



Facultad de ingeniería



A

TERCER TRABAJO CALCULO NUMERICO

Nombre: Cristofer Jil Jorquera

Rut : 19.711.062-7

Prof: Eliseo Martínez

Sabado, 28 de marzo de 2020

## **Estimación de coeficiente de gini**

1. **Respecto del personal académico a contrata, y por jerarquía académica (asistente, asociado, titular) fundamente si hay diferencia significativa en la remuneración bruta por género. (Nota: a lo menos debe calcular promedios, desviaciones estándares, percentiles, y porcentaje comparativo entre ambos géneros y por jerarquía, de la Remuneración Bruta).**

Se nos pide fundamentar si hay alguna diferencia significativa en la remuneración por género entre el personal académico a contrata entre tres jerarquías anteriormente mencionadas, en este caso será estudiado el mes de Abril-2016.

Primero se hará una explicación de cómo obtener algunos cálculos importantes y luego se hará una comparación entre los datos obtenidos.

Comenzaremos separando cada jerarquía por género hombre y mujer en tablas por separado. Nos interesa analizar la remuneración bruta que recibe cada género por lo que usaremos datos estadísticos como promedio, desviación estándar y percentiles para analizar cada población. Para realizar estos cálculos se utilizó el programa Excel mediante sus herramientas como el comando promedio, desviación estándar y para calcular los percentiles se hizo un procedimiento más amplio usando la siguiente fórmula  $REDONDEAR(PERCENTIL(matriz;k);0)$

Donde la matriz son los datos enumerados desde 1 hasta n y K el percentil que queremos obtener, se hace este procedimiento para saber qué x porcentaje de la población recibe x remuneración, por ejemplo calculando el percentil 1 de los hombres de jerarquía asistente tenemos que nuestro orden va desde 1 a 95, siendo esta la cantidad total de hombres de jerarquía asistente y el percentil 1 correspondería al 10% (o 0.1) de los datos, aplicando la fórmula obtenemos el valor 10 por lo que ahora debemos sumar desde el orden 1 hasta el orden 10 para saber cuánto es lo que recibe de remuneración el 10% de esos hombres de jerarquía asistente obteniendo \$5.513.227 tal y como se ve en la tabla 1, por lo que el 10% de los funcionarios con bajos ingresos recibe \$5.513.227.

## PERSONAL ASISTENTE

**Fondos Asistente: \$ 284.521.412**

ASISTENTE	HOMBRES			MUJERES		
Decil	Posición	Rem Acum	% Rem Acu	Posición	Rem Acum	% Rem Acum
0,1	10	\$ 5.513.227	3,48%	8	\$ 5.333.479	4,24%
0,2	20	\$ 13.709.395	8,64%	14	\$ 11.135.834	8,84%
0,3	29	\$ 22.630.987	14,27%	21	\$ 19.338.112	15,36%
0,4	39	\$ 33.483.101	21,11%	27	\$ 28.467.468	22,61%
0,5	48	\$ 45.532.426	28,71%	34	\$ 42.729.315	33,94%
0,6	57	\$ 62.418.265	39,35%	41	\$ 58.926.692	46,80%
0,7	67	\$ 84.238.867	53,11%	47	\$ 73.329.529	58,24%
0,8	76	\$105.287.160	66,38%	54	\$ 90.635.129	71,98%
0,9	86	\$131.160.628	82,69%	60	\$ 106.178.948	84,33%
1	95	\$158.609.376	100,00%	67	\$ 125.912.036	100,00%

ASISTENTE	HOMBRES	MUJERES
Promedio	\$1.879.284	\$1.669.572
Des. Est	\$748.369	\$822.460
Total Rem	\$158.609.376	\$125.912.036
% R Jerarquía	55,75%	44,25%
Cant Prof	95	67

(TABLA 1) (Tabla comparativa estadística entre funcionarios Asistente por género – Abril 2016)

Siguiendo la explicación anterior, por otra parte también podemos destacar en la tabla el % de remuneración acumulado, esto nos dice qué fracción le corresponde del monto total a cada funcionario, por ejemplo en el caso anterior, en las mujeres de jerarquía asistente tenemos que el monto total para pagarles es \$125.912.036 y si vemos el primer decil o sea, el 10%, vemos que ese 10% de mujeres recibe \$5.333.479 equivalente a un 4,24% de esos \$125.912.026. Haremos el mismo procedimiento anterior en Personal Asociado y Personal Titular.

