Guía sobre integrales impropias

Eliseo Martínez Herrera

14 de abril del 2014

Abstract

Se estudian las integrales impropias sobre la base del cálculo de integrales definidas y el límite de funciones, y se analiza su convergencia, o no, mediante criterios de comparación. En algunos casos se piden cotas para integrales impropias donde el cálculo de la integral es extremadamente complejo.

1 Ejercicios

Exercise 1.1 *Discutir la convergencia de las siguientes integrales impropias y cuando sea posible calcular sus valores.*

$$i)\ \int_0^2 \frac{1}{(2-x)^{1/2}}dx \qquad ii)\ \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2} \qquad iii)\ \int_1^\infty \frac{dx}{x^{2/3}}$$

$$iv)\ \int_0^\infty e^{-2x}dx \qquad v)\ \int_{-\infty}^0 xe^{-x}dx \qquad vi)\ \int_1^\infty \frac{dx}{x^2-1}$$

$$vii)\ \int_0^\infty \frac{dx}{(x+1)(x+2)} \qquad viii)\ \int_{-1}^2 \frac{dx}{x^3} \qquad ix)\ \int_1^\infty \frac{dx}{x(x-1)}$$

$$x)\ \int_1^\infty \frac{dx}{[(2-x)(x-1)]^{1/2}}$$

Exercise 1.2 *¿Cuál de las siguientes integrales convergen?*

$$i)\ \int_0^\infty \frac{1-\cos(x)}{x^2}dx \qquad ii)\ \int_0^\infty \frac{sen(z)}{z}dz \qquad iii)\ \int_0^1 x\,(\ln(x)\,)^2\,dx$$

$$iv)\ \int_0^\infty sen(t^4)\,dt \qquad v)\ \int_0^2 \frac{e^{-x}}{x}dx \qquad vi)\ \int_0^1 \frac{\ln x}{x}dx$$

Exercise 1.3 *Evaluar o encontrar cotas para la convergencia de las siguientes integrales impropias*

$$\int\limits_{3}^{\infty} \frac{dx}{x(x-1)^{1/2}} \qquad \int\limits_{0}^{1} x\ \csc(x)\, dx \qquad \int\limits_{1}^{\infty} \frac{dx}{x(1+\ln x)^2} \qquad \int\limits_{0}^{1} \ln x\, dx$$

$$\int\limits_{-1}^{1} \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{1/2} dx \qquad \int\limits_{0}^{\infty} \frac{dx}{(2x+x^6)^{1/3}} \qquad \int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{\cot x}{\ln sen(x)} dx \qquad \int\limits_{0}^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$$