



## ***Prueba N°3 Cálculo Numérico***

A handwritten signature in red ink, appearing to be 'Bastian Zuleta T.', is written across the page. The signature is fluid and stylized, with a long horizontal stroke extending to the right.

Nombre: Bastian Zuleta T.  
Carrera: Ing.Ejec.Minas  
Asignatura: Cálculo Numérico  
Docente: Eliseo Martínez.  
Fecha: 29 Marzo 2020.

## 1.- Estimación Coeficiente de Gini

La fecha asignada es en Junio del 2019. Donde analizamos y estudiamos los ingresos de los funcionarios de la Universidad Antofagasta, distribuidos por contrata, honorarios y planta. Respecto del personal académico a contrata, evaluaremos los ingresos por género y jerarquía (Profesores Asociados, Profesores Asistentes y Profesores titulares). Luego, realizar una comparación de remuneración bruta entre ambos géneros.

Tablas por jerarquía y género entre Profesores Asociados, Asistentes y Titulares

### Profesores Asociados:

Remuneración bruta por deciles Asistentes femeninos				
Percentil	Decil Poblacional	Rem.Acumulada	% Rem.Acumulada	%
0.1	10	20,983,590	0.1067	10.67
0.2	18	38,137,487	0.1940	19.40
0.3	27	58,491,598	0.2975	29.75
0.4	35	81,373,773	0.4139	41.39
0.5	44	100,386,994	0.5107	51.07
0.6	53	125,295,704	0.6374	63.74
0.7	61	138,002,019	0.7020	70.20
0.8	70	159,665,716	0.8122	81.22
0.9	78	177,794,867	0.9045	90.45
1	87	196,567,120	1	100

<b>Desv.Estandar Rem.Bruta</b>	906375.6905
<b>Promedio Rem.Bruta</b>	2,259,392

Remuneración bruta por deciles Asistentes masculinos				
Percentil	Decil Poblacional	Rem.Acumulada	% Rem.Acumulada	%
0.1	12	36,340,266	0.1542	15.42
0.2	23	54,772,120	0.2324	23.24
0.3	33	71,916,194	0.3052	30.52
0.4	44	96,371,099	0.4089	40.89
0.5	55	129,874,273	0.5511	55.11
0.6	66	154,669,819	0.6563	65.63
0.7	77	171,283,987	0.7268	72.68
0.8	87	184,798,800	0.7842	78.42
0.9	98	206,433,307	0.8760	87.60
1	109	235,649,373	1	100

<b>Desv.Estandar Rem.Bruta</b>	1120631.063
<b>Promedio Rem.Bruta</b>	2,161,921

Comparando ambas tablas por género (Asistentes) podemos darnos cuenta que hay más hombres que mujeres, 109 y 87 respectivamente, donde no hay mucha diferencia entre ambos donde sería el 56% hombres y el 44% mujeres. El promedio de remuneración bruta es más alto para las mujeres que los hombres por una diferencia mínima. En parte, por la desviación estándar podemos notar que es más alto el valor de los hombres que las mujeres, esto quiere decir que los datos de las mujeres están más dispersos sus valores más cercanos a la media.

### **Profesores Asistentes:**

Remuneración Bruta por Decil Asociados Femeninos				
Percentil	Decil Poblacional	Rem.Acumulada	%Rem.Acumulada	%
0.1	2	6,351,703	0.2588	25.88
0.2	2	6,351,703	0.2588	25.88
0.3	3	10,150,438	0.4136	41.36
0.4	3	10,150,438	0.4136	41.36
0.5	4	13,808,446	0.5626	56.26
0.6	5	17,520,947	0.7139	71.39
0.7	5	17,520,947	0.7139	71.39
0.8	6	23,594,850	0.9614	96.14
0.9	6	23,594,850	0.9614	96.14
1	7	24,540,079	1	100

