


Figura 27

Esta gráfica nos entrega, entonces, una evolución dinámica de la variable STOCK. Observe que ha aparecido una imagen similar a las que tienen los controladores de “casette”. En efecto, ese es su papel. En los iconos , al presionar uno de ellos significan, “realizar una simulación”, “pausa” y “detención”, respectivamente. La opción Specs al hacer click aparecerán tres opciones como lo indica la figura 28.

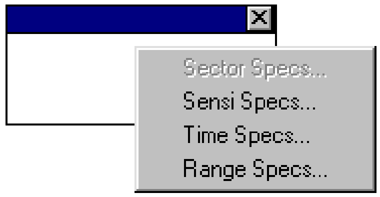
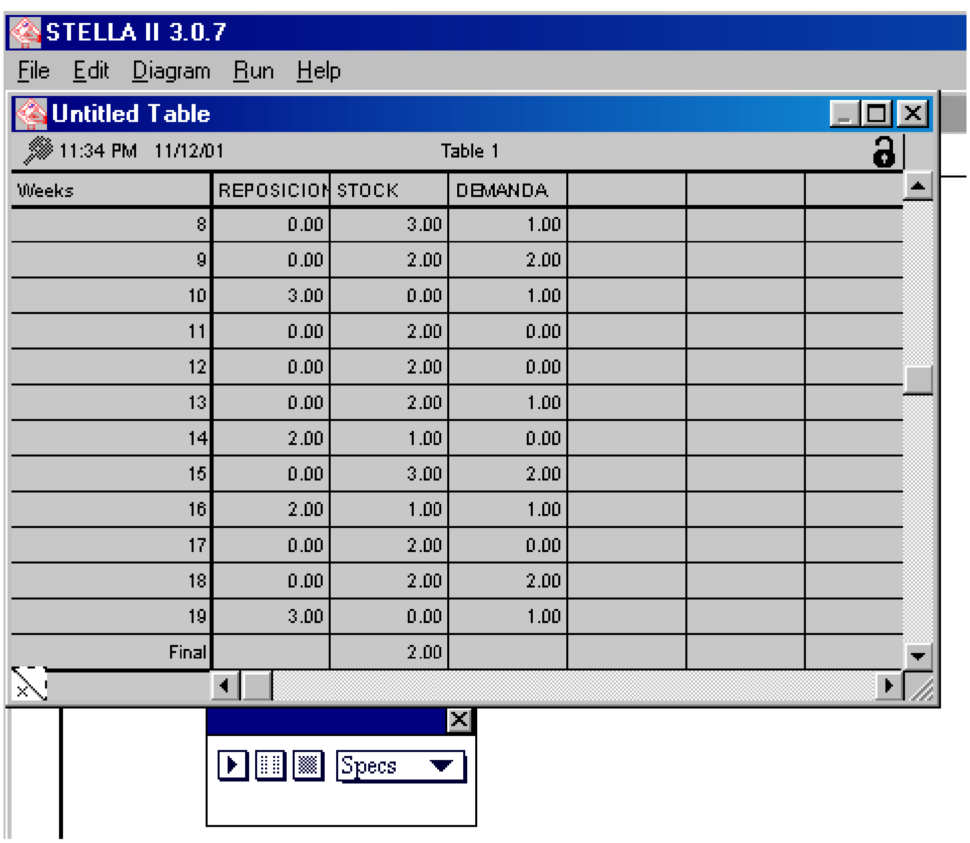


Figura 28

La opción “Time Specs” nos llevará nuevamente a la caja de diálogo indicada en la figura 24 para una posterior cambio en los parámetros del tiempo (por ejemplo, aumentar la longitud de simulación). La opción “Sensi Specs” la veremos en una próxima sección. La opción “Range Specs” (Especificación del rango) sirve para indicar los límites del rango de, en nuestro caso, la variable STOCK.
Finalmente si queremos ver una tabulación de los valores de una, o alguna, o todas las variables involucradas en nuestro modelo podemos utilizar el icono , cuyo uso es análogo al de . Trate usted de llegar al siguiente resultado en tabla como lo indica la figura 29.

