Tercer Trabajo de Cálculo Numérico

Nombre: Camila Hidalgo Segovia

Carrera: Ing. Civil Ind. en Minas

Profesor: Eliseo Martínez

Asignatura: Cálculo Numérico

- Antofagasta, 29 de marzo de 2020 -

1. Estimación del coeficiente de Gini

1.1. Con respecto al personal académico a contrato del mes de **Enero** del año **2016**, y por jerarquía académica (asistente, asociado, titular), realizar una comparación de remuneración bruta entre ambos géneros:

1.1.1. Tabla personal académico asistente:

	Mujeres	Hombres
Suma	114,044,109	163,759,623
Promedio	1,810,224	1,671,017
Desv. Est	701,211	850,996

Mujeres:

Deciles	Población decil	Remuneración acumulada	% Remuneración acumulada	
10	6	9,158,853	8.03	0.08030974
20	13	24,486,152	21.47	0.21470773
30	19	35,076,645	30.76	0.30757086
40	25	47,331,302	41.50	0.41502628
50	32	59,298,158	52.00	0.5199581
60	38	71,977,228	63.11	0.63113499
70	44	82,954,253	72.74	0.72738744
80	50	90,902,642	79.71	0.79708319
90	57	104,855,604	91.94	0.91943025
100	63	114,044,109	100	1

Hombres:

Deciles	Población decil	Remuneración acumulada	% Remuneración acumulada	
10	10	13,133,800	8.02	0.0802017
20	20	29,424,877	17.97	0.17968335
30	29	40,721,922	24.87	0.24866888
40	39	56,337,075	34.40	0.34402299
50	49	72,962,205	44.55	0.44554453
60	59	96,081,804	58.67	0.58672463
70	69	114,495,651	69.92	0.69916899
80	78	128,177,654	78.27	0.7827183
90	88	148,268,061	90.54	0.9054006
100	98	163,759,623	100	1

❖ Conclusiones:

- Con respecto a la primera tabla (suma, promedio y desviación estándar) se desprende que existe, con respecto a los académicos asistentes, una remuneración bruta promedio mayor para las mujeres, lo que nos indica que las ellas tienen sueldos mayores que los hombres. También, se observa que la desviación de las mujeres asistentes es menor que la de los hombres, es decir, que la remuneración de las mujeres es menos dispersa que la de los hombres por lo que existe una mayor equidad.
- En cuanto a las tablas de deciles (mujeres y hombres), en la parte del porcentaje de la remuneración acumulada, la tabla correspondiente a las mujeres posee valores más cercanos al decil, donde en la mayoría de los casos el porcentaje supera al decil. La tabla de los hombres, la mayoría de los porcentajes son menores al decil. Esto quiere decir que para las mujeres se encuentra mejor repartido los recursos (“chanchito”).

1.1.2. Tabla personal académico asociado:

	Mujeres	Hombres
Suma	18,581,470	24,197,030
Promedio	2,322,684	2,419,703
Desv. Est	1,024,756	1,111,954

Mujeres:

Cuartil	Población cuartil	Remuneración acumulada	%Remuneración acumulada	
25	2	4,021,864	21.64	0.22
50	4	9,478,848	51.01	0.51
75	6	11,826,877	63.65	0.64
100	8	18,581,470	100	1

Hombres:

Cuartil	Población cuartil	Remuneración acumulada	%Remuneración acumulada	
25	3	6,102,223	25.22	0.25
50	5	13,713,631	56.67	0.57
75	8	19,128,239	79.05	0.79
100	10	24,197,030	100	1

- Conclusiones:
  - Con respecto a la primera tabla (suma, promedio y desviación estándar) se desprende que existe, con respecto a los académicos asociados, una remuneración bruta promedio mayor para los hombres, lo que nos indica que ellos tienen sueldos mayores que las mujeres. También, se observa que la desviación de las mujeres asociadas es menor que la de los hombres, es decir, que la remuneración de las mujeres es menos dispersa que la de los hombres por lo que existe una mayor equidad.
  - En cuanto a las tablas de cuartiles (mujeres y hombres), en la parte del porcentaje de la remuneración acumulada, la tabla correspondiente a los hombres posee valores más cercanos al

cuartil, donde todos los porcentajes supera al cuartil. La tabla de las mujeres, la mitad de los porcentajes son menores al cuartil. Esto quiere decir que para los hombres se encuentra mejor repartido los recursos ("chanchito").