<b>Desv.Estandar Rem.Bruta</b>	1501261.325
<b>Promedio Rem.Bruta</b>	3,505,726

<b>Remuneración Bruta por Decil Asociados Masculinos</b>				
<b>Percentil</b>	<b>Decil Poblacional</b>	<b>Rem.Acumulada</b>	<b>%Rem.Acumulada</b>	<b>%</b>
0.1	3	7,843,626	0.1120	11.20
0.2	5	19,828,120	0.2831	28.31
0.3	7	27,988,257	0.3996	39.96
0.4	9	34,829,027	0.4972	49.72
0.5	11	44,327,363	0.6328	63.28
0.6	12	47,783,034	0.6821	68.21
0.7	14	54,191,781	0.7736	77.36
0.8	16	58,851,391	0.8402	84.02
0.9	18	63,693,160	0.9093	90.93
1	20	70,044,863	1	100

<b>Desv.Estandar Rem.Bruta</b>	1661512.757
<b>Promedio Rem.Bruta</b>	3,502,243

Comparando ambos géneros podemos notar que en su totalidad hay una gran diferencia de hombres que mujeres, 20 y 7 respectivamente, donde los hombres son el 74% y mujeres el 26%. El promedio de remuneración bruta sus valores están muy cercanos entre sí. En tanto a la desviación estándar es más alto para los hombres, lo que significa que los datos de las mujeres están dispersos más cercanos a la media que los hombres.

### **Profesores Titulares:**

<b>CARGO</b>	<b>REMUNERACION MENSUAL BRUTA</b>	<b>SEXO</b>	<b>%</b>
PROFESOR TITULAR	4,103,641	F	100

Remuneración Bruta por Decil Asociados Masculinos				
Percentil	Decil Poblacional	Rem.Acumulada	%Rem.Acumulada	%
0.1	2	8,697,032	0.377646452	37.76464519
0.2	2	8,697,032	0.377646452	37.76464519
0.3	3	9,641,090	0.418639765	41.86397648
0.4	3	9,641,090	0.418639765	41.86397648
0.5	4	13,513,194	0.586776014	58.67760137
0.6	5	17,875,548	0.776200119	77.62001195
0.7	5	17,875,548	0.776200119	77.62001195
0.8	6	18,667,207	0.810575894	81.05758942
0.9	6	18,667,207	0.810575894	81.05758942
1	7	23,029,561	1	100

<b>Desv.Estandar Rem.Bruta</b>	1684707.719
<b>Promedio Rem. Bruta</b>	3,289,937

**Acá en los profesores titulares no hay comparación, ya que sería ilógico comparar debido a que en el genero femenino solo hay una mujer siendo ella el 100% de todo el dato femenino.**

En conclusión general, podemos inferir que la remuneración bruta distribuida por jerarquía y a su vez por género es relativamente muy cercana, cabe destacar que hay una gran diferencia de personal entre hombres y mujeres, donde el género masculino supera enormemente en cantidad al género femenino, por ende, es lógico que haya una notable diferencia de remuneración bruta entre hombres y mujeres, no obstante, a través del promedio se puede calcular una estimación aproximada de la ganancia generalizada donde el hombre posee una mayor remuneración que la mujer por una mínima diferencia.

Mediante por su desviación estándar, la que tiene mayor dispersión de sus datos con respecto a la media son los hombres, debido a que tiene relación con la cantidad de datos, ya que al tener un rango estimado estos pueden estar muchos más dispersos, en cambio sí hay muchos más datos, entonces entre ellos habrá menor dispersión o menos espacio.

**1.2** Con respecto al personal por honorarios COHONSER clasificados por genero de Junio 2019.

	Femenino	Masculino
Desv.Estandar	62130.02	132309.02
Sumatoria Rem.Bruta	19,677,170	19,310,133
Promedio Rem bruta	357,767	364,342

Se puede concluir que hay más mujeres que hombres COHONSER, 56 y 53 respectivamente.

En promedio remuneración bruto es de mayor ganancia el hombre que la mujer, ya que aunque sea mayor cantidad las mujeres, poseen un mejor sueldo el género masculino.

Por otra parte, comparando su desviación estándar es menor la de las mujeres que los hombres, por tanto poseen una menor dispersión.

### 1.3

Considerar todos los funcionarios planta, a contrata y honorarios clasificados mediante CONHOSER y calcular el coeficiente de Gini.

