



UNIVERSIDAD DE ANTOFAGASTA  
FACULTAD DE INGENIERIA



## Tercer Trabajo

A handwritten signature in red ink, appearing to be 'FR', is positioned to the left of the text block.

Francisco Rojas E.

19.966.452-2

Ingeniería de Ejecución en Minas

Profesor Eliseo Martínez H.

Antofagasta, 23 de Marzo de 2020

# 1. Estimación del coeficiente de Gini

Usted tiene asignado, donde está su nombre, un año y un mes que corresponder a buscar en la página de transparencia de nuestra Universidad los ingresos de los funcionarios de nuestra Universidad, ya sean a honorarios, a contrata o en propiedad, en la ubicación <http://transparencia.uantof.cl>.

En la sección **Dotación de Personal** usted encontrará los tres tipos de contratos (honorarios, a contrata, planta) y una vez que entre a este submenú habrá una clasificación por año y mes. Responda lo siguiente.

1. Respecto del personal académico a contrata, y por jerarquía académica (asistente, asociado, titula) fundamente si hay diferencia significativa en la remuneración bruta por género. (Nota: a lo menos debe calcular promedios, desviaciones estándares, percentiles, y porcentaje comparativo entre ambos género y por jerarquía, de la Remuneración Bruta)
2. Considerando el personal a honorarios clasificados por COHONSER en la columna DOCTO, establezca el promedio y la desviación estándar, por género, de la Remuneración Bruta.
3. Considerando la población compuesta por **todos** los funcionarios en Planta, más **todos** los funcionarios a contrata, y más los funcionarios a honorarios **clasificados como COHONSER**, estime el coeficiente de Gini.

---

\*Trabajo financiado por el Proyecto de Docencia: Hacer y corregir en los procesos de evaluación, 2017

## 1A.- Medidas estadísticas Profesores a Contrata (Genero)

Se comenzará por estudiar las remuneraciones de los profesores a contrata, donde se dividirá según el sexo de estos para poder analizar de mejor manera y con datos estadísticos si existe o no una diferencia significativa relacionada con la sexualidad de los funcionarios.

En primera instancia se generó una tabla con datos obtenidos de la transparencia de la universidad, se filtró por sexo y se separó en dos tablas, una con los datos exclusivamente de los funcionarios masculinos y otra para las funcionarias femeninas.

Los valores estadísticos que nos interesa analizar en torno a la remuneración bruta, son el promedio, la desviación estándar, y percentiles.

Para la ejecución de los cálculos se utilizó el software Microsoft Excel, donde a través de las distintas herramientas que posee este software se procedió fácilmente a calcular.

Para el promedio, se utilizó el comando promedio y se seleccionaron los datos de la remuneración bruta ya sea de los hombres o mujeres. De la misma manera se calculó la desviación estándar con el comando desvest

El sueldo bruto total se obtuvo de la suma de todas las remuneraciones de los funcionarios, tanto hombres como mujeres, este valor es el que utilizaremos para la obtención del porcentaje de sueldos de cada sexo con respecto al total. Donde se sumaron los valores de las remuneraciones de hombres y mujeres (por separado), y este valor se dividió por el sueldo bruto total. Para una mejor lectura el valor obtenido anteriormente se multiplicó por cien.

Sueldo Bruto Total	Promedio (M)	Desviacion Estandar (M)	Total (M)	Porcentaje Sueldo (M)
490.045.349	2.193.580	1.234.823	291.746.132	59,53
	Promedio (F)	Desviacion Estandar (F)	Total (F)	Porcentaje Sueldo (F)
	2.203.325	954.809	198.299.217	40,47

*Tabla N°1 Medidas estadísticas personal académico a contrata según su sexo, U. Antofagasta - Junio 2018*

De estos datos se puede inferir que existe una diferencia mínima entre el sueldo de los hombres y mujeres, esto se aprecia al observar el promedio de ambos sexos. La diferencia radica en la cantidad de Profesores de Planta que trabajan en la universidad, siendo una diferencia de 43 masculinos sobre las 90 mujeres.

El total de todos los sueldos se divide en un 59.53% para los hombres y un 40.47% destinado al total de las mujeres que se debe al punto dicho anterior, la mayor presencia de hombres entre los funcionarios.

