UNIVERSIDAD DE ANTOFAGASTA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA EN MINAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

TERCER TRABAJO

4

Alumno: Francisco Aguilera Arce

Profesor: Eliseo Martínez

Asignatura: Calculo numérico

29 de Marzo de 2020

1. Estimación del coeficiente de Gini

Usted tiene asignado, donde está su nombre, un año y un mes que corresponder a buscar en la página de trasparencia de nuestra Universidad los ingesos de los funcionarios de nuestra Universidad, ya sean a honorarios, a contrata o en propiedad, en la ubicación *http://transparencia.uantof.cl*.
En la sección **Dotación de Personal** usted encontrará los tres tipos de contratos (honorarios, a contrata, planta) y una vez que entre a este submenú habrá una clasificación por año y mes. Responda lo siguiente.

1. Respecto del personal académico a contrata, y por jerarquía académica (asistente, asociado, titula) fundamente si hay diferencia significativa en la remuneración bruta por género. (Nota: a lo menos debe calcular promedios, desviaciones estándares, percentiles, y porcentaje comparativo entre ambos género y por jerarquía, de la Remuneración Bruta)

2. Considerando el personal a honorarios clasificados por COHONSER en la columna DOCTO, establezca el promedio y la desviación estándar, por género, de la Remuneración Bruta.

3. Considerando la población compuesta por **todos** los funcionarios en Planta, más **todos** los funcionarios a contrata, y más los funcionarios a honorarios **clasificados como COHONSER**, estime el coeficiente de Gini.

*Trabajo financiado por el Proyecto de Docencia: Hacer y corregir en los procesos de evaluación, 2017

1.1. Rúbrica para el primer problema

1. Debe usted brevemente explicar la metodología a usar para la resolución del problema. No se aceptará pantallazos del software que utilizó para realizar sus cálculos.
2. Para el gráfico de la curva de Lorenz y el área de Gini debe llevar un título claramente explicativo, y poner correctamente las unidades a usar en los ejes. El gráfico debe ser claro y de lectura simple.
3. La tabla con los resultados comparativos para los dos primeros problemas debe estar impresa en forma adecuada, con un título claro, explicativo.
4. Cualquier conclusión adicional, a las pedidas, será valorada.

2. Cadenas de Markov

1. Un stock se maneja con la política s y S. Esto es, si lo almacenado es menor o igual a s s repone inmediatamente al nivel S, en caso contrario ninguna reposición se hace.
2. Se inspecciona el stock al final de cada semana
3. La demanda es aleatoria durante la semana, son independientes semana a semana y se ajusta a una distribución de Poisson de parámetro λ.
4. No se acepta demanda diferida, se entrega lo que haya en stock si la demanda lo supera.
5. Los parámetros de este problema, esto es s, S y λ están junto a su nombre.
6. Se denota el nivel de la demanda al final de la semana $n-$ésima como X_n
7. Si en la semana de inicio, la semana $n = 0$, está con el stock completo S, es decir con $Pr\{X_0 = S\} = 1$

   Responda lo siguiente:

   a) Calcule la probabilidad de que $X_4 = 3$

   b) Calcule el vector de probabilidad para lo estados de la sexta semana, esto es $Pr\{X_6 = i\}$ con $i = 0, 1, 2, ..., S$

   c) Estime la situación para un n muy grande, esto es si la matriz de Markov se estabilizará para $n \to \infty$

2.1. Rúbrica para el segundo problema

1. Indique con claridad los estados de la cadena de Markov que modela este problema de stock.
2. Indique o describa con claridad la matriz de Markov que modela este problema de stock
3. Entregue sus cálculos de probabilidad con tres decimales.

Fecha de recepción del trabajo: 19 de marzo del 2020. Suerte. Cualquier consulta mediante emal: eliseo.martinez@uantof.cl. Para pedir cita de consulta avisar por celular al +56 9 66044351.