1.1.3. Tabla persona académico titular:

	Mujeres	Hombres
Suma	0	20,324,808
Promedio	0	3,387,468
Desv. Est	0	2,816,842

Hombres:

Cuartil	Población cuartil	Remuneración acumulada	%Remuneración acumulada	
25	2	4,351,220	21.41	0.21
50	3	12,842,344	63.19	0.63
75	5	16,713,974	82.23	0.82
100	6	20,324,808	100	1

❖ Conclusiones:

- No se puede realizar una comparación, ya que no existen académicas a contrato titulares.
- Con respecto a la tabla de cuartiles de los hombres, se puede deducir que los recursos se encuentran bien repartidos, ya que la mayoría de los porcentajes son mayor al cuartil.

1.2. Con respecto al personal a honorarios del mes de **Enero** del año **2018** clasificados por COHONSER y género, establecer el promedio y desviación estándar de la remuneración bruta por género:

(Se utilizó el mismo mes dado pero en distinto año, ya que en el año 2016 aún no se clasificaban por DOCTO a los funcionarios a honorarios, por lo que no se podía filtrar por COHONSER.)

1.2.1. Tabla detalles por género:

Mujeres	**53**
Suma	18,557,299
Promedio	350,138
Desv. Est	74,021

Hombres	**51**
Suma	20,422,023
Promedio	400,432
Desv. Est	67,539

❖ Conclusiones:

- De la tabla anterior se desprende que hay una mayor cantidad de mujeres a honorarios que hombres, pero estas cuentan con una suma total de remuneraciones menor. Los hombres tienen una remuneración promedio mayor que las mujeres, pero una desviación estándar menor.
- La desviación estándar de las mujeres refleja que las remuneraciones para ellas tiene una mayor dispersión, ya que hay muchos sueldos bajos repetitivos y que se alejan de los sueldos más altos existentes.

1.3. Con respecto a la población compuesta por todos los funcionarios en planta (**Enero 2016**), todos los funcionarios a contrato (**Enero 2016**) y los funcionarios a honorarios clasificados por COHONSER (**Enero 2018**), estimar el Coeficiente de Gini:

1.3.1. Tabla detalles población total:

Suma	1,491,708,370
Promedio	1,580,200
Desv. Est	1,070,051

1.3.2. Tabla detalles deciles y remuneración acumulada:

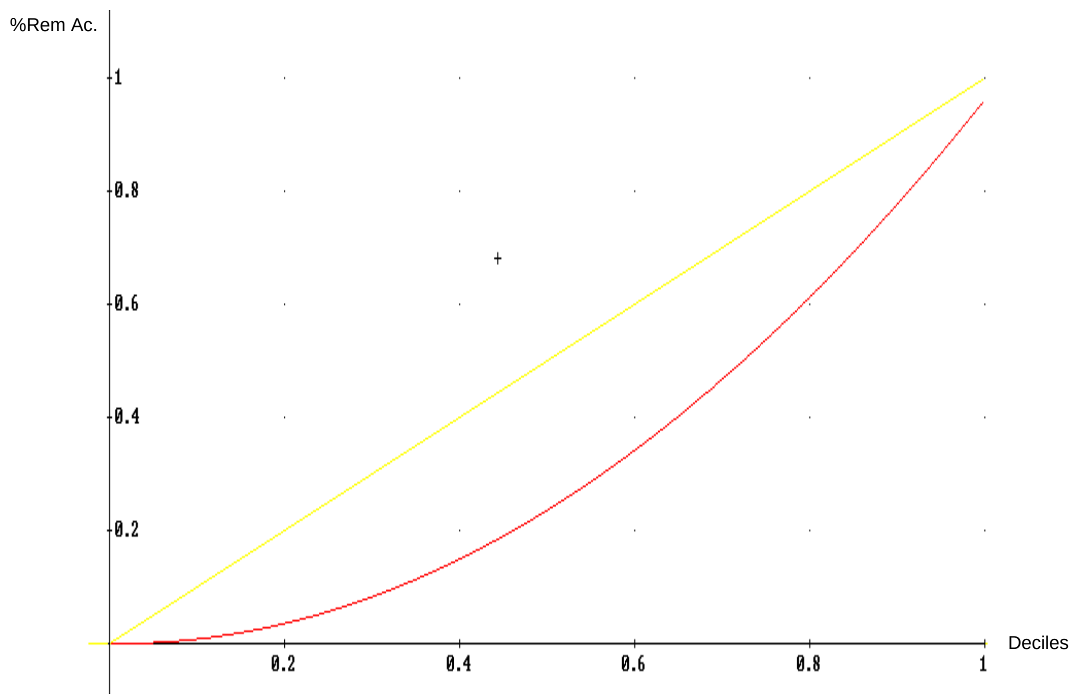
Para poder estimar el Coeficiente de Gini, primero se debe graficar la Curva de Lorenz. Para eso se construyó la siguiente tabla, la cual consiste en calcular la población, la remuneración acumulada y el porcentaje de esta con respecto al total, de cada decil:

Deciles		**Población decil**	**Remuneración acumulada**	**%Remuneración acumulada**	
0.1	**10**	94	31,164,665	2.09	0.021
0.2	**20**	189	88,868,887	5.96	0.060
0.3	**30**	283	162,405,492	10.89	0.109
0.4	**40**	378	249,940,193	16.76	0.168
0.5	**50**	472	350,212,088	23.48	0.235
0.6	**60**	566	482,004,699	32.31	0.323
0.7	**70**	661	659,636,016	44.22	0.442
0.8	**80**	755	880,445,468	59.02	0.590
0.9	**90**	850	1,138,412,255	76.32	0.763
1	**100**	944	1,491,708,370	100	1

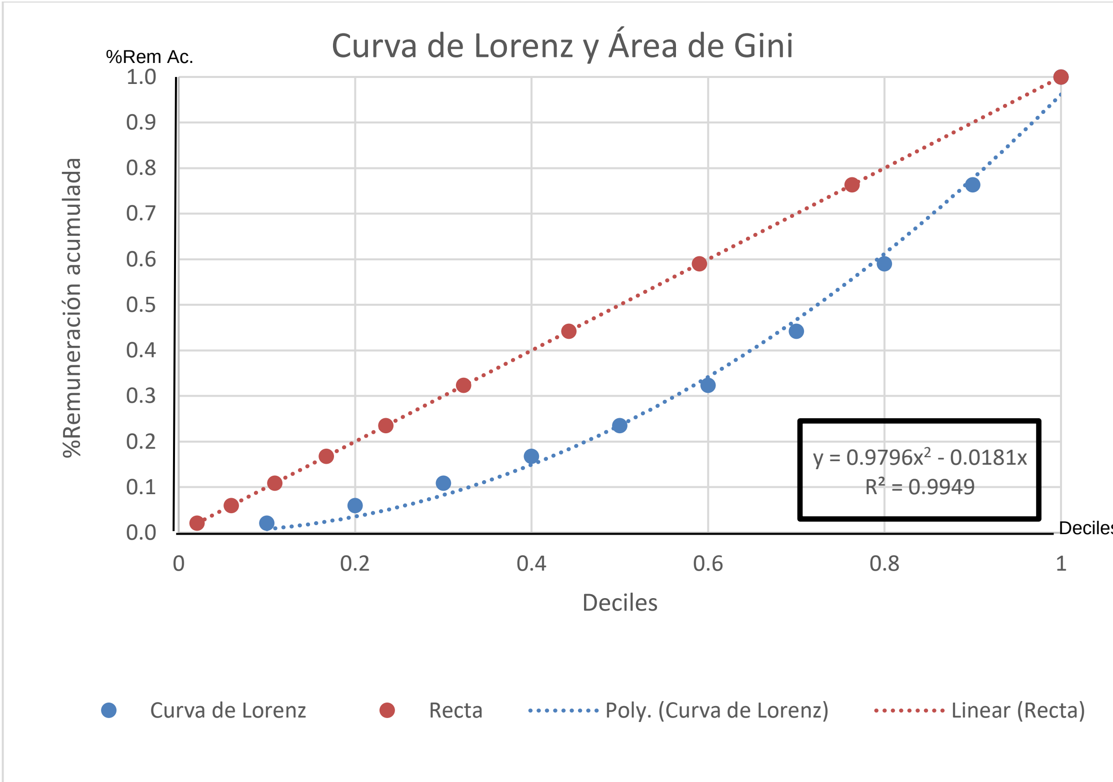
1.3.3. Gráfico Curva de Lorenz y Área de Gini:

Para la construcción de la Curva de Lorenz se utilizaron como datos para el eje X y eje Y, los deciles y el porcentaje de la remuneración acumulada, respectivamente.
También, se le incluyó la línea de tendencia polinómica de orden 2, la cual nos arrojó la ecuación y el R^2 correspondiente a la curva de Lorenz. La recta se construyó solo considerando los deciles en ambos ejes (Excel).
El área entre la Curva de Lorenz y la recta se denomina como el Área de Gini, ya que al integrar la diferencia entre estas se obtiene el Coeficiente de Gini.