De esta misma tabla podemos observar que el sueldo de los hombres tiene una mayor dispersión, en otras palabras el sueldo de los hombres es menos homogéneo con respecto al promedio que las mujeres las cuales tienen una dispersión del 43.33%, un valor notoriamente mayor en los hombres con dispersión del 56.29%.

Entendiendo ya estos datos procederemos a comparar las remuneraciones por percentiles entre hombres y mujeres.

Percentil	Decil Pob. (M)	Remuneracion Acumulada	%Rem. Acumulada	% Rem. Por Percentil (M)	Remuneracion por percentil (M)	Decil Pob. (F)	Remuneracion Acumulada	%Rem. Acumulada	% Rem. Por Percentil (F)	Remuneracion por percentil (F)
0,1	14	8.014.754	0,027	2,747	763.388	10	7.220.837	0,036	3,641	1.000.671
0,2	27	20.049.697	0,069	4,125	1.067.745	19	17.326.440	0,087	5,096	1.199.597
0,3	41	36.206.378	0,124	5,538	1.246.866	28	28.953.578	0,146	5,863	1.385.613
0,4	54	54.224.527	0,186	6,176	1.467.911	37	45.337.676	0,229	8,262	2.315.180
0,5	67	78.328.077	0,268	8,262	2.487.796	46	67.401.014	0,340	11,126	2.505.734
0,6	80	111.496.341	0,382	11,369	2.623.354	54	88.061.270	0,444	10,419	2.643.108
0,7	93	146.612.464	0,503	12,037	2.821.202	63	112.169.424	0,566	12,157	2.717.591
0,8	107	188.783.253	0,647	14,455	3.104.136	72	137.215.842	0,692	12,631	2.829.301
0,9	120	232.373.786	0,796	14,941	3.676.694	81	164.102.922	0,828	13,559	3.154.231
1,0	133	291.746.132	1,000	20,351	7.320.147	90	198.299.217	1,000	17,245	5.124.407

*Tabla N°2 Percentiles personal académico a contrata según su sexo, U. Antofagasta - Junio 2018*

De la tabla anterior podemos apreciar la diferencia en las remuneraciones por deciles, donde se puede concluir que existe una baja diferencia entre los sueldos de hombres y mujeres.

## Adicional

Es interesante apreciar de la tabla anterior que existe una gran diferencia entre los sueldos, comenzando por el caso de los hombres donde el 10% de los trabajadores de menor ingreso tienen un 2.7% del total remunerado a todos los trabajadores, de forma contraria el 10% de los trabajadores con mayor remuneración obtienen el 20.3% de la remuneración total.

En el caso de las mujeres, el 10% con menor remuneración cubren el 3.6% de la totalidad, y el 10% de mayor ingreso el 17.24%. La brecha es levemente menor a primera vista en comparación a la de los hombres, pero esto es debido que los sueldos de las mujeres también comprende una menor cantidad, si comparamos la remuneración de ambos sexos del 6to percentil, donde se nota una clara similitud ambos percentiles (M y F) comprenden entre 10-11 % de la remuneración total.

Volviendo al tema principal de este anexo, la diferencia de sueldos es notoriamente grande, ya que se recuerda que esta tabla está confeccionada exclusivamente con los profesores de la universidad, es decir, cumplen una función similar aunque en distintas áreas.

## 1B.- Medidas estadísticas Profesores a Contrata (Jerarquía)

Similar a los cálculos anteriores se obtendrán las medidas estadísticas y de dispersión de la misma serie de datos pero esta vez clasificando por tipos de profesor, entre los que se encuentran;

- Profesor Titular
- Profesor Asociado
- Profesor Asistente

Para esto, se volvió a agrupar la tabla original y se ordenó con la herramienta del software, filtrando según su Cargo. Realizado esto, se separó la tabla en 3 secciones, según su tipo de profesor, y procedimos a realizar los mismos cálculos que en la sección (I).