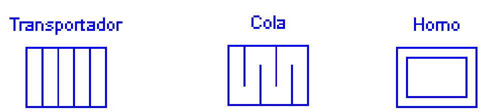


Weeks	REPOSICION	STOCK	DEMANDA
8	0.00	3.00	1.00
9	0.00	2.00	2.00
10	3.00	0.00	1.00
11	0.00	2.00	0.00
12	0.00	2.00	0.00
13	0.00	2.00	1.00
14	2.00	1.00	0.00
15	0.00	3.00	2.00
16	2.00	1.00	1.00
17	0.00	2.00	0.00
18	0.00	2.00	2.00
19	3.00	0.00	1.00
Final		2.00	

Figura 29

Transportadores, colas y hornos (I)

Hasta ahora hemos entregado el papel de variable de estado a un “recipiente” o “reservero”, donde a ella convergen y salen flujos de entrada y salida respectivamente. Pero en muchos procesos se tiene que el material que entra a la variable de estado sale de ella después de un determinado periodo de tiempo, que dependerá de un “programa” que subyace en el proceso del sistema respectivo. El programa de flujos de entrada y salida hacia y desde un reservero o stock puede ser modelado mediante la técnica del lenguaje de Forrester, mediante una transformación de este stock, y pueden ser de tres tipos: transportador (conveyors), cola (queue) y horno (oven). Los símbolos para estos tres tipos en el software STELLA son los siguientes



Vamos a explicar cual es la función de estas nuevas “variables de estado”.
Un transportador es capaz de tomar un o varios valores de una variable de estado y mantener estos valores durante una longitud de tiempo fija, y luego libera estos valores que describen a la variable de estado. Cada DT está asignado, figurativamente, a una tablilla que compone el dibujo del transportador. En definitiva un transportador puede ser entendido como una correa transportadora sobre la cual un objeto se mueve hasta que es liberado de esta correa. Es claro que quien primero entra al transportador es también el primero que lo abandona.
Algo similar ocurre para las colas. Estas son líneas de objetos que están esperando para entrar a un determinado proceso. Los objetos que están primero en la línea, esto es los que llegaron primero, son los primeros en abandonar la cola, y los primeros que entrarán al proceso que están esperando.. Como ejemplo gráfico considere la línea de espera que forma la gente para ser atendida en la ventanilla de un banco.
Un horno es un procesador de lotes discretos de objetos, muy parecido a un horno de una panadería, de tal forma que recibe a este lote y los retiene (los hornea) durante un determinado período de tiempo, una vez cumplido este tiempo, los descarga instantáneamente (cuando se abre la puerta del horno, sale este lote de la horneada).
Debe notar usted la clara diferencia que existe entre estas tres entidades.

