Primera Prueba de Álgebra 3

Fecha: 03 de mayo del 2016
Profesores: Mercedes Fernández y Eliseo Martínez

Nombre:

1. Determine los valores de k para los cuales el sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & k & -1 \\ 1 & 2 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

   i) No tiene solución; ii) Tiene una única solución; iii) Tiene infinitas soluciones.

2. Si X es una matriz simétrica de 2×2, resuelva la siguiente ecuación matricial

$$(A \cdot X)^{-1} + (X \cdot A^{-1})^t \cdot X^{-1} \cdot A^t = B^t \cdot B$$

   donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

3. Decida para cada una de las siguientes proposiciones si son verdaderas o falsas, justificando su respuesta:

   a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ es solución de la ecuación matricial

$$X^2 - 2 \cdot X + 9 \cdot I_{3\times 3} = 0_{3\times 3}$$

   b) Si $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, entonces $M \cdot N = N \cdot M$

   c) La matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ -1 & 0 & -1 \\ -4 & -4 & -3 \end{pmatrix}$ tiene inversa (es no-singular)

   d) $det \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & -4 & 4 & 4 \\ 5 & 4 & 0 & 5 \end{pmatrix} = 160$

   e) $det \begin{pmatrix} x & 1 & 2 \\ x & x+1 & x+2 \\ 0 & x^2 & x \end{pmatrix} = x^3(x-1)$

   f) Si A es una matriz antisimétrica, entonces A^2 es simétrica.