## PERSONAL ASOCIADO

**Fondos Asociado : \$ 56.745.563**

ASOCIADO Decil	HOMBRES			MUJERES		
	Posición	Rem Acum	% Rem Acu	Posición	Rem Acum	% Rem Acum
0,1	2	\$ 2.005.590	4,55%	2	\$ 2.394.646	18,84%
0,2	3	\$ 3.961.195	8,99%	2	\$ 2.394.646	18,84%
0,3	4	\$ 6.410.535	14,56%	3	\$ 3.934.670	30,96%
0,4	5	\$ 8.995.563	20,43%	3	\$ 3.934.670	30,96%
0,5	7	\$14.312.292	32,50%	4	\$ 6.571.208	51,71%
0,6	8	\$17.029.208	38,67%	4	\$ 6.571.208	51,71%
0,7	9	\$21.330.203	48,44%	5	\$ 9.471.302	74,53%
0,8	10	\$27.318.246	62,03%	5	\$ 9.471.302	74,53%
0,9	11	\$34.784.449	78,99%	6	\$12.707.817	100,00%
1	12	\$44.037.746	100,00%	6	\$12.707.817	100,00%

ASOCIADO	HOMBRES	MUJERES
Promedio	\$3.669.812	\$2.117.970
Des. Est	\$2.617.942	\$915.474
Total Rem	\$44.037.746	\$12.707.817
% R Jerarquia	77,61%	22,39%
Cant de Prof	12	6

(TABLA 1.2) (Tabla comparativa estadística entre funcionarios Asociado por género – Abril 2016)

Otra acotación que se puede ver en la tabla es el % de remuneración por jerarquía, o sea, que % de los fondos le corresponde a cada género, por ejemplo, en la tabla 1.2 podemos ver que los fondos que hay para pagar las remuneraciones son de \$56.745.563 para pagar a hombres y mujeres. Ahora si nos fijamos bien, notamos que los hombres en total tienen reciben \$ 44.037.746 de remuneraciones y las mujeres \$ 12.707.817, para saber cuánto porcentaje le corresponde a cada género por jerarquía debemos dividir **(TOTAL REMUN/ FONDOS) \*100%** obteniendo 77.61% y 22.39% para hombres y mujeres respectivamente. Se hace el mismo procedimiento con el resto de las tablas.

## PERSONAL TITULAR

**Fondos Titular: \$ 16.514.519**

TITULAR Decil	HOMBRES			MUJERES		
	Posición	Rem Acum	% Rem Acu	Posición	Rem Acum	% Rem Acum
0,1	2	\$ 1.451.805	8,79%	NO HAY		
0,2	2	\$ 1.451.805	8,79%			
0,3	3	\$ 4.583.798	27,76%			
0,4	3	\$ 4.583.798	27,76%			
0,5	4	\$ 8.342.103	50,51%			
0,6	4	\$ 8.342.103	50,51%			
0,7	5	\$12.320.408	74,60%			
0,8	5	\$12.320.408	74,60%			
0,9	6	\$16.514.519	100,00%			
1	6	\$16.514.519	100,00%			

TITULAR	HOMBRES	MUJERES
Promedio	\$2.752.420	NO HAY
Des. Est	\$1.609.892	
Total Rem	\$16.514.519	
% R Jerarquia	100%	
Cant de Prof	6	

(TABLA 1.3) (Tabla comparativa estadística entre funcionarios Titular por género – Abril 2016)

## COMPARANDO LOS DATOS...

A continuación compararemos los datos obtenidos anteriormente, donde podemos ver que en la jerarquía asociado y titular se ve una diferencia grande entre remuneraciones de hombre y mujer y siendo la asistente la única que presente un menor rango de diferencia (en comparación con las otras) también destacamos la notable diferencia en el % de rem por jerarquía en la cual los hombres se llevan la gran mayoría de los fondos.