Para la definición de estas nuevas variables de estado, estamos pensando que opera sobre objetos discretos (personas esperando una cola, panes que están siendo horneados, autos que se desplazan en una línea de ensamble para ser pintados, etcétera), sin embargo para muchos de nuestros modelos vamos a suponer divisibilidad para esas cantidades. Puesto que la divisibilidad infinita se supone frecuentemente en modelos económicos. Por ejemplo, un aumento en las utilidades puede ser equivalente a un cuarto de un automóvil..
Para fijar los conceptos que hemos definido vamos a realizar un sencillo modelo que describirá la operación de una sencilla tienda (minimercado).
Supongamos que la gente entra a un tienda, reciben un determinado servicio, luego de haberlo recibido se mueven hacia la caja de pago donde tienen que esperar, y una vez que pagan abandonan la tienda.
Increíble, pero en las tres líneas anteriores hemos descrito dos "colas", dos "hornos" y un "transportador". ¿Se da cuenta de esto?, ¿no? Pues lea nuevamente las tres líneas y recuerde cuando fue a comprar a la tienda la última vez.
El flujo de la gente que entra a la tienda puede describirse como una variable de flujo que llamaremos ENTRADA, y que su valor lo especificaremos más adelante.. Una vez que la gente llega a la tienda, ella debe esperar en una línea de espera para ser atendido por el "casero" (en España, en las pequeñas tiendas uno debe gritar al entrar "¿quién lleva la vez?", puesto que la gente no se ubica en fila literalmente), llamaremos a este estado SERVICIO ESPERA, luego que le llega el turno (la "vez") se entra al estado de ser atendido, que llamaremos CENTRO SERVICIO. Hasta ahora reconozcamos lo siguiente: SERVICIO ESPERA es una "cola", y CENTRO SERVICIO es un "horno", de manera que dibujamos dos variables de estado y las conectamos con un flujo que llamaremos OBTENER SERVICIO. Como lo indica el siguiente diagrama de la figura 1.

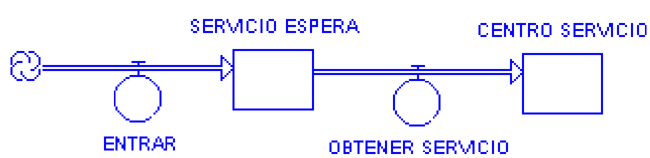
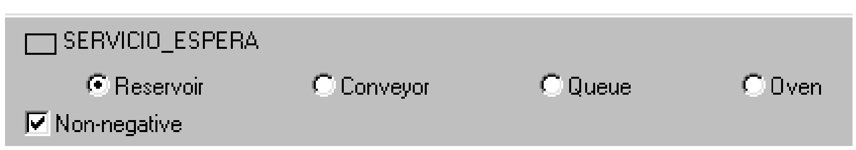


Figura 1

Luego estas dos variables de estados las "transformamos" en "cola" y "horno", respectivamente, de la siguiente manera: hacemos un doble clic en la primera variable de estado, aparecerá una caja de diálogo con las siguientes opciones:



elegimos la opción "Queue", hacemos lo mismo para la segunda variable de estado, pero esta vez elegimos la opción "Oven", de modo que el diagrama quedará como lo indica la figura 2.

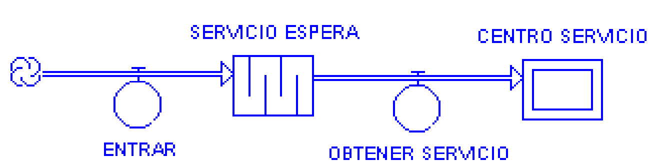


Figura 2

Ahora bien, toda vez que una persona ha sido atendida, en el CENTRO SERVICIO, ella se dirigirá (sin prisa y sin intentar adelantar a nadie que fue atendida antes que ella) hacía la caja de pago. El traslado de la persona es claro que no es instantáneo desde el lugar en que fue atendido a donde se encuentra la caja de pago. Este “traslado” en rigor es una “transportador”, y le llamaremos TRASLADO, de manera que conectamos un flujo desde el horno CENTRO SERVICIO al TRASLADO, que llamaremos ABANDONO CS (abandono del centro de servicio). La definición de “Transportador” (Conveyor) se realiza de manera análoga a las dos variables anteriores, de modo que el diagrama deberá ser similar al de la figura 3.