- Curva de Lorenz y recta en Derive:



- Curva de Lorenz y recta en Excel:



- El gráfico nos arrojó el siguiente R^2, el cual nos indica que la variabilidad de los datos se encuentran en un buen ajuste.

$$\boxed{R^2 = 0.9949}$$

- Coeficiente de Gini:
  Para el calcularlo (Derive) se necesita la ecuación de la Curva de Lorenz, la cual corresponde al g(x), y x corresponde a la recta. La fórmula del Coeficiente de Gini es la siguiente:

$$\boxed{C.G = 2\int_0^1 \left(x - g(x)\right)\,dx}$$

Donde:

$$\mathrm{g(x)} = 0.9796x^2 - 0.0181\mathrm{x}$$

Por lo tanto:

$$C.G = 2\int_{0}^{1}\left(x - (0.9796x^2 - \ 0.0181\text{x})\right)dx$$

$$\boxed{C.G = 0.36503}$$

- En conclusión, el valor obtenido como Coeficiente de Gini nos indica que existe una desigualdad cercana a ser alta (mayor que 0.40), porque este se encuentra dentro del rango 0.35 – 0.40, el cual nos indica una desigualdad media-alta. Por lo que, el "chanchito" no se encuentra del todo bien repartido.

2. Cadenas de Markov

Un stock se maneja con la política **s** y **S**. Esto es, si lo almacenado es menor o igual a **s** se repone inmediatamente al nivel **S**, en caso contrario ninguna reposición se hace.

Se denota el nivel de la demanda al final de la semana n−ésima como Xn. Si en la semana de inicio, la semana n = 0, está con el stock completo S, es decir con **Pr{X_0 = S} = 1**.

La demanda es aleatoria durante la semana, son independientes semana a semana y se ajusta a una distribución de Poisson de parámetro λ:

$$\left(P(\lambda, k) = e^{-\lambda} * \frac{\lambda^k}{k!} \right)$$

Si se tiene los siguientes valores:

λ = 2.1 ; s = 2 ; S = 8

La distribución de Poisson sería:

$$\boxed{P(2.1, k) = e^{-2.1} * \frac{2.1^k}{k!}}$$

La matriz de transición **m** obtenida es:

$$\begin{bmatrix}
\sum_{k=8}^{\infty} P(2.1, k) & \sum_{k=8}^{\infty} P(2.1, k) & \sum_{k=8}^{\infty} P(2.1, k) & \sum_{k=8}^{\infty} P(2.1, k) & \sum_{k=8}^{\infty} P(2.1, k) & \sum_{k=5}^{\infty} P(2.1, k) & \sum_{k=6}^{\infty} P(2.1, k) & \sum_{k=7}^{\infty} P(2.1, k) & \sum_{k=8}^{\infty} P(2.1, k) \\
P(2.1, 7) & P(2.1, 7) & P(2.1, 7) & P(2.1, 7) & P(2.1, 7) & P(2.1, 4) & P(2.1, 5) & P(2.1, 6) & P(2.1, 7) \\
P(2.1, 6) & P(2.1, 6) & P(2.1, 6) & P(2.1, 6) & P(2.1, 6) & P(2.1, 3) & P(2.1, 4) & P(2.1, 5) & P(2.1, 6) \\
P(2.1, 5) & P(2.1, 5) & P(2.1, 5) & P(2.1, 5) & P(2.1, 5) & P(2.1, 2) & P(2.1, 3) & P(2.1, 4) & P(2.1, 5) \\
P(2.1, 4) & P(2.1, 4) & P(2.1, 4) & P(2.1, 4) & P(2.1, 4) & P(2.1, 1) & P(2.1, 2) & P(2.1, 3) & P(2.1, 4) \\
P(2.1, 3) & P(2.1, 3) & P(2.1, 3) & P(2.1, 3) & P(2.1, 3) & P(2.1, 0) & P(2.1, 1) & P(2.1, 2) & P(2.1, 3) \\
P(2.1, 2) & P(2.1, 2) & P(2.1, 2) & P(2.1, 2) & P(2.1, 2) & 0 & P(2.1, 0) & P(2.1, 1) & P(2.1, 2) \\
P(2.1, 1) & P(2.1, 1) & P(2.1, 1) & P(2.1, 1) & P(2.1, 1) & 0 & 0 & P(2.1, 0) & P(2.1, 1) \\
P(2.1, 0) & P(2.1, 0) & P(2.1, 0) & P(2.1, 0) & P(2.1, 0) & 0 & 0 & 0 & P(2.1, 0)
\end{bmatrix}$$