Si analizamos los promedios de los Hombres y Mujeres notamos que hay una diferencia y es la homogeneidad, el sueldo de los hombres tiene menos homogeneidad en comparación con el de las mujeres.

Sin embargo, todas las jerarquías comparten algo en común que es la clara diferencia en la cantidad de hombres y mujeres, es debido a ese hecho que los datos se muestran tan distantes, en la jerarquía de asistente hubo un total de 95 hombres y tan solo 67 mujeres, en asociado hubo 12 hombres y 6 mujeres y en la titular tan solo 6 hombres y ninguna mujer por lo que este hecho es un factor importante al momento de hacer un análisis y aunque los datos en si sean correctamente calculados no son tan precisos para notar una diferencia en su población.

Además de lo dicho anteriormente es complicado hacer un análisis acertado porque a pesar de estar en un mismo cargo, se desempeñan en diferentes áreas.

### COMO ADICIONAL

PERSONAL A CONTRATA			
JERARQUIA	ASISTENTE	ASOCIADO	TITULAR
Promedio	\$ 1.756.305	\$ 3.152.531	\$ 2.752.420
Des Est.	\$ 797.033	2.290.815	1.609.892
Tot por jeraq	\$284.521.412	\$ 56.745.563	\$16.514.519
% de jerarq	79,52%	15,86%	4,62%
Fondo Total	\$357.781.494		

(TABLA 1.4) (Tabla comparativa estadística por jerarquía – Abril 2018)

En la tabla 1.4 podemos ver las remuneraciones en general, vemos que en total el presupuesto para pagar a cada tipo de jerarquía es de \$357.781.494 y denotamos que el mayor % de ese presupuesto lo tiene la jerarquía de asistente con un 79.52% siguiéndole a lo lejos la jerarquía asociado con un 15.82% y por último los titular con un 4.62%.

**2. Considerando el personal a honorarios clasificados por COHONSER en la columna DOCTO, establezca el promedio y la desviación estándar, por género, de la Remuneración Bruta.**

**Como nota: tuve que considerar el personal a honorarios del mes de abril-2018 por el motivo que en abril-2016 no estaba disponible la columna DOCTO.**

A continuación se adjuntan las tablas de hombres y mujeres del personal a honorarios clasificados por COHONSER.

COHONSER				COHONSER			
HOMBRES				MUJERES			
Decil	Posición	Rem Acum	% Rem Acum	Decil	Posición	Rem Acum	% Rem Acum
0.1	6	1.342.040	6,93%	0.1	6	1.425.915	8,49%
0.2	11	3.010.169	15,53%	0.2	11	3.037.025	18,08%
0.3	16	4.906.374	25,32%	0.3	15	4.325.913	25,75%
0.4	21	6.802.579	35,11%	0.4	20	5.937.023	35,34%
0.5	26	8.715.274	44,98%	0.5	25	7.626.555	45,39%
0.6	30	10.265.218	52,98%	0.6	30	9.487.144	56,47%
0.7	35	12.256.516	63,25%	0.7	35	11.383.349	67,75%
0.8	40	14.499.060	74,83%	0.8	39	12.900.313	76,78%
0.9	45	16.780.665	86,60%	0.9	44	14.796.518	88,07%
1	50	19.377.125	100,00%	1	49	16.801.358	100,00%

(TABLA 2.1)(Tabla comparativa de funcionarios COHONSER por género – Abril 2016)

COHONSER	HOMBRES	MUJERES
Cant Trabaj	50	49
Promedio	\$ 387.543	\$ 342.885
Des Estandar	\$ 86.919	\$ 65.778
Fondo Total	\$36.178.483	

(TABLA 2.2)(Tabla comparativa estadística funcionarios COHONSER – Abril 2016)

En este caso a comparación del estudio realizado anteriormente hay una similitud entre hombres y mujeres teniendo un total de 50 hombres y 49 mujeres por lo que aquí a primera vista la comparación debería ser más precisa.