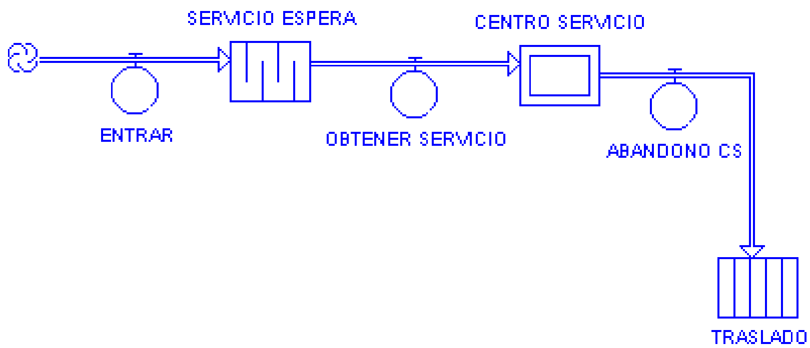


Figura 3

Ahora la gente que se traslada hacía la caja deberá “hacer una cola” antes de pagar el servicio, de manera que definiremos una línea de espera que llamaremos “FILA PAGO”, y para la cajera debemos definir un “horno” que llamaremos CAJA PAGO, y desde aquí el cliente abandona la tienda mediante el flujo de salida DEJAR. Los flujos HACIA FP y A PAGAR son de fácil interpretación como lo indica el diagrama de la figura 4.

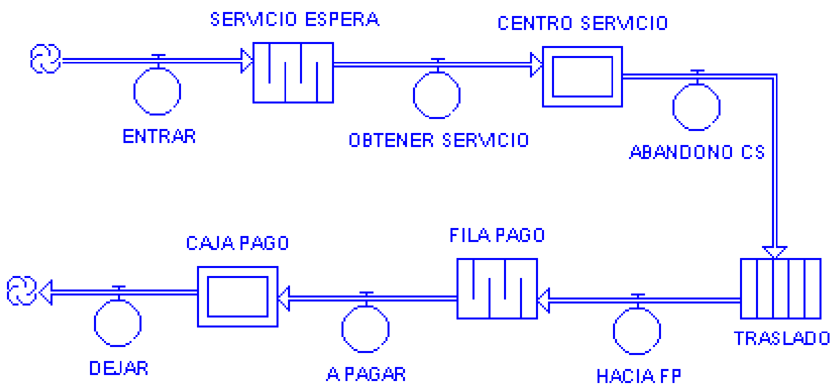


Figura 4

Ahora que hemos construido nuestro modelo, debemos especificar los flujos y “stocks” que hemos definido. Y es lo que tratará la próxima sección.

Transportadores, colas y hornos (II)

Sobre el modelo de la sección anterior vamos a definir el valor de las variables de flujo y estados. La situación la indica el diagrama de la figura1,

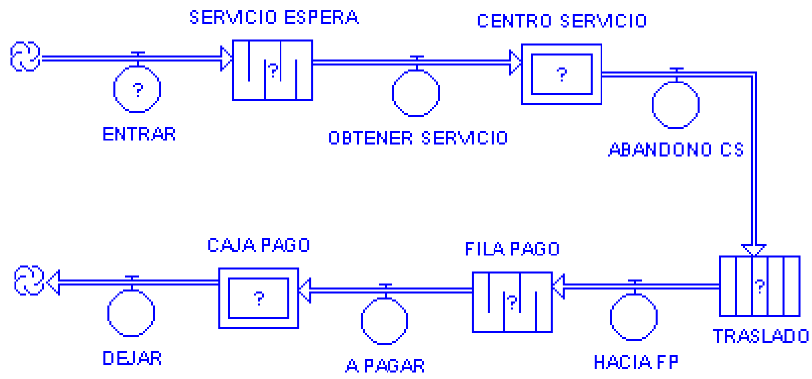


Figura 1

Bien, vamos a suponer que en el servicio de espera de la tienda hay 3 personal esperando servicio, y una persona y solo una persona está en el centro de servicio (vamos a suponer que hay un solo dependiente para la atención de la clientela que espera), esto es el valor inicial para CENTRO SERVICIO es 1. De manera que haciendo un doble clic en la variable SERVICIO ESPERA, le entregamos el valor inicial de 3 y oprimimos OK. Observemos que el flujo OBTENER SERVICIO no tiene signo de interrogación, lo que quiere decir es que toda vez que la (puerta del horno se abra) variable CENTRO DE SERVICIO se desocupe, esto es la persona que esté allí haya obtenido el servicio, entonces quien esté primero a la cola del SERVICIO ESPERA entra al CENTRO SERVICIO. Ahora bien, al hacer doble clic en la variable CENTRO SERVICIO, aparecerá la siguiente caja de diálogo:

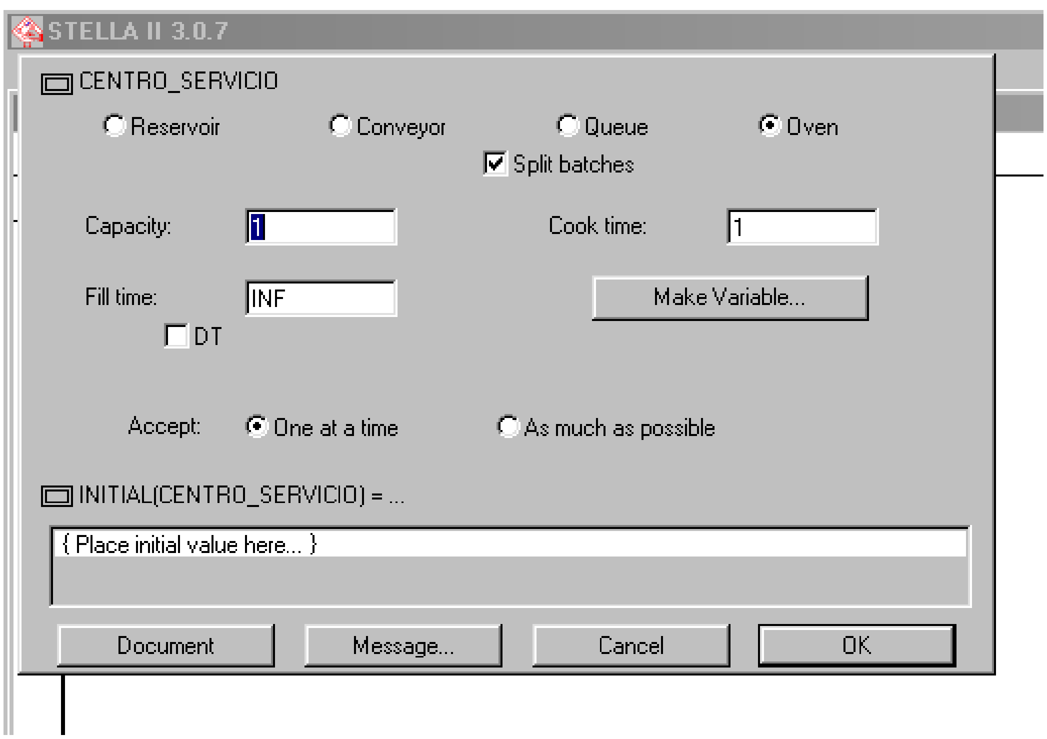


Figura 2

En ella, por defecto, aparece el valor de capacidad (Capacity) con el valor de 1, que es el caso nuestro, y que puede ser cualquier valor para otro caso. A continuación aparece el botón “Cook time" ("tiempo de cocimiento") que nos indica el tiempo en que se deberá "cocinar" el objeto. Vamos a suponer que el tiempo (promedio) de atención en esta tienda es de 5 minutos, de modo que ese campo lo llenamos con el número 5. Hacemos notar que esa caja también la podemos llenar con un tiempo aleatorio, y es por esa razón que bajo ella está el botón "Make Variable...", en cualquier caso esa opción la enseñaremos más adelante. El valor de "Fill time" nos indica cuanto tiempo la puerta del horno permanecerá abierta en un ciclo de cocción dado, hasta que la capacidad del horno se replete. La opción "One at a time" ("uno a la vez") indica que el horno tomará el "próximo" objeto que está en la línea de espera, para cada DT, sujeto a la restricción de la Capacidad. Esta opción mostrada en la figura 2 es la correspondiente a un horno cuyo flujo de entrada proviene de un "cola". Cuando el flujo de entrada a un horno proviene de una "nube" o de un "reservero" la caja de diálogo será levemente diferente, y la enseñaremos más adelante. En definitiva hacemos Cook time igual a 5, y el valor inicial del CENTRO SERVICIO igual a 1 (que es su máxima capacidad). Observemos la figura 3,