Promedio (Asistente)	Desviación Estandar (Asistente)	Total (Asistente)	Porcentaje Sueldo (Asistente)	Sueldo Bruto Total
2.018.599	948.676	389.589.556	79,50	490.045.349
Promedio (Asociado)	Desviación Estandar (Asociado)	Total (Asociado)	Porcentaje Sueldo (Asociado)	
3.206.659	1.259.391	67.339.844	13,74	
Promedio (Titular)	Desviación Estandar (Titular)	Total (Titular)	Porcentaje Sueldo (Titular)	
3.679.550	1.954.618	33.115.949	6,76	

Tabla N°3 Medidas estadísticas personal académico a contrata según su cargo, U. Antofagasta - Junio 2018

Como se puede apreciar en primera instancia, existe una clara diferencia en la remuneración según su el tipo de cargo de los profesores, donde su orden sería;

H  
a  
M

1. Profesor Titular
2. Profesor Asociado
3. Profesor Asistente

*Debe haberlo por género*

Al mismo tiempo se puede notar una desviación estándar que precisamente en el orden contrario al punto anterior;

1. Profesor Asistente
2. Profesor Asociado
3. Profesor Titular

Lo cual indica que el sueldo de los profesores Asistentes es más homogéneo en comparación a los otros dos tipos existentes.

## 2A.- Medidas estadísticas funcionarios a honorarios (Cohonser)

Se comenzó por la recopilación de datos de los funcionarios contratados a honorarios, igualmente desde los datos otorgados por transparencia UA, se recopilaron todos y fueron exportados a una plantilla de Excel, realizado esto, se filtraron los datos por tipo de "Docto", donde se eliminaron todos los que no fueran de nuestro interés.

Filtrada la tabla, se volvió a ordenar pero esta vez por Sexo de los funcionarios, esto se realizó para poder separar la tabla en dos y poder tener un mejor manejo de los datos.

Sueldo Bruto Total	Promedio (M)	Desviacion Estandar (M)	Total (M)	Porcentaje Sueldo (M)
36.350.952	389.515	88.589	17.528.188	48,22
	Promedio (F)	Desviacion Estandar (F)	Total (F)	Porcentaje Sueldo (F)
	336.121	73.903	18.822.764	51,78

*Tabla N°4 Medidas estadísticas funcionarios a contrata según su sexo, U. Antofagasta - Junio 2018*

Como se puede apreciar el promedio de sueldos y desviación estándar de estos son bastante similares entre ambos sexos, notando una homogeneidad en la remuneración de los funcionarios independiente del sexos de estos.

## Adicional

Percentil	Decil Pob. (M)	Remuneracion Acumulada	%Rem. Acumulada	%Rem. Por Percentil	Decil Pob. (F)	Remuneracion Acumulada	%Rem. Acumulada	%Rem. Por Percentil
0,1	6	1.377.085	0,0786	7,86	7	1.334.687	0,0709	7,09
0,2	10	2.780.011	0,1586	8,00	12	2.945.797	0,1565	8,56
0,3	15	4.676.216	0,2668	10,82	18	4.879.129	0,2592	10,27
0,4	19	6.193.180	0,3533	8,65	23	6.490.239	0,3448	8,56
0,5	23	7.710.144	0,4399	8,65	29	8.501.993	0,4517	10,69
0,6	28	9.647.574	0,5504	11,05	34	10.362.582	0,5505	9,88
0,7	32	11.303.851	0,6449	9,45	40	12.638.028	0,6714	12,09
0,8	37	13.562.765	0,7738	12,89	45	14.534.233	0,7722	10,07
0,9	41	15.393.642	0,8782	10,45	51	16.809.679	0,8931	12,09
1,0	45	17.528.188	1	12,18	56	18.822.764	1	10,69

*Tabla N°5 Percentiles funcionarios Cohonser contratados por honorarios según su sexo, U. Antofagasta - Junio 2018*

A diferencia de la remuneración de los funcionarios académicos de la universidad, la remuneración de los funcionarios Cohonser es mucho más homogénea, inclusive cada percentil tiene aproximadamente un 10% de las remuneraciones totales, dando una repartición equitativa entre quienes componen este grupo.