Observando el promedio y desviación estándar vemos que en cada género hay una homogeneidad en la remuneración.

A diferencia del estudio anterior, en este caso no se ve una gran diferencia de remuneraciones ya que cada población recibe cercano al 10% de su remuneración total por lo que los sueldos están balanceados.

**3. Considerando la población compuesta por todos los funcionarios en Planta, más todos los funcionarios a contrata, y más los funcionarios a honorarios clasificados como COHONSER, estime el coeficiente de Gini.**

En este estudio se procederá a juntar todas las remuneraciones sin importar el género y jerarquía obteniendo un total de 537 de personal.

Se procede a hacer el mismo procedimiento del primer planteamiento usamos la formula REDONDEAR (PERCENTIL (matriz; k); 0), obteniendo los siguientes datos:

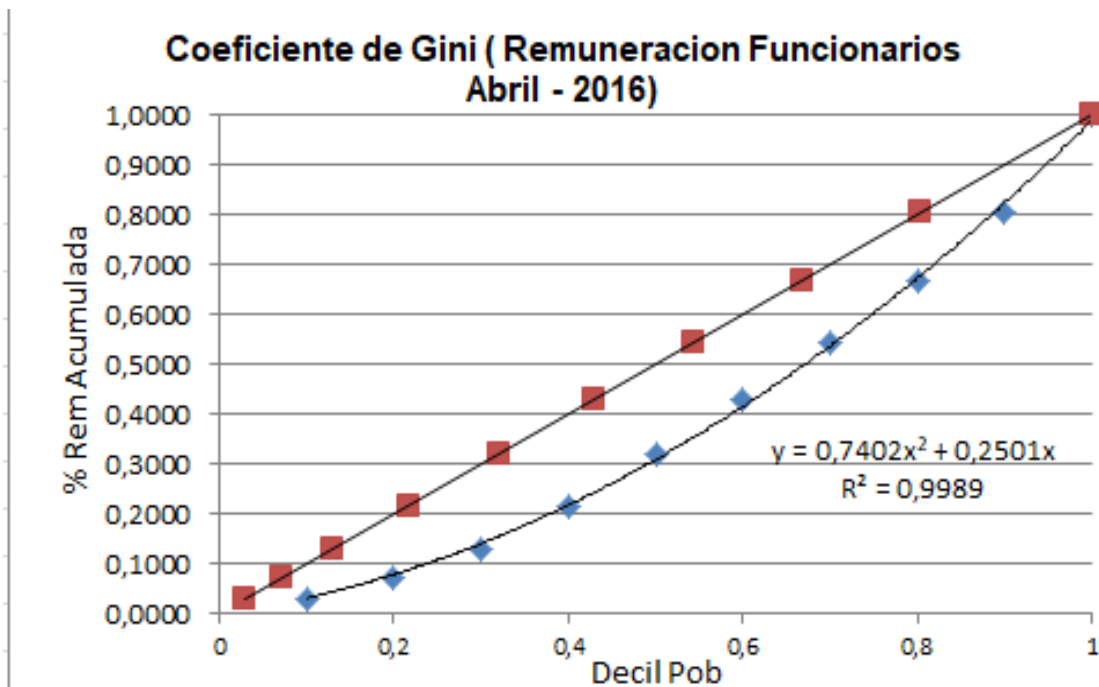
Decil	Posición	Rem Acum	% Rem Acum
0,1	55	\$ 34.101.300	2,81%
0,2	108	\$ 86.324.526	7,11%
0,3	162	\$ 157.024.625	12,94%
0,4	215	\$ 263.403.149	21,70%
0,5	269	\$ 388.733.274	32,03%
0,6	323	\$ 521.603.990	42,97%
0,7	376	\$ 660.652.383	54,43%
0,8	430	\$ 812.804.238	66,97%
0,9	483	\$ 977.049.702	80,50%
1	537	\$1.213.757.570	100,00%

Para estimar el coeficiente de Gini se debe sacar el área bajo la curva entre una recta y la curva de Lorentz

Para graficar la curva de Lorentz se usó el programa Excel, el eje x corresponde a los deciles y el eje y corresponde al % de remuneración bruta acumulada.