Resolución tercer trabajo:

I. Estimación de coeficiente de GINI

1) Los datos tomados fueron buscados en la página de transparencia de la Universidad de Antofagasta correspondiente al mes de marzo del año 2019 donde se obtuvieron un total de 225 personas que pertenecen al personal académico a contrata, siendo 90 mujeres y 135 hombres esto dando un promedio de mujeres y hombre de:

Promedio mujer = 40% ; Promedio Hombre = 60%

Tabla comparativa de personal a contrata:

Personal por genero	Cantidad de personal	Promedio remuneración por genero(CPL)	Desviación estándar remuneración por genero (CPL)	Porcentaje de personal contratado por género y jerarquía	Porcentaje de remuneraciones por jerarquía y genero
H. Titula	7	$3.291.990	1.660.687	87.5 %	85%
M. Titula	1	$4.091.641	-------------	12.5%	15%
H. Asociado	19	$2.850.702	1.023.685	76%	75%
M. Asociado	6	$3.046.153	1.099.899	24%	25%
H. Asistente	109	$2.012.676	926.639	57%	54%
M. Asistente	83	$2.249.125	830.729	43%	46%

Al observar la tabla se aprecia que las remuneraciones y contrata de personal (Titula, asociado y asistente), es mayor con el género masculino, siendo reducido el personal femenino.(H.=Hombre, M.=Mujer).

2) Los datos tomados fueron buscados en la página de transparencia de la Universidad de Antofagasta correspondiente al mes de marzo del año 2019 donde se obtuvieron un total de datos de 101 personas que pertenecen al personal a

honorarios clasificados por COHONSER , siendo 55 mujeres y 46 hombres, esto da un promedio de mujeres y hombre de:

Promedio mujer = 54% ; Promedio Hombre = 46%

Tabla personal a honorarios clasificados por COHONSER:

Personal a honorarios COHONSER por genero	Promedio por genero	Desviación estándar por genero
H. COHONSER	$400.268	77173
M. COHONSER	$352.991	63045

Al observar la tabla se aprecia que las remuneraciones y contrata de personal a honorarios clasificados por COHONSER , es mayor con el género femenino, pero con una remuneración promedio menor que la de los hombres, siendo estos en menor cantidad que mujeres.(H.=Hombre, M.=Mujer).

3) Para determinar el coeficiente de Gini y la curva de Lorenz se utilizó el software Microsoft Excel y el programa derive:

Se determinan los datos estipulados en la página de la Universidad de Antofagasta correspondiente al mes de marzo del año 2019 donde se obtuvieron 969 datos de remuneraciones de todo el personal de marzo de 2019 obtenidos de la pagina de transparencia de la universidad.

AL realizar la suma de todas las remuneraciones nos da como resultado:

Total = $2.018.993.429 CPL

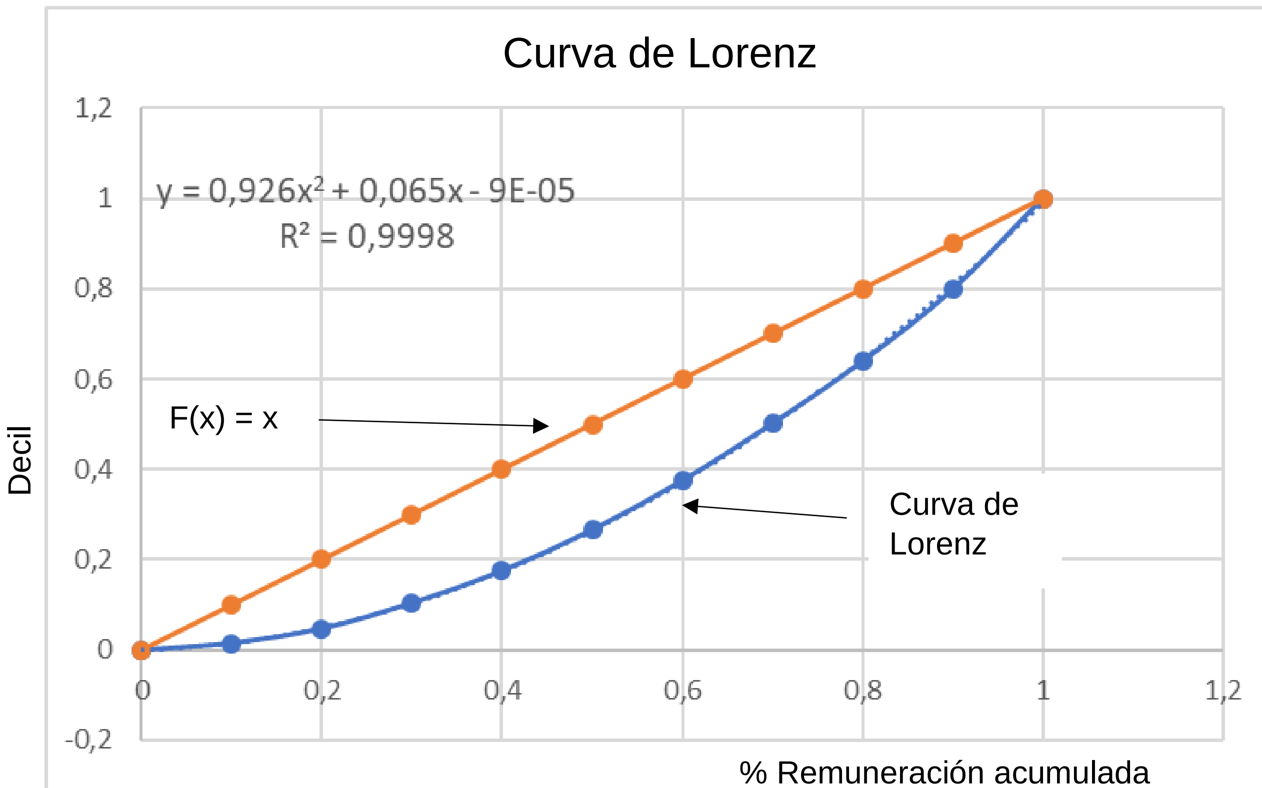
Luego de obtener los datos y ordenarlos en programa Excel se procede a obtener los **deciles correspondientes a la población, se calcula la suma total de las remuneraciones, se calculan las remuneraciones acumuladas correspondiente a cada decil y el porcentaje de remuneración acumulada.**