Percentil	Decil Poblacional	Rem.Acumulada	% Rem.Acumulada	%
0.1	99	34410832	0.0179	1.79
0.2	196	103658367	0.0541	5.41
0.3	294	203385712	0.1062	10.62
0.4	391	319526809	0.1669	16.69
0.5	489	456316478	0.2383	23.83
0.6	587	631278581	0.3297	32.97
0.7	684	861177848	0.4498	44.98
0.8	782	1144771994	0.5980	59.80
0.9	879	1472462743	0.7692	76.92
1	977	1914277347	1	100

$$C.G = 2 \int_0^1 (x - g(x)) dx$$

donde nos queda

$$C.G = 2 \int_0^1 (x - 0,9816x^2 - 0,0144x) dx$$

El coeficiente de Gini con el valor de **0,3312**.

Entonces si el coeficiente de gini es superior a 0,4 es una mala distribución del dinero, en este caso el valor se aproxima a 0,4 por lo que el coeficiente de gini no es muy bueno para el personal de trabajo.

Se estudia todos los funcionarios por planta, a contrata y honorarios pero solo clasificado por COHONSER, mediante a sus remuneraciones, desvalorizando género. Calculando percentiles y remuneración acumulada obtenemos el gráfico de la curva de Lorenz y el área de Gini.

Por lo tanto, la gráfica nos queda de la siguiente forma:





## Cadenas de Markov

Tenemos una política de  $s$  y  $S$  donde si lo almacenado es menor a  $s$  se repone inmediatamente al nivel de  $S$ . Se denota el nivel de demanda de la semana  $n$ -ésima como  $X_n$  estados son : 0,1,2,3,4,5,6,7,8 que se refiere al stock a final de semana. La demanda aleatoria se ajusta a una distribución de Poisson.

$s=4$  ,  $S=8$  ; donde  $s$  es el stock intermedio y  $S$  el stock máximo.

$\Lambda: 2,7$  donde pertenecen a las demandas aleatorias que se presentan.

$$P(\Lambda, k) = e^{-2,7} * \frac{\Lambda^k}{k!}$$

**a) Calcule la probabilidad de que  $X_4 = 3$**

Ahora los estados para este problema de stock son 8, los cuales son los siguientes: Sea  $i = 0,1,2,3,4,5,6,7$  ; los estados que indican el stock de almacenamiento que va desde que no haya stock hasta que tenga el stock máximo.

Nos piden calcular la probabilidad de que a la semana 4 el nivel de inventario sea 3 por lo tanto.

$$n := \begin{bmatrix} \sum_{k=7}^{\infty} P(2,7, k) & \sum_{k=7}^{\infty} P(2,7, k) & \sum_{k=7}^{\infty} P(2,7, k) & \sum_{k=7}^{\infty} P(2,7, k) & \sum_{k=7}^{\infty} P(2,7, k) & \sum_{k=5}^{\infty} P(2,7, k) & \sum_{k=6}^{\infty} P(2,7, k) & \sum_{k=7}^{\infty} P(2,7, k) \\ P(2,7, 6) & P(2,7, 6) & P(2,7, 6) & P(2,7, 6) & P(2,7, 6) & P(2,7, 4) & P(2,7, 5) & P(2,7, 6) \\ P(2,7, 5) & P(2,7, 5) & P(2,7, 5) & P(2,7, 5) & P(2,7, 5) & P(2,7, 3) & P(2,7, 4) & P(2,7, 5) \\ P(2,7, 4) & P(2,7, 4) & P(2,7, 4) & P(2,7, 4) & P(2,7, 4) & P(2,7, 2) & P(2,7, 3) & P(2,7, 4) \\ P(2,7, 3) & P(2,7, 3) & P(2,7, 3) & P(2,7, 3) & P(2,7, 3) & P(2,7, 1) & P(2,7, 2) & P(2,7, 3) \\ P(2,7, 2) & P(2,7, 2) & P(2,7, 2) & P(2,7, 2) & P(2,7, 2) & P(2,7, 0) & P(2,7, 1) & P(2,7, 2) \\ P(2,7, 1) & P(2,7, 1) & P(2,7, 1) & P(2,7, 1) & P(2,7, 1) & 0 & P(2,7, 0) & P(2,7, 1) \\ P(2,7, 0) & P(2,7, 0) & P(2,7, 0) & P(2,7, 0) & P(2,7, 0) & 0 & 0 & P(2,7, 0) \end{bmatrix}$$