Para la recta lineal se tanto el eje x como el eje y corresponden al % de remun bruta acumulada

A continuación se presentara el grafico de la curva de Lorentz y la estimación de Gini



Ahora para calcular el área bajo la curva se procede a integrar las dos rectas mediante el programa derive:

$\int_0^1 (x \, dx - \int_0^1 0.7402x^2 + 0.2501x \, dx)$  Obteniendo 0.13, siendo este el coeficiente de Gini.

Este valor es importante ya que nos dice que tan desigual serian en este caso las remuneraciones de los funcionarios, en este caso obtuvimos 0.13 lo cual es un valor que está cercano al cero por lo que podemos concluir que las remuneraciones brutas del periodo Abril 2016 están más cercanas a ser iguales.



**2. Cadenas de Markov**

**1. Un stock se maneja con la política s y S. Esto es, si lo almacenado es**

**menor o igual a s se repone inmediatamente al nivel S, en caso contrario ninguna reposición se hace.**

**2. Se inspecciona el stock al final de cada semana.**

**3. La demanda es aleatoria durante la semana, son independientes semana a semana y se ajusta a una distribución de Poisson de parámetro  $\lambda$ .**

**4. No se acepta demanda diferida, se entrega lo que haya en stock si la demanda lo supera.**

**5. Los parámetros de este problema, esto es s, S y  $\lambda$  están junto a su nombre.**

**6. Se denota el nivel de la demanda al final de la semana n-ésima como  $X_n$ .**

**7. Si en la semana de inicio, la semana  $n = 0$ , está con el stock completo S, es decir con  $\Pr\{X_0 = S\} = 1$**

**Responda lo siguiente:**

**a) Calcule la probabilidad de que  $X_4 = 3$**

Datos:

$\lambda: 4.55, s = 2, S = 7$

Primero procederemos a crear una tabla de Markov con los datos dichos anteriormente de tamaño  $[S + 1 \times S + 1]$ .

Dado que  $s = 2$  significa que si el estado es menor a igual a ese valor se repone a S, en caso contrario se mantiene igual:

$\sum_{k=7}^{\infty} P(4.55, k)$	$\sum_{k=7}^{\infty} P(4.55, k)$	$\sum_{k=7}^{\infty} P(4.55, k)$	$\sum_{k=3}^{\infty} P(4.55, k)$	$\sum_{k=4}^{\infty} P(4.55, k)$	$\sum_{k=5}^{\infty} P(4.55, k)$	$\sum_{k=6}^{\infty} P(4.55, k)$	$\sum_{k=7}^{\infty} P(4.55, k)$
$P(4.55, 6)$	$P(4.55, 6)$	$P(4.55, 6)$	$P(4.55, 2)$	$P(4.55, 3)$	$P(4.55, 4)$	$P(4.55, 5)$	$P(4.55, 6)$
$P(4.55, 5)$	$P(4.55, 5)$	$P(4.55, 5)$	$P(4.55, 1)$	$P(4.55, 2)$	$P(4.55, 3)$	$P(4.55, 4)$	$P(4.55, 5)$
$P(4.55, 4)$	$P(4.55, 4)$	$P(4.55, 4)$	$P(4.55, 0)$	$P(4.55, 1)$	$P(4.55, 2)$	$P(4.55, 3)$	$P(4.55, 4)$
$P(4.55, 3)$	$P(4.55, 3)$	$P(4.55, 3)$	0	$P(4.55, 0)$	$P(4.55, 1)$	$P(4.55, 2)$	$P(4.55, 3)$
$P(4.55, 2)$	$P(4.55, 2)$	$P(4.55, 2)$	0	0	$P(4.55, 0)$	$P(4.55, 1)$	$P(4.55, 2)$
$P(4.55, 1)$	$P(4.55, 1)$	$P(4.55, 1)$	0	0	0	$P(4.55, 0)$	$P(4.55, 1)$
$P(4.55, 0)$	$P(4.55, 0)$	$P(4.55, 0)$	0	0	0	0	$P(4.55, 0)$