De lo anterior obtenemos la siguiente tabla:

Decil	**Deciles Pob.**	**Rem acumulado**	**%Rem acumulado**
0,1	98	30705795	0,02
0,2	195	95542906	0,05
0,3	291	210254476	0,10
0,4	388	353859630	0,18
0,5	485	537158802	0,27
0,6	582	757251743	0,38

0,7	679	1012549148	0,50
0,8	775	1290567588	0,64
0,9	872	1611137592	0,80
1	969	2018993429	1

Luego de obtener los datos se grafica el % de remuneración acumulado y los deciles, se realiza un ajuste polinómico cuadrático para determinar la curva de Lorenz, además se grafica una recta(F(x)=x), para delimitar la zona donde se encuentra el coeficiente de Gini.



La expresión que se encuentra en la esquina superior izquierda en el cuadro de texto es la formula representativa de % remuneración acumulada representaremos como G(x), el valor de R^2 nos presenta la variabilidad real de los puntos que en este caso es del 99.98% lo que es un buen ajuste.

G(x) = 0,9257x²+0,0655x-0,0002

Ya que poseemos las 2 funciones determinamos el coeficiente de Gini:

$$\int_0^1 F(x)dx - \int_0^1 G(x)dx$$

Resolvemos esta resta de integrales utilizando el programa derive dándonos como resultado:

Coef. Gini = 0,159

II. Cadenas de Márkov

Para determinar la cadena de Márkov solicitada donde su demanda tiene una distribución de Poisson:

Datos:

S = 8

s = 3

λ = 1,9

Distribución de Poisson:

$$P(\lambda, k) = e^{-\lambda} * \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$\sum_{8}^{\infty}(P(\lambda;\ k)$$

Al poseer un valor de S igual a 8 determinamos que la matriz de Márkov es de 9x9, la cual queda estructurada de la siguiente manera:

$\sum_{8}^{\infty}(P(1,$	$\sum_{8}^{\infty}(P(1,$	$\sum_{3}^{\infty}(P(1,$	$\sum_{4}^{\infty}(P(1,$	$\sum_{5}^{\infty}(P(1,$	$\sum_{6}^{\infty}(P(1,$	$\sum_{7}^{\infty}(P(1,$	$\sum_{8}^{\infty}(P(1,$	$\sum_{8}^{\infty}(P(1,$
P(1,9; 7)	P(1,9; 7)	P(1,9; 2)	P(1,9; 3)	P(1,9; 4)	P(1,9;5)	P(1,9; 6)	P(1,9; 7)	P(1,9; 7)
P(1,9; 6)	P(1,9; 6)	P(1,9; 1)	P(1,9; 2)	P(1,9; 3)	P(1,9;4)	P(1,9; 5)	P(1,9; 6)	P(1,9; 6)
P(1,9; 5)	P(1,9; 5)	P(1,9; 0)	P(1,9; 1)	P(1,9; 2)	P(1,9;3)	P(1,9; 4)	P(1,9; 5)	P(1,9; 5)
P(1,9; 4)	P(1,9; 4)	0	P(1,9; 0)	P(1,9; 1)	P(1,9;2)	P(1,9; 3)	P(1,9; 4)	P(1,9; 4)

