Universidad de Antofagasta
Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias Básicas

RESUMEN DE LOS CRITERIOS DE CONVERGENCIA

ÁLGEBRA II. CM - 214

Ingeniería Plan Común

	Serie	Converge si	Diverge si	Comentarios
Criterio de la divergencia	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$		$\lim_{x\to\infty} a_n \neq 0 \;\vee\; \nexists \lim_{x\to\infty} a_n$	
Serie Geométrica	$\sum_{n=0}^{\infty} ar^n$	$\|r\| < 1$	$\|r\| \geq 1$	Suma: $S = \frac{a}{1-r}$
Serie telescópica	$\sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1})$ o $\sum_{n=1}^{\infty} (b_{n-1} - b_n)$	$\lim_{n\to\infty} b_n = L$		$S = b_1 - \lim_{n\to\infty} b_n$ ó $S = \lim_{n\to\infty} b_n - b_1$
Serie p	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$	$p > 1$	$0 < p \leq 1$	
Criterio por comparación simple.	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ se compara con $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$	$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge y $b_n \geq a_n > 0$	$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge y $0 < b_n \leq a_n$	$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ es geométrica o serie p
Criterio comparación por límite.	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ se compara con $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ Si $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = L$	Si $L > 0$ ambas son convergentes. Si $L = 0$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge.	Si $L > 0$ ambas son divergentes. Si $L = \infty$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge.	
Criterio de la razón.	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, si $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L$	$L < 1$	$L > 1$ ó $L = \infty$	Si $L = 1$ el criterio no decide.
Criterio de la raíz.	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, si $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = L$	$L < 1$	$L > 1$ ó $L = \infty$	Si $L = 1$ el criterio no decide.
Criterio de la integral.	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, si $a_n = f(n) \geq 0$. continua y decreciente	$\int_1^{\infty} f(x)dx$ convergente.	$\int_1^{\infty} f(x)dx$ divergente.	
Series alternadas	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ ó $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$	1. $a_n > 0$; $\forall n \in$ □ 2. $0 < a_{n+1} < a_n$ 3. $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$	$\lim_{x\to\infty} a_n \neq 0 \;\vee\; \nexists \lim_{x\to\infty} a_n$	
Convergencia absoluta y condicional:	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	1. Absolutamente ssi $\sum_{n=1}^{\infty} \|a_n\|$ converge. 2. Condicionalmente ssi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge y $\sum_{n=1}^{\infty} \|a_n\|$ diverge.		
Criterio de Raabe.	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, si $\lim_{n\to\infty} n\left(1 - \left\|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right\|\right) = L$	Absolutamente si $L > 1$	Diverge o converge condicionalmente	Si $L = 1$ el criterio no decide.

Criterio de Convergencia para serie de potencia:

Teorema: Sea $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n$ una serie de potencias para la cual R es un radio de convergencia y $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{c_{n+1}}{c_n}\right| = L$

i) $L \in \mathbb{R}^+$, la serie converge absolutamente en $(a-R, a+R)$ y diverge absolutamente en $\mathbb{R} - [a-R, a+R]$ con $R = \frac{1}{L}$.

ii) Si $L = 0$, la serie converge absolutamente en $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$.

iii) Si $L = \infty$, la serie converge absolutamente en $x = a$.