## 3A.- Curva de Lorenz y Coeficiente de Ginni

### Curva de Lorenz

Se comenzó por reunir los datos que se solicitan tanto de funcionarios Cohonser contratados por honorarios, los docentes de planta y a contrata de todos los cargos, y se organizaron en una tabla que incluyera los 521 datos.

A esta tabla se le calculó el decil poblacional obteniendo los deciles desde el 10% hasta el 100% de las muestras existentes, este sería nuestro valor a condicionar para calcular la remuneración acumulada. La cual sumaría la remuneración desde la muestra con menor ingreso hasta el de orden del decil que indique, en nuestro primer caso hasta el funcionario de orden 53.

Para la obtención del %Remuneración Acumulada se realizó la división del valor Rem Acumulada por el valor de la suma total de las remuneraciones.

DECILES (X)	DECILES POB	REMUNERACION ACUMULADA	% REMUN. ACUM. (Y)
0,1	53	15.481.718	0,01
0,2	105	36.663.945	0,03
0,3	157	81.555.348	0,07
0,4	209	156.829.169	0,13
0,5	261	289.676.119	0,24
0,6	313	434.940.112	0,36
0,7	365	594.238.762	0,50
0,8	417	767.104.642	0,64
0,9	469	958.388.005	0,80
1,0	521	1.199.884.575	1,00

Tabla N°6 Deciles de remuneración funcionarios U. Antofagasta - Junio 2018

Obtenidos estos datos se procede a calcular la curva de Lorenz, con los datos del Decil y nuestro %Remun. Acumulada.

Cabe recalcar que a nuestra curva se le hizo un ajuste cuadrático para poder obtener una función que utilizaremos posteriormente para calcular el coeficiente de Ginni

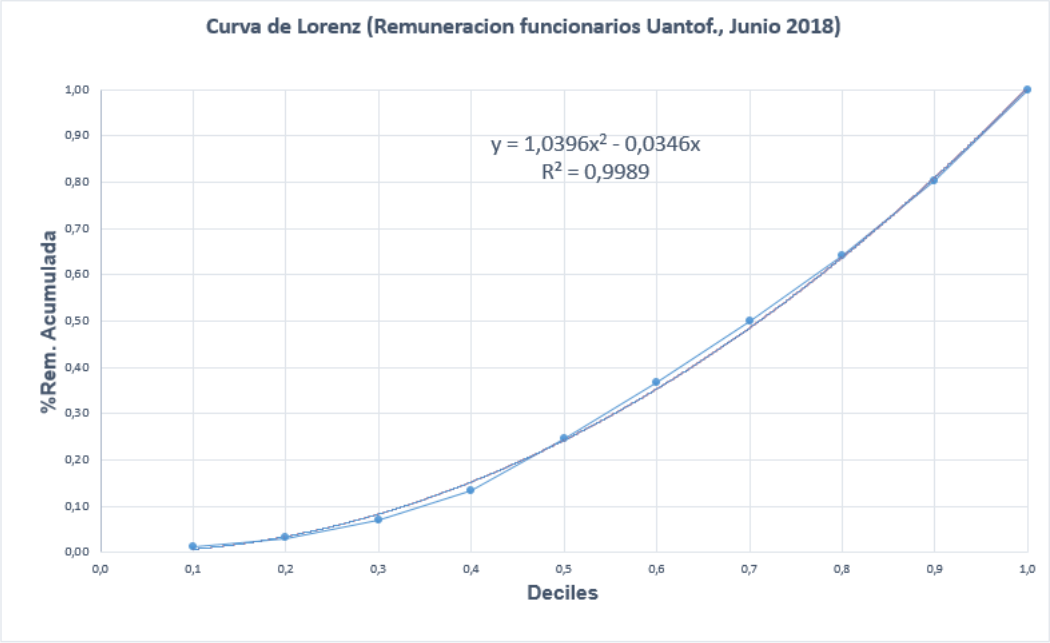


Grafico N°1 Curva de Lorenz, Remuneración funcionarios U. Antofagasta – Junio 2018

## Coeficiente de Ginni

Para calcular nuestro coeficiente de Ginni, se calculó el área existente entre nuestra curva de Lorenz y la recta x=y.