P(1,9;3)	P(1,9;3)	0	0	P(1,9;0)	P(1,9;1)	P(1,9;2)	P(1,9;3)	P(1,9;3)
P(1,9;2)	P(1,9;2)	0	0	0	P(1,9;0)	P(1,9;1)	P(1,9;2)	P(1,9;2)
P(1,9;1)	P(1,9;1)	0	0	0	0	P(1,9;0)	P(1,9;1)	P(1,9;1)
P(1,9;0)	P(1,9;0)	0	0	0	0	0	P(1,9;0)	P(1,9;0)

Al resolver y aproximar los valores de esta matriz, donde, los cálculos se realizaron en software derive 6. Obtenemos la matriz M la cual queda expresada de la siguiente forma:

0,0008	0,0008	0,296	0,125	0,044	0,013	0,003	0,0008	0,0008
0,003	0,003	0,270	0,171	0,081	0,031	0,010	0,003	0,003
0,010	0,010	0,284	0,270	0,171	0,081	0,031	0,010	0,010
0,031	0,031	0,150	0,284	0,270	0,171	0,081	0,031	0,031
0,081	0,081	0	0,150	0,284	0,270	0,171	0,081	0,081
0,171	0,171	0	0	0,150	0,284	0,270	0,171	0,171
0,270	0,270	0	0	0	0,150	0,284	0,270	0,270
0,284	0,284	0	0	0	0	0,150	0,284	0,284
0,150	0,150	0	0	0	0	0	0,150	0,150

Al poseer la matriz M la usaremos en la ecuación:

$$E(n) = M^n * x_0$$

Donde x_0 =

0	0	0	0	0	0	0	0	1

a) La probabilidad de que $x_4 = 3$

para calcular esta probabilidad calculamos nuestro vector de la cuarta semana (E(4)) luego de obtenerlo ocuparemos en el cuarto valor de este vector que nos determinara la probabilidad deseada, estos cálculos hechos en software derive 6.

E(4) =

0,056	0,071	0,117	0,154	0,169	0,165	0,140	0,093	0,036

Dándonos que la probabilidad de que $x_4 = 3$ es del 0,154 o 15,4%.

b) Calcular el vector probabilidad para la sexta semana

Para calcular el vector para la sexta semana utilizaremos nuestra ecuación de E(n) en la sexta semana dándonos como resultado:

E(6) =

0,066	0,080	0,123	0,151	0,155	0,150	0,135	0,098	0,041

c) Estime la situación para un n muy grande, esto es si la matriz de Márkov se estabilizará para $n \to \infty$

Para determinar esta situación usaremos valores para n que vayan en aumento, luego los vectores obtenidos de cada valor usado sus valores internos son sumados los cuales deben ser igual a 1 para que la matriz de Márkov se estabilice:

Los valores usados para n son :

n = 900 ; 5000 ; 10000

E(900) =

0,064	0,077	0,012	0,148	0,154	0,153	0,140	0,102	0,043

Y la sumatoria queda :

N = 0,064 + 0,077 + 0,012 + 0,148 + 0,154 + 0,140 + 0,102 + 0,043 = 1

E(5000) =

0,064	0,077	0,120	0,148	0,154	0,153	0,140	0,102	0,043

Y la sumatoria queda :

N = 0,064 + 0,077 + 0,012 + 0,148 + 0,154 + 0,140 + 0,102 + 0,043 = 1

E(10000) =

0,064	0,077	0,120	0,148	0,154	0,153	0,140	0,102	0,043

Y la sumatoria queda :

N = 0,064 + 0,077 + 0,012 + 0,148 + 0,154 + 0,140 + 0,102 + 0,043 = 1

Entonces nos queda comprobado que la matriz de Márkov es estable.