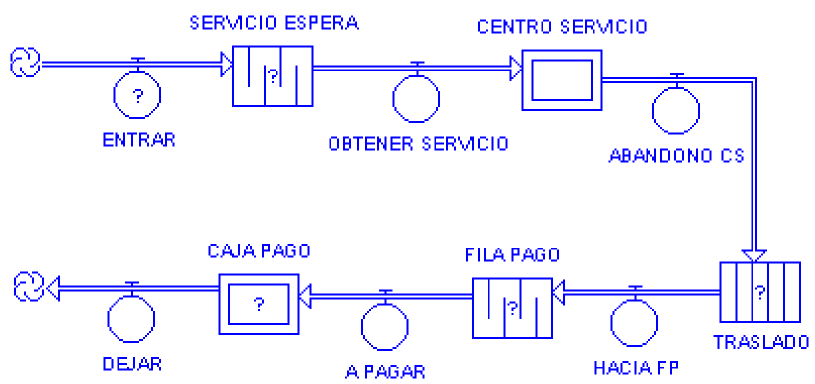


Figura 3

Al efectuar un doble clic en el transportador TRASLADO, aparecerá la siguiente caja de diálogo,

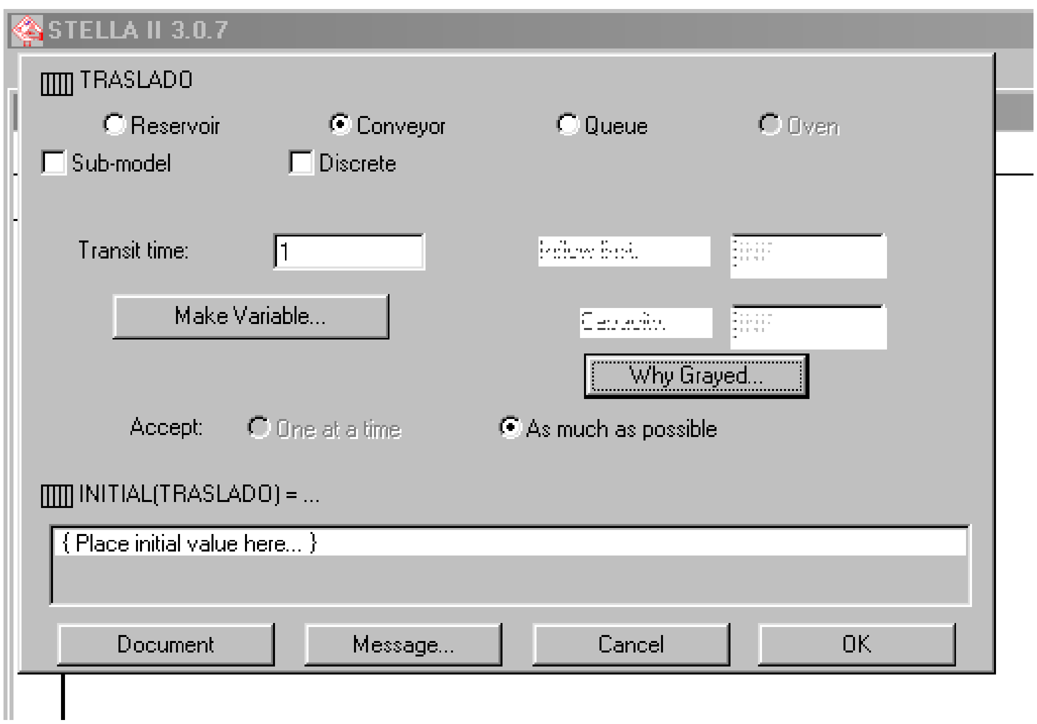


Figura 4

Debemos hacer notar que la esta caja de diálogo ocurre cuando el flujo de entrada proviene de un horno o de un transportador. Las opciones principales a considerar son "Transit time" ("tiempo de tránsito"), que indica el tiempo en que tardará un objeto en permanecer en la correa transportadora, y el valor inicial (INITIAL). En nuestro ejemplo consideraremos el valor de 1 (minuto) el valor del tiempo de tránsito, y con valor inicial igual a 0.
DE manera análoga, a la variable FILA PAGO le damos los valores de 8 (8 personas esperando pagar el servicio), y a la variable de horno CAJA PAGO, le daremos un tiempo de cocción de 2, que significa que en promedio la cajera tarda en su operación de cobrar 2 minutos, y vamos a suponer que el valor inicial es de 1, es decir que hay una persona en la caja, pagando. Como lo indica la figura 5, solo nos falta definir la variable de flujo ENTRAR.

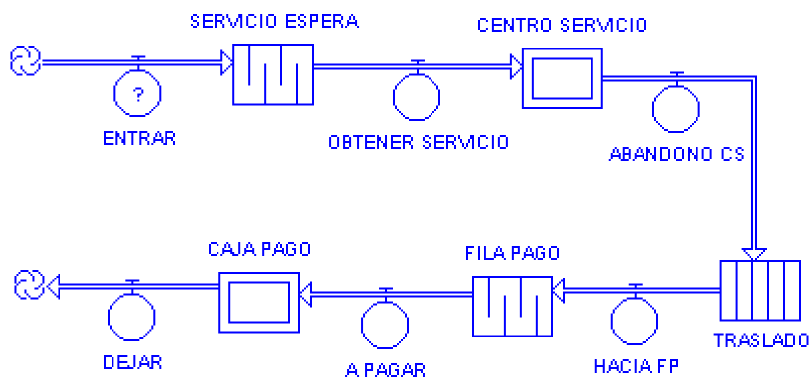


Figura 5

La variable ENTRAR la vamos a definir mediante la función PULSE del menú BUILT-IN, esto es

$$ENTRAR = PULSE\ (1, 3, 4)$$

