

# Ejercicios para *ejercitar* la función exponencial

Eliseo Martínez

October 12, 2022

## Abstract

Se entregan estos ejercicios de modelos exponenciales para que el estudiante y la estudiante aplique los conocimientos de la función exponencial así como la función logaritmo natural para resolver ecuaciones exponenciales y, además, se familiarice con las gráficas de funciones exponenciales.

- Programe en una calculadora manual o programe en el software EXCEL para evaluar  $(1 + \frac{1}{n})^n$  y halle el número  $e$  con 10 decimales exactos.
- Realice el gráfico de las siguientes funciones exponenciales

$$a) y = 2 + e^x; b) y = 5 - 3e^{-x}; c) y = \frac{1 + e^{-x}}{2}; d) y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- Se estima que la población de un cierto país crece exponencialmente. Si la población era de 6.000.000 en 1974 y de 9.000.000 en 1979, ¿cuál será la población en 2023?
- Los siguientes datos fueron reunidos por un estudiante de Tecnología Médica durante los 10 primeros minutos de un experimento destinado a estudiar el crecimiento de bacterias

Minutos	0	10
Número de bacterias	5.000	8.000

Suponiendo que el número de bacterias crece exponencialmente, ¿cuántas bacterias habrán después de 30 minutos?

- La densidad de la población a  $x$  kilómetros del centro de la ciudad de Callumpolis es de  $D(x) = 0.8e^{-0.07 \cdot x}$  medida en miles de personas por kilómetro cuadrado. a) ¿Cuál es la densidad de población en el centro de la ciudad? b) ¿Cuál es la densidad de la población a 10 kilómetros del centro? c) Realice la gráfica de la función modeladora.
- La cantidad, en gramos, que queda de una muestra de una sustancia radiactiva después de  $t$  años viene dada por la función:

$$Q(t) = Q_0 e^{-0.0001 \cdot t}$$

Al final de 5.000 años quedan 2.000 gramos de dicha sustancia. ¿Cuántos gramos había inicialmente?

- Los psicólogos opinan que cuando una persona es requerida a recordar un conjunto de hechos, el número de hechos recordados después de  $t$  minutos viene dado por una función de la forma:

$$Q(t) = A(1 - e^{-k \cdot t})$$

donde  $k$  es una constante positiva y  $A$  es el número total de hechos importantes en la memoria de la persona. a) esboce el gráfico de  $Q(t)$ . b) ¿Qué sucede cuando  $t$  crece sin límites? Explique este hecho en términos prácticos.

- Cuando los profesores seleccionan textos para sus cursos, usualmente eligen entre los libros que ya están en biblioteca. Por esta razón muchos editores envían ejemplares de regalo de nuevos textos a profesores que enseñan cursos relacionados con su especialidad. El editor de matemáticas de una importante editorial estima que si se distribuyen  $x$  miles de ejemplares gratuitos, las ventas en el primer año de un cierto texto nuevo de matemáticas será aproximadamente de:

$$f(x) = 20 - 15e^{-0,2 \cdot x}$$

medida en miles de ejemplares.

- Realice la gráfica de esta función.
  - ¿Cuántos ejemplares puede esperar vender el editor en el primer año si no se han enviado ejemplares gratuitos.
  - ¿Cuántos ejemplares puede esperar vender el editor en el primer año si se han enviado 10 000 ejemplares gratuitos?
  - Si la estimación del editor es correcta, ¿cuál es la estimación más optimista de ventas para el primer año?
- Cuando una maquinaria industrial tenga  $t$  años, su valor de reventa será de:

$$V(t) = 4.800e^{-\frac{t}{5}} + 400$$

medida en dólares

- Realice el gráfico de la función  $V(t)$ . ¿Qué le sucede al valor de la maquinaria cuando  $t$  crece sin límites?
  - ¿Cuál fue el valor de la maquinaria cuando era nueva?
  - ¿Cuál será el valor de la maquinaria dentro de 10 años?
- Una bebida fría se saca del refrigerador en un día de verano y se coloca en una habitación cuya temperatura es de 30 grados celsius. De acuerdo con la ley calórica de Newton, la temperatura de la bebida después de  $t$  minutos viene dada por la función

$$f(t) = 30 - Ae^{-k \cdot t}$$

medida en grados celsius. Si la temperatura de la bebida era de 10 grados celsius cuando dejó el refrigerador y de 15 grados celsius después de 20 minutos. ¿cuál será la temperatura de la bebida después de 40 minutos?

- Se estima que dentro de  $t$  años, la población de un cierto país será de:

$$N(t) = \frac{80}{8 + 12e^{-0,06 \cdot t}}$$

medida en millones de personas.

- a) ¿Cuál es la población actual?
  - b) ¿Cuál será la población dentro de 50 años?
  - c) ¿Qué le sucederá a la larga, a dicha población?
- Un accidente de tránsito fue presenciado por la décima parte de los habitantes de Inca de Oro. El número de residentes que habían oído hablar del accidente  $t$  horas después, viene dado por la función:

$$f(t) = \frac{B}{1 + Ce^{-k \cdot t}}$$

donde  $B$  es la población del pueblo. Si la cuarta parte de los habitantes habían oído hablar sobre el accidente después de 2 horas, ¿cuánto tiempo hizo falta para que la mitad de los habitantes oyeran la noticia?