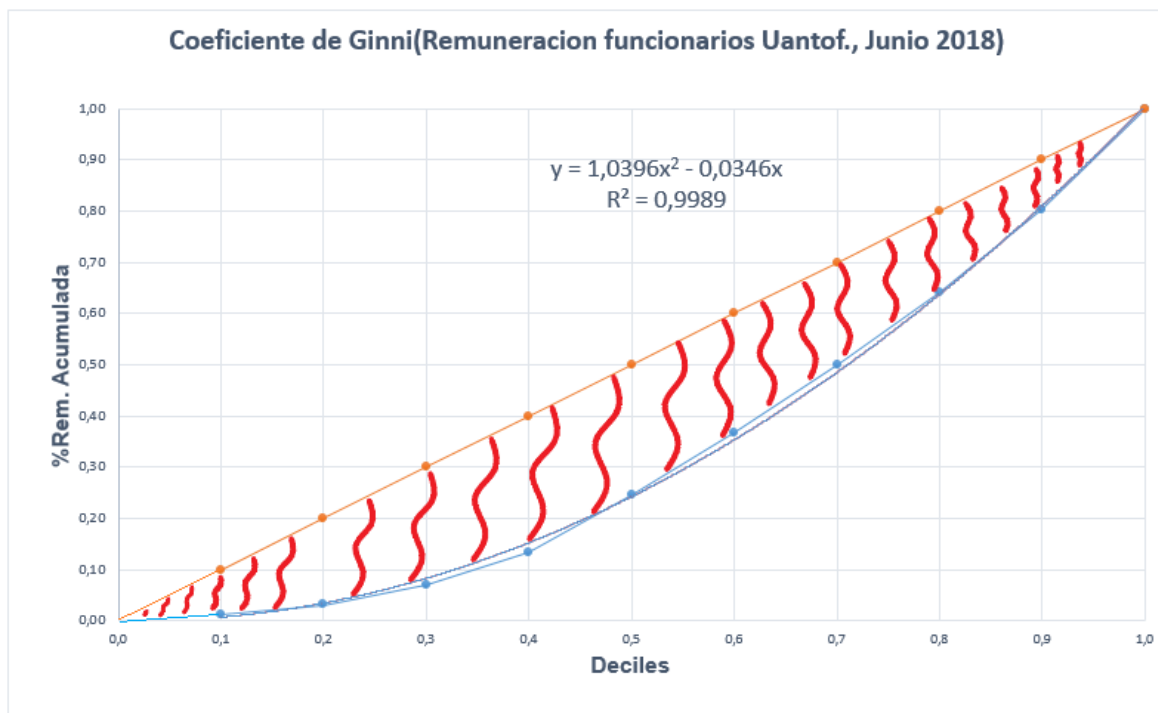


Grafico N°2 Coeficiente de Ginni, Remuneración funcionarios U. Antofagasta – Junio 2018

Para el cálculo se utilizó el software derive, donde se realizó la integral de la resta de las funciones y se evaluó entre los límites existentes en nuestra área [0.1]

$$\int_0^1 (x - (1.0396 \cdot x^2 - 0.0346 \cdot x)) dx$$

Esta integral nos dio el valor de 0.17076, siendo un valor cercano al 0, lo cual significa que el sueldo de los funcionarios de la universidad de Antofagasta durante el periodo de Junio 2018 está más inclinado a la igualdad.

## 2. Cadenas de Markov

1. Un stock se maneja con la política  $s$  y  $S$ . Esto es, si lo almacenado es menor o igual a  $s$  se repone inmediatamente al nivel  $S$ , en caso contrario ninguna reposición se hace.
2. Se inspecciona el stock al final de cada semana
3. La demanda es aleatoria durante la semana, son independientes semana a semana y se ajusta a una distribución de Poisson de parámetro  $\lambda$ .
4. No se acepta demanda diferida, se entrega lo que haya en stock si la demanda lo supera.
5. Los parámetros de este problema, esto es  $s$ ,  $S$  y  $\lambda$  están junto a su nombre.
6. Se denota el nivel de la demanda al final de la semana  $n$ -ésima como  $X_n$
7. Si en la semana de inicio, la semana  $n = 0$ , está con el stock completo  $S$ , es decir con  $Pr\{X_0 = S\} = 1$