Donde el primer argumento indica el volumen del impulso, esto significa que siempre llega una persona. El segundo argumento indica el tiempo de ocurrencia del impulso, en este caso es a los 3 minutos. Y el tercer argumento indica la longitud del intervalo de ocurrencia del volumen del impulso, esto significa que cada 4 minutos llegará una persona a la tienda. Definiendo el flujo ENTRAR de esta manera tenemos completo el modelo. Las ecuaciones del modelo se indican a continuación:

```
CAJA_PAGO(t) = CAJA_PAGO(t - dt) + (A_PAGAR - DEJAR) * dt
INIT CAJA_PAGO = 1
    COOK TIME = 2
    CAPACITY = 1
    FILL TIME = INF

A_PAGAR = QUEUE TO OVEN FLOW
DEJAR = CONTENTS OF OVEN AFTER COOK TIME, ZERO OTHERWISE
CENTRO_SERVICIO(t) = CENTRO_SERVICIO(t - dt) + (OBTENER_SERVICIO -
ABANDONO_CS) * dt
INIT CENTRO_SERVICIO = 1
```

```
     COOK TIME = 5
     CAPACITY = 1
     FILL TIME = INF

OBTENER_SERVICIO = QUEUE TO OVEN FLOW
ABANDONO_CS = CONTENTS OF OVEN AFTER COOK TIME, ZERO OTHERWISE
FILA_PAGO(t) = FILA_PAGO(t - dt) + (HACIA_FP - A_PAGAR) * dt
INIT FILA_PAGO = 10

HACIA_FP = CONVEYOR OUTFLOW
A_PAGAR = QUEUE TO OVEN FLOW
SERVICIO_ESPERA(t) = SERVICIO_ESPERA(t - dt) + (ENTRAR -
OBTENER_SERVICIO) * dt
INIT SERVICIO_ESPERA = 2

ENTRAR = PULSE(1,3,4)
OBTENER_SERVICIO = QUEUE TO OVEN FLOW
TRASLADO(t) = TRASLADO(t - dt) + (ABANDONO_CS - HACIA_FP) * dt
INIT TRASLADO = 0
     TRANSIT TIME = 1
     INFLOW LIMIT = INF
     CAPACITY = INF

ABANDONO_CS = CONTENTS OF OVEN AFTER COOK TIME, ZERO OTHERWISE
HACIA_FP = CONVEYOR OUTFLOW
```

