$f(x)$

Interpolación polinómica en la forma de Newton

a_1	$f(a_1)$
a_2	$f(a_2)$
$\vdots$	$\vdots$
a_j	$f(a_j)$
$\vdots$	$\vdots$
a_n	$f(a_n)$

Tabulación en que solo se conocen esos valores de la función $f(x)$

a_1	$f(a_1)$
a_2	$f(a_2)$
$\vdots$	$\vdots$
a_j	$f(a_j)$
$\vdots$	$\vdots$
a_n	$f(a_n)$

Consideremos un x “metido” entre los valores de a_i, ¿Qué valor le asignaremos a $f(x)$?

Vamos a construir un polinomio de grado $n - 1$, de tal manera que este polinomio evaluado en a_j tenga como valor precisamente $f(a_j)$

Interpolación polinómica en la forma de Newton

a_1	$f(a_1)$
a_2	$f(a_2)$
$\vdots$	$\vdots$
a_j	$f(a_j)$
$\vdots$	$\vdots$
a_n	$f(a_n)$

Construyamos el siguiente polinomio:

$$p(x) = b_0 + b_1(x-a_1) + b_2(x-a_1)(x-a_2) + b_3(x-a_1)(x-a_2)(x-a_3) + \ldots + b_n(x-a_1)\cdots(x-a_{n-1})$$

Que es un polinomio de grado *n-1* y deseamos que…

$$p(a_k) = f(a_k);\ k = 1,\ldots,n$$

$$p(a_1) = b_0 = f(a_1)$$

$$p(a_2) = b_0 + b_1(a_2 - a_1) = f(a_2)$$

$$p(a_3) = b_0 + b_1(a_3 - a_1) + b_2(a_3 - a_1)(a_3 - a_2) = f(a_3)$$

$$\vdots$$

$$p(a_n) = b_0 + b_1(a_n - a_1) + b_2(a_n - a_1)(a_n - a_2) + \ldots + b_{n-1}(a_n - a_1)\cdots(a_n - a_{n-1}) = f(a_n)$$

Se establece un sencillo y fácil sistema de ecuaciones triangulares

Interpolación polinómica en la forma de Newton

Por ejemplo para una tabla con 5 datos, el sistema es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & (a_2-a_1) & 0 & 0 & 0 \\ 1 & (a_3-a_1) & (a_3-a_1)(a_3-a_2) & 0 & 0 \\ 1 & (a_4-a_1) & (a_4-a_1)(a_4-a_2) & (a_4-a_1)(a_4-a_2)(a_4-a_3) & 0 \\ 1 & (a_5-a_1) & (a_5-a_1)(a_5-a_2) & (a_5-a_1)(a_5-a_2)(a_5-a_3) & (a_5-a_1)(a_5-a_2)(a_5-a_3)(a_5-a_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(a_1) \\ f(a_2) \\ f(a_3) \\ f(a_4) \\ f(a_5) \end{bmatrix}$$

… y su resolución es sencilla