Forma aproximada de la matriz “m”:

$$m := \begin{bmatrix} 0.02056945434 & 0.02056945434 & 0.02056945434 & 0.02056945434 & 0.02056945434 & 0.1370921373 & 0.05673166630 & 0.02056945434 \\ 0.03616221195 & 0.03616221195 & 0.03616221195 & 0.03616221195 & 0.03616221195 & 0.1488156870 & 0.08036047101 & 0.03616221195 \\ 0.08036047101 & 0.08036047101 & 0.08036047101 & 0.08036047101 & 0.08036047101 & 0.2204676845 & 0.1488156870 & 0.08036047101 \\ 0.1488156870 & 0.1488156870 & 0.1488156870 & 0.1488156870 & 0.1488156870 & 0.2449640939 & 0.2204676845 & 0.1488156870 \\ 0.2204676845 & 0.2204676845 & 0.2204676845 & 0.2204676845 & 0.2204676845 & 0.1814548843 & 0.2449640939 & 0.2204676845 \\ 0.2449640939 & 0.2449640939 & 0.2449640939 & 0.2449640939 & 0.2449640939 & 0.06720551273 & 0.1814548843 & 0.2449640939 \\ 0.1814548843 & 0.1814548843 & 0.1814548843 & 0.1814548843 & 0.1814548843 & 0 & 0.06720551273 & 0.1814548843 \\ 0.06720551273 & 0.06720551273 & 0.06720551273 & 0.06720551273 & 0.06720551273 & 0 & 0 & 0.06720551273 \end{bmatrix}$$

Donde:

$$X_0 = [0,0,0,0,0,0,0,1]$$

El cual, por la siguiente ecuación dinámica podemos calcular la probabilidad de  $X_4$ :

$$E(n) = m^n * X_0$$

Por lo tanto reemplazamos en nuestra ecuación dinámica , donde  $n=4$

$$E(4) = m^4 * X_0$$

Por lo tanto:

$$Pr\{X_4=3\} = 0.118$$

- b) Calcule el vector de probabilidad para los estados de la sexta semana, esto es  $Pr\{X_6=i\}$  con  $i = 0,1,2,\dots,S$ .

Sabemos que  $S=7$ , entonces:

$$Pr\{X_6=i\} \text{ con } i = 0,1,2,3,4,5,6,7$$

$$E(6) = m^6 * X_0$$

Donde:

$$\begin{aligned}\Pr\{X_6=0\} &= 0,048 \\ \Pr\{X_6=1\} &= 0,064 \\ \Pr\{X_6=2\} &= 0,117 \\ \Pr\{X_6=3\} &= 0,177 \\ \Pr\{X_6=4\} &= 0,215 \\ \Pr\{X_6=5\} &= 0,200 \\ \Pr\{X_6=6\} &= 0,130 \\ \Pr\{X_6=7\} &= 0,044\end{aligned}$$

Por lo tanto, el vector probabilidad queda de la siguiente forma:

$$m = \begin{aligned} &0,048 \\ &0,064 \\ &0,117 \\ &0,177 \\ &0,215 \\ &0,200 \\ &0,130 \\ &0,044 \end{aligned}$$

- c) Estime la situación para un  $n$  muy grande, esto es si la matriz de Markov se estabilizará para que  $n \rightarrow \infty$

Se reemplaza  $n$  por valores alto, ya que nos piden que  $n$  tienda a infinito por ende lo reemplazaremos en nuestra ecuación dinámica por los números de 2000 y 10000.

Con  $n= 2000$  :

$$m = \begin{aligned} &0,04869 \\ &0,06455 \\ &0,11742 \\ &0,17746 \\ &0,21581 \\ &0,20097 \\ &0,13012 \\ &0,04495 \end{aligned}$$

Con  $n=10000$

$m =$   
0,04869  
0,06455  
0,11742  
0,17746  
0,21581  
0,20097  
0,13012  
0,04495

Como podemos comparar en los modelos dan los mismos valores en los primeros dígitos y cambian recién las cifras en el valor billonésimo del número.