Obteniendo los siguientes valores:

0.1754	0.1754	0.1754	0.8319	0.6660	0.4773	0.3056	0.1754
0.1302	0.1302	0.1302	0.1093	0.1658	0.1887	0.1717	0.1302
0.1717	0.1717	0.1717	0.04808	0.1093	0.1658	0.1887	0.1717
0.1887	0.1887	0.1887	0.01056	0.04808	0.1093	0.1658	0.1887
0.1658	0.1658	0.1658	0	0.01056	0.04808	0.1093	0.1658
0.1093	0.1093	0.1093	0	0	0.01056	0.04808	0.1093
0.04808	0.04808	0.04808	0	0	0	0.01056	0.04808
0.01056	0.01056	0.01056	0	0	0	0	0.01056

(Datos acotados a 4 decimales)

A esta matriz le daremos el nombre de **M**, posteriormente denotaremos nuestro vector de probabilidad que según el planteamiento sería el siguiente:

$$X_0 = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1] \text{ (semana inicial)}$$

Por último aplicamos la fórmula

$$P_n = M^n * X_0$$

Ya que nos pide saber el nivel de inventario a la semana 4, el valor  $n$  sería representado por 4:

$$P_4 = M^4 * X_0$$

$$P_4(X_4=3) = 0.1379$$

Tal como se ve, la probabilidad de que a la semana 4 el nivel de inventario sea 3 es de 0.1379 o 13.79%

**b) Pr {X6 = i} con i = 0, 1, 2, ..., S**

Nos piden los estados para la semana 6 por lo que siguiente nuestro modelo utilizado anteriormente obtenemos los siguientes datos:

$$\Pr(X_6 = 0) = 0.3520$$

$$\Pr(X_6 = 1) = 0.1370$$

$$\Pr(X_6 = 2) = 0.1470$$

$$\Pr(X_6 = 3) = 0.1405$$

$$\Pr(X_6 = 4) = 0.1138$$

$$\Pr(X_6 = 5) = 0.0719$$

$$\Pr(X_6 = 6) = 0.0309$$

$$\Pr(X_6 = 7) = 0.0067$$

**c) Estime la situación para un n muy grande, esto es si la matriz de Markov se estabilizará para  $n \rightarrow \infty$**

Para saber si el modelo de Markov se estabiliza se eligieron dos valores para n , siendo estos n = 400, n = 800

$$\Pr(X_{400} = 0) = 0.3501$$

$$\Pr(X_{800} = 0) = 0.3501$$

$$\Pr(X_{400} = 1) = 0.1368$$

$$\Pr(X_{800} = 1) = 0.1368$$

$$\Pr(X_{400} = 2) = 0.1472$$

$$\Pr(X_{800} = 2) = 0.1472$$

$$\Pr(X_{400} = 3) = 0.1410$$

$$\Pr(X_{800} = 3) = 0.1410$$

$$\Pr(X_{400} = 4) = 0.1144$$

$$\Pr(X_{800} = 4) = 0.1144$$

$$\Pr(X_{400} = 5) = 0.0724$$

$$\Pr(X_{800} = 5) = 0.0724$$

$$\Pr(X_{400} = 6) = 0.0311$$

$$\Pr(X_{800} = 6) = 0.0311$$

$$\Pr(X_{400} = 7) = 0.0068$$

$$\Pr(X_{800} = 7) = 0.0068$$

Por lo que podemos ver que en mi caso el modelo de Markov se estabiliza para n=400 y n = 800