Forma aproximada de la matriz **m**:

$$\begin{bmatrix} 0.001486029118 & 0.001486029118 & 0.001486029118 & 0.001486029118 & 0.001486029118 & 0.06212611517 & 0.02044908008 & 0.005862117805 & 0.001486029118 \\ 0.004376088684 & 0.004376088684 & 0.004376088684 & 0.004376088684 & 0.004376088684 & 0.09923103593 & 0.04167703509 & 0.01458696228 & 0.004376088684 \\ 0.01458696228 & 0.01458696228 & 0.01458696228 & 0.01458696228 & 0.01458696228 & 0.1890114970 & 0.09923103593 & 0.04167703509 & 0.01458696228 \\ 0.04167703509 & 0.04167703509 & 0.04167703509 & 0.04167703509 & 0.04167703509 & 0.2700164242 & 0.1890114970 & 0.09923103593 & 0.04167703509 \\ 0.09923103593 & 0.09923103593 & 0.09923103593 & 0.09923103593 & 0.09923103593 & 0.2571584993 & 0.2700164242 & 0.1890114970 & 0.09923103593 \\ 0.1890114970 & 0.1890114970 & 0.1890114970 & 0.1890114970 & 0.1890114970 & 0.1224564282 & 0.2571584993 & 0.2700164242 & 0.1890114970 \\ 0.2700164242 & 0.2700164242 & 0.2700164242 & 0.2700164242 & 0.2700164242 & 0 & 0.1224564282 & 0.2571584993 & 0.2700164242 \\ 0.2571584993 & 0.2571584993 & 0.2571584993 & 0.2571584993 & 0.2571584993 & 0 & 0 & 0.1224564282 & 0.2571584993 \\ 0.1224564282 & 0.1224564282 & 0.1224564282 & 0.1224564282 & 0.1224564282 & 0 & 0 & 0 & 0.1224564282 \end{bmatrix}$$

También, se tiene la siguiente ecuación dinámica:

$$\left(E(n) = m^n * X_0 \right)$$

Donde:

X_0 = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1]

Los estados son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Determine:

a) Calcule la probabilidad de que $X_4 = 3$

Si se tiene la ecuación dinámica, donde n = 4

$$E(4) = m^4 * X_0$$

Por lo que:

$$\boxed{\Pr\{X_4 = 3\} = 0.174}$$

Existe una probabilidad de que $X_4 = 3$ de 0.174.

b) Calcule el vector de probabilidad para los estados de la sexta semana, esto es Pr{X_6 = i} con i = 0, 1, 2, ..., S.

Si sabemos que S = 8, entonces:

Pr{X_6 = i} con i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

$$\left(E(6) = m^6 * X_0 \right)$$

Donde:

Pr{X_6 = 0} = 0.0177
Pr{X_6 = 1} = 0.0317
Pr{X_6 = 2} = 0.0689
Pr{X_6 = 3} = 0.123
Pr{X_6 = 4} = 0.175
Pr{X_6 = 5} = 0.199
Pr{X_6 = 6} = 0.187
Pr{X_6 = 7} = 0.139
Pr{X_6 = 8} = 0.0582

Por lo que, el vector sería:

$$\boxed{\Pr\{X_6 = i\} = \begin{pmatrix} 0.0177 \\ 0.0317 \\ 0.0689 \\ 0.123 \\ 0.175 \\ 0.199 \\ 0.187 \\ 0.139 \\ 0.0582 \end{pmatrix} \text{ con } i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}$$

c) Estime la situación para un n muy grande, esto es si la matriz de Markov se estabilizará para $n \rightarrow \infty$

Se reemplazó **n** en la ecuación dinámica por valores altos, como 100, 200 y 600; lo cual nos arrojó que la matriz de Markov se estabiliza con un $n \rightarrow \infty$ cuando las probabilidades se acercan a los siguientes valores:

$$\Pr\{X_{n \rightarrow \infty} = i\} = \begin{pmatrix} 0.01746 \\ 0.03170 \\ 0.06899 \\ 0.12279 \\ 0.17514 \\ 0.19970 \\ 0.18674 \\ 0.13904 \\ 0.05810 \end{pmatrix} \quad \text{con } i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$$