

Segundo taller, Grupo 1

Eliseo Martínez

23 de noviembre de 2022

Resumen

Resuelva todos los problemas planteados. Los resultados deben redactarse en forma manuscrita, se permite adjuntar gráficos obtenidos de algún software. También puede usar software para cálculo de derivadas y resolución de ecuaciones complejas. Sus resultados debe entregarlos en una carpeta de archivador rápido con las hojas correctamente dispuestas en orden. El archivador debe llevar el nombre de los integrantes del grupo. Plazo de entrega: antes del 30 de noviembre 2022, 12 horas

1. El modelo de absorción

La radiación de Rayos X es una radiación de energía mediante partículas subatómicas, que al actuar con la materia produce ionización¹ de los átomos de la misma masa, produciendo una imagen que tendrá una lectura e interpretación del interior de la materia. Se estudia la absorción de estos rayos sobre la materia, midiendo la intensidad I de energía que dependerá del grosor, x , del material que se antepone al haz de rayos X medido en centímetros y cuyo modelo funcional es

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

donde μ es el coeficiente lineal de absorción, que es una constante que depende del material que recibe la radiación.

1.1. Problemas

1. Suponga que el coeficiente lineal de absorción de un material es de $\mu = 0,013[\text{cm}^{-1}]$. Estime la longitud o espesor del material para que la intensidad de la radiación se reduzca a la mitad² de la radiación original I_0
2. En la Tabla 1 se entregan valores de coeficiente de atenuación lineal para diferentes materiales (desde aire hasta plomo) obtenido a diferentes

¹La ionización significa generar iones, esto es átomos o moléculas cargadas eléctricamente, en la materia que está siendo radiada.

²Es lo que se conoce como longitud media de absorción del material

energías de rayos X (medidas en KeV). Con los coeficientes lineales atinentes a la energía de la primer columna, calcule la longitud media del espesor de cada material absorbente, en $[cms]$, para atenuar la energía liberada a una tercera parte respecto de la inicial.

3. Realice los gráficos de atenuación o absorción para el plomo, con coeficiente de absorción de la segunda columna, y considerando una energía inicial de 10 Joule³. Recuerde que al trabajar con Joule la unidades de longitud involucradas deben estar en metros.

2. Modelo de decaimiento

No se sabe cuando un núcleo inestable se desintegrará⁴, sin embargo, para una colección de átomos se puede saber su decaimiento o desintegración en función en de una constante de decaimiento o vida media obtenida experimentalmente. Y su modelación obedece a la siguiente ecuación

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1)$$

donde $N(t)$ es el número de nucleos radiactivos en un instante t , N_0 es la cantidad inicial de núcleos, y λ es la constante de desintegración⁵, y viene a significar la desintegración de un nucleo en una unidad de tiempo, es decir si medimos el tiempo t en segundos (s), la unidad de λ es s^{-1} , y es propia del tipo de átomo que constituye el núcleo.

2.1. Problema

En la Tabla 2 se entrega la constante λ de desintegración de algunos radionucleidos. Calcule, para cada uno de ellos el tiempo de vida media, esto es el tiempo necesario para que reducir la cantidad de nucleos de istopos, que no se han desintegrado, a la mitad.

3. Modelos trigonométricos

1. Si $\text{sen}(\alpha) = \frac{1}{2}$, ¿Qué valores puede tomar $\text{cos}(\alpha)$?
2. Un objeto se encuentra en el cielo a 3 kilómetros de altura, y 2 kilómetros de distancia en la tierra resoecto de un observador. ¿Cuál es la distancia entre el observador y el objeto? ¿Cuál es el ángulo de elevación desde el punto de vista del observador (en radianes)?
3. Si $\text{cos}(n \cdot \pi) = 0$, ¿Qué valores puede tomar n ?

³Se consideró esta energía que equivale a un material biológico de 2 kilogramos expuesto a 5 Gray de radiación

⁴Esto se debe a que es un proceso estocástico, es decir no se puede predecir con exactitud cuando se desintegrará un átomo en particular

⁵Rigurosamente hablando, $\lambda \cdot \Delta t$ viene a ser la probabilidad de que un núcleo se desintegre en un tiempo Δt

Tabla 1

Table of Linear Attenuation Coefficients (in cm^{-1}) for a different materials at photon energies of 100, 200 and 500 keV.

Absorber	100 keV	200 keV	500 keV
Air	0.000195/cm	0.000159/cm	0.000112/cm
Water	0.167/cm	0.136/cm	0.097/cm
Carbon	0.335/cm	0.274/cm	0.196/cm
Aluminium	0.435/cm	0.324/cm	0.227/cm
Iron	2.72/cm	1.09/cm	0.655/cm
Copper	3.8/cm	1.309/cm	0.73/cm
Lead	59.7/cm	10.15/cm	1.64/cm

Tabla 2

Uranio-235	$7,038 \cdot 10^8$ años	Uranio-238	$4,468 \cdot 10^9$ años	Potasio-40	$1,28 \cdot 10^9$ años
Rubidio-87	$4,88 \cdot 10^{10}$ años	Calcio-41	$1,03 \cdot 10^5$ años	Carbono-14	5760 años
Radio-226	1600 años	Cesio-137	30,07 años	Bismuto-207	31,55 años
Estroncio-90	28,90 años	Cobalto-60	5,271 años	Cadmio-109	462,6 días
Yodo-131	8,02 días	Radón-222	3,82 días	Oxígeno-15	122 segundos

4. Optimización de funciones

Considere la función

$$e^{-3t} \cdot \text{sen}(2 \cdot t + 1)$$

1. Realice la gráfica de esa función
2. Calcule los puntos extremos de esta función, esto es los máximos y mínimos definida en el dominio $[0, 6]$
3. Entregue las coordenadas de los puntos y ubíquelos marcándolos en el gráfico anterior.