Para hacer una simulación elegimos DT = 1, y la longitud de la simulación lo hacemos 90 minutos, de modo que podemos ver la evolución de las dos líneas de espera, SERVICIO ESPERA y FILA PAGO, como lo indica la figura 6.

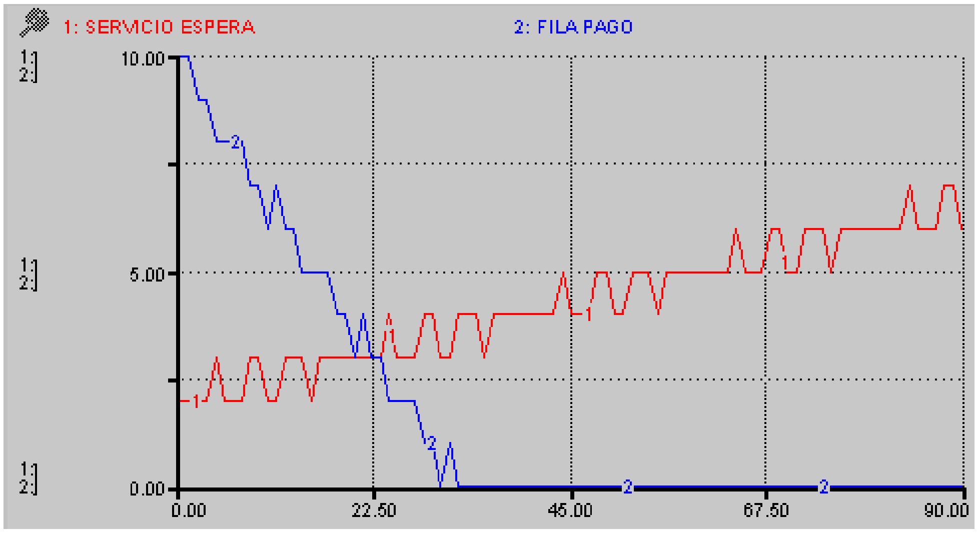


Figura 6

Dejando a un lado la tremenda potencia de programación de este modelo, podemos pensar que las llegadas de los clientes tanto como los tiempos de atención y de caja son demasiados rígidos, luego necesitamos hacer más real este modelo considerando las llegadas a la tienda como llegadas aleatorias según una determinada distribución, por ejemplo de Poisson, así como también considerar los tiempos de servicio y de atención en caja como tiempos aleatorios, por ejemplo una distribución exponencial negativa. ¿Puede usted hacer estas modificaciones a este modelo?

---

[1] **Tercer Simposium Internacional de Administración y Sistemas Organizacionales. Instituto Tecnológico Superior de Monterrey Campus Querétaro, México. Marzo 25-27, 1999**