Responda lo siguiente:

- a) Calcule la probabilidad de que  $X_4 = 3$
- b) Calcule el vector de probabilidad para lo estados de la sexta semana, esto es  $Pr\{X_6 = i\}$  con  $i = 0, 1, 2, \dots, S$
- c) Estime la situación para un  $n$  muy grande, esto es si la matriz de Markov se estabilizará para  $n \rightarrow \infty$

## Metodología

Para nuestro cálculo de probabilidades a través de la cadena de Markov, necesitaremos una matriz de transición (M) y un vector de estados iniciales ( $X_0$ ) que nos condicione según sea lo solicitado. Se construyó la matriz con nuestros valores asignados;

$$\lambda := 0.95$$

$$s := 2$$

$$S := 6$$

Función probabilidad de Poisson: 
$$P(\lambda, k) := e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$$

Donde para la construcción de la matriz, se genera una de tamaño  $S+1 \times S+1$ , quedándonos  $7 \times 7$ . Nuestra primera fila estará conformada por la sumatoria de nuestra función probabilidad, reduciendo el valor de K inicial por cada fila.

De igual manera nuestras columnas se irán reduciendo en una unidad por cada segmento de matriz.

Se construyó la matriz con la estructura dictada anteriormente, quedándonos de la siguiente manera;

$\sum_{k=6}^{\infty} P(0.95, k)$	$\sum_{k=5}^{\infty} P(0.95, k)$	$\sum_{k=4}^{\infty} P(0.95, k)$	$\sum_{k=3}^{\infty} P(0.95, k)$	$\sum_{k=2}^{\infty} P(0.95, k)$	$\sum_{k=1}^{\infty} P(0.95, k)$	$\sum_{k=0}^{\infty} P(0.95, k)$
$P(0.95, 5)$	$P(0.95, 4)$	$P(0.95, 3)$	$P(0.95, 2)$	$P(0.95, 1)$	$P(0.95, 0)$	0
$P(0.95, 4)$	$P(0.95, 3)$	$P(0.95, 2)$	$P(0.95, 1)$	$P(0.95, 0)$	0	0
$P(0.95, 3)$	$P(0.95, 2)$	$P(0.95, 1)$	$P(0.95, 0)$	0	0	0
$P(0.95, 2)$	$P(0.95, 1)$	$P(0.95, 0)$	0	0	0	0
$P(0.95, 1)$	$P(0.95, 0)$	0	0	0	0	0
$P(0.95, 0)$	0	0	0	0	0	0

Nuestra ecuación será una función dependiente de n, donde n será el número de semana de venta, donde como se puede apreciar nuestra matriz ira aumentando exponencialmente junto al número de semana de estudio.

## I.- Cálculo de Probabilidad

Cálculo de la probabilidad  $X_4=3$ , esto significa que buscamos la probabilidad que durante la 4ta semana se vendan 3 autos.

Para esto, realizaremos un vector de estados iniciales donde se indique que a la 4ta semana nuestro valor será de 3.

$$x_0 := [0, 0, 0, 3, 0, 0, 0]$$

$$X_0 = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$$

$\sum_{i=1}^n X_0 = 6 = 1$

Realizado esto, multiplicaremos nuestro vector de estados con la matriz de transición, esta última elevada a la  $n$ ésima semana.

$$E(n) := M^n \cdot x_0$$

En nuestro caso evaluamos en 4, equivalente a la cuarta semana y obtendremos la siguiente serie de resultados;

$$[0.27830, 0.35518, 0.55134, 0.65053, 0.57525, 0.39741, 0.19181]$$

De los cuales es correcto decir que la probabilidad de que en nuestra cuarta semana se vendan 3 autos es de 0.65 o dicho de otra forma 65.05%.

→ la suma de los componentes debe ser 1

## II.- Calcule el vector de probabilidad para los estados de la sexta semana

Se desea calcular el vector probabilidad para los estados de la sexta semana, para esto lo que haremos será buscar;

$\Pr \{X_6 = i\}$  con  $i = 0, 1, 2, \dots, S$ .

$\Pr \{X_6 = i\}$  con  $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

7 7