

# Segundo taller, Grupo 4

Eliseo Martínez

23 de noviembre de 2022

## Resumen

Resuelva todos los problemas planteados. Los resultados deben redactarse en forma manuscrita, se permite adjuntar gráficos obtenidos de algún software. También puede usar software para cálculo de derivadas y resolución de ecuaciones complejas. Sus resultados debe entregarlos en una carpeta de archivador rápido con las hojas correctamente dispuestas en orden. El archivador debe llevar el nombre de los integrantes del grupo. Plazo de entrega: antes del 30 de noviembre 2022, 12 horas

## 1. El modelo de absorción

La radiación de Rayos X es una radiación de energía mediante partículas subatómicas, que al actuar con la materia produce ionización<sup>1</sup> de los átomos de la misma masa, produciendo una imagen que tendrá una lectura e interpretación del interior de la materia. Se estudia la absorción de estos rayos sobre la materia, midiendo la intensidad  $I$  de energía que dependerá del grosor,  $x$ , del material que se antepone al haz de rayos X medido en centímetros y cuyo modelo funcional es

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

donde  $\mu$  es el coeficiente lineal de absorción, que es una constante que depende del material que recibe la radiación.

### 1.1. Problemas

1. Suponga que el coeficiente lineal de absorción de un material es de  $\mu = 0,024[\text{cm}^{-1}]$ . Estime la longitud o espesor del material para que la intensidad de la radiación se reduzca a la mitad<sup>2</sup> de la radiación original  $I_0$
2. En la Tabla 1 se entregan valores de coeficiente de atenuación lineal para diferentes materiales (desde aire hasta plomo) obtenido a diferentes

---

<sup>1</sup>La ionización significa generar iones, esto es átomos o moléculas cargadas eléctricamente, en la materia que está siendo radiada.

<sup>2</sup>Es lo que se conoce como longitud media de absorción del material

energías de rayos X (medidas en  $KeV$ ). Con los coeficientes lineales atinentes a la energía de la primera columna, calcule la longitud media del espesor de cada material absorbente, en  $[cms]$ , para atenuar la energía liberada a una cuarta parte respecto de la inicial.

3. Realice los gráficos de atenuación o absorción para el plomo, con coeficiente de absorción de la tercera columna, y considerando una energía inicial de 8 Joule <sup>3</sup>. Recuerde que al trabajar con Joule la unidades de longitud involucradas deben estar en metros.

## 2. Modelo de decaimiento

No se sabe cuando un núcleo inestable se desintegrará<sup>4</sup>, sin embargo, para una colección de átomos se puede saber su decaimiento o desintegración en función en de una constante de decaimiento o vida media obtenida experimentalmente. Y su modelación obedece a la siguiente ecuación

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1)$$

donde  $N(t)$  es el número de nucleos radiactivos en un instante  $t$ ,  $N_0$  es la cantidad inicial de núcleos, y  $\lambda$  es la constante de desintegración<sup>5</sup>, y viene a significar la desintegración de un nucleo en una unidad de tiempo, es decir si medimos el tiempo  $t$  en segundos ( $s$ ), la unidad de  $\lambda$  es  $s^{-1}$ , y es propia del tipo de átomo que constituye el núcleo.

### 2.1. Problema

En la Tabla 2 se entrega la constante  $\lambda$  de desintegración de algunos radionucleidos. Calcule, para cada uno de ellos el tiempo necesario para que reducir la cantidad de nucleos de istopos, que no se han desintegrado, a la quinta parte.

## 3. Modelos trigonométricos

1. Si  $\text{sen}(\alpha) = \frac{1}{5}$ , ¿Qué valores puede tomar  $\text{cos}(\alpha)$ ?
2. Un objeto se encuentra en el cielo a 3 kilómetros de altura, y 3 kilómetros de distancia en la tierra respecto de un observador. ¿Cuál es la distancia entre el observador y el objeto? ¿Cuál es el ángulo de elevación desde el punto de vista del observador (en radianes)?
3. Si  $\text{cos}(n \cdot \pi) = 0$ , ¿Qué valores puede tomar  $n$ ?

<sup>3</sup>Se consideró esta energía que equivale a un material biológico de 2 kilogramos expuesto a 4 Gray de radiación

<sup>4</sup>Esto se debe a que es un proceso estocástico, es decir no se puede predecir con exactitud cuando se desintegrará un átomo en particular

<sup>5</sup>Rigurosamente hablando,  $\lambda \cdot \Delta t$  viene a ser la probabilidad de que un núcleo se desintegre en un tiempo  $\Delta t$

Tabla 1

**Table of Linear Attenuation Coefficients** (in  $\text{cm}^{-1}$ ) for a different materials at photon energies of 100, 200 and 500 keV.

Absorber	100 keV	200 keV	500 keV
Air	0.000195/cm	0.000159/cm	0.000112/cm
Water	0.167/cm	0.136/cm	0.097/cm
Carbon	0.335/cm	0.274/cm	0.196/cm
Aluminium	0.435/cm	0.324/cm	0.227/cm
Iron	2.72/cm	1.09/cm	0.655/cm
Copper	3.8/cm	1.309/cm	0.73/cm
Lead	59.7/cm	10.15/cm	1.64/cm

Tabla 2

Uranio-235	$7,038 \cdot 10^8$ años	Uranio-238	$4,468 \cdot 10^9$ años	Potasio-40	$1,28 \cdot 10^9$ años
Rubidio-87	$4,88 \cdot 10^{10}$ años	Calcio-41	$1,03 \cdot 10^5$ años	Carbono-14	5760 años
Radio-226	1600 años	Cesio-137	30,07 años	Bismuto-207	31,55 años
Estroncio-90	28,90 años	Cobalto-60	5,271 años	Cadmio-109	462,6 días
Yodo-131	8,02 días	Radón-222	3,82 días	Oxígeno-15	122 segundos

## 4. Optimización de funciones

Considere la función

$$e^{-2t} \cdot \text{sen}(3 \cdot t + 2)$$

1. Realice la gráfica de esa función
2. Calcule los puntos extremos de esta función, esto es los máximos y mínimos definida en el dominio  $[0, 6]$
3. Entregue las coordenadas de los puntos y ubíquelos marcándolos en el